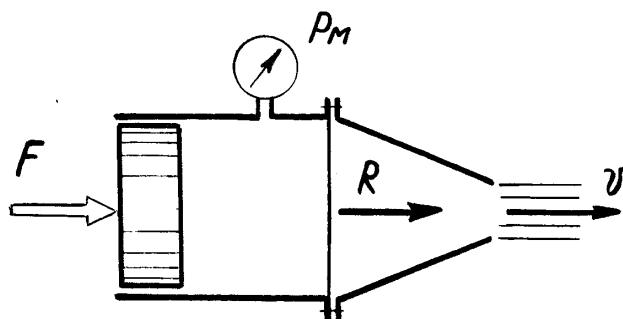


СБОРНИК ЗАДАНИЙ ДЛЯ КУРСОВЫХ РАБОТ ПО ГИДРОМЕХАНИКЕ



Нижний Новгород
1999

Министерство образования Российской Федерации
Нижегородский государственный технический университет

СБОРНИК ЗАДАНИЙ

для курсовых работ по

ГИДРОМЕХАНИКЕ

Под общей редакцией
А.Н. Попова и В.Ф. Чеботаева

*Рекомендовано Ученым советом Нижегородского государственного
технического университета в качестве учебного пособия
для студентов машиностроительных специальностей*

Нижний Новгород 1999

ББК 22.253
С - 232
УДК532

Авторы: В.Ф. Чеботаев, А.Б. Ваганов, П.Н. Егоров, А.В. Запорожцев,
И.Д. Краснокутский, А.Н. Попов, М.Е.Рабинович, В.Н. Савинов.

Сборник заданий для курсовых работ по гидромеханике: Учеб. пособие / В. Ф. Чеботаев, А. Б. Ваганов, П. Н. Егоров и др. / Под ред. А. Н. Попова и В. Ф. Чеботаева; Нижегород. гос. техн. ун-т, Н. Новгород, 1999, с. 190. ISBN 5-93272-027-1.

Учебное пособие содержит задания для курсовых работ по основным разделам гидромеханики: статике, кинематике и динамике идеальной и вязкой жидкости. В каждом разделе кратко изложена теория, приведены расчетные формулы, дано 2÷3 примера решения типовых задач, представлен перечень задач для самостоятельного решения по вариантам. В приложения включены необходимые справочные материалы.

Пособие предназначено для студентов машиностроительных специальностей технического университета.

Рис. 237. Табл. 27. Библиогр.: 12 назв.

Рецензенты: кафедра теории корабля и экологии судоходства Волжской государственной академии водного транспорта;
д-р физ.-мат. наук, проф. Ю. Г. Коротких.

ISBN 5-93272-027-1

© Нижегородский государственный
технический университет, 1999

Оглавление

Предисловие	4
1. Давление в покоящейся жидкости	6
2. Силы давления покоящейся жидкости на стенки	22
3. Кинематика жидкости	43
4. Динамика невязкой жидкости	55
5. Истечение жидкости через отверстия, насадки и гидроаппараты	65
6. Гидравлический расчет трубопроводов	77
7. Применение законов количества движения и момента количества движения к жидкостям	95
8. Гидродинамическое подобие	113
9. Работа насосов на сеть	129
10. Объемный гидропривод	150
11. Расчет сложного трубопровода на ПЭВМ	170
Приложения	185
Библиографический список	191

ПРЕДИСЛОВИЕ

В организации учебного процесса студентов машиностроительных специальностей технического университета в последние годы явно наблюдается тенденция к сокращению числа часов на лекции и практические занятия по дисциплинам общепрофессионального цикла, в частности, по гидромеханике. Соответственно, увеличивается объем самостоятельной работы по дисциплинам гидромеханики – это решение задач.

Имеющиеся в ограниченном количестве задачки и учебные пособия [4],[5] не содержат многовариантных перечней однотипных задач по темам курса, которые необходимы для эффективной подготовки. Цель настоящего пособия - в какой-то мере восполнить отмеченный недостаток в учебной литературе.

Опыт преподавания показывает, что изучаемые студентами дисциплины гидромеханического цикла не могут быть осознанно усвоены без самостоятельного решения задач. Этот вид занятий в наибольшей степени развивает инженерное мышление, вырабатывает навыки применения теоретических положений научной дисциплины к решению практических задач. Авторы надеются, что настоящее учебное пособие будет способствовать самостоятельному успешному выполнению домашних заданий. Из содержащихся 11 глав преподаватель может выбрать комплект заданий, соответствующий изучаемому курсу.

Каждая глава пособия состоит из трех частей:

- краткие сведения из теории, расчетные зависимости и методические указания;
- примеры решения типовых задач;
- задачи для самостоятельного решения и варианты исходных данных.

Выполнение каждого задания рекомендуется начинать с внимательного изучения теоретического материала раздела и решенных примеров. Это исключит непонимание условий своей задачи, так как методические указания каждого раздела касаются общих допущений для рассматриваемых задач.

Для углубленного изучения следует обращаться к литературе, в частности к пособиям [1]÷[6].

В условиях конкретных задач не всегда указываются все численные значения параметров, необходимых для решения, например, плотность, вязкость и др. В этом случае следует обратиться к таблицам, приведенным в приложениях пособия. При использовании табличных данных можно применять линейную интерполяцию или строить график функции в окрестности заданного значения параметра. Учитывая, что плотность жидкости при изменении температуры меняется незначительно, для заданного температурного режима нужно вычислить коэффициент вязкости, а плотность взять при температуре, приведенной в таблице.

Контрольные домашние задания выполняются на листах формата А4 (297x210 мм). Каждое задание должно иметь титульный лист, как указано в прил. 1. Далее приводится текст задачи, выполняется рисунок и записываются

исходные данные. Здесь же производится перевод в систему СИ величин, заданных в других единицах измерения.

Решение задачи необходимо разбить на отдельные пункты. Каждый пункт, как правило, должен содержать: краткие пояснения производимых действий, расчетную формулу с расшифровкой принятых обозначений, подстановку численных значений входящих в формулу величин и результат расчета (без промежуточных вычислений).

Все расчеты выполняются с соблюдением правил приближенных вычислений. Числовые значения величин должны содержать не более трех значащих цифр (например, $9,81 \text{ м/с}^2$; $31,4 \text{ Н}$; $0,123 \text{ кг}$; $5,75 \cdot 10^3 \text{ Па}$). В конце расчета приводится список использованной литературы.

Настоящий сборник заданий составлен преподавателями кафедры «Теория корабля и гидромеханика» кораблестроительного факультета НГТУ. При этом использован многолетний опыт преподавания дисциплин гидромеханического цикла на разных факультетах и материалы ранее изданных методических разработок [7]÷[12].

В подготовке рукописи принимали участие сотрудники вычислительной лаборатории кафедры "Теория корабля и гидромеханика" под руководством В.Н.Лысова, коллектив авторов выражает им искреннюю благодарность. Мы признательны также рецензентам нашего пособия: д-ру физ.-мат. наук, проф. Ю.Г.Коротких и заведующему кафедрой «Теория корабля и экология судоходства» Волжской государственной академии водного транспорта д-ру техн. наук, проф., акад. АТРФ В.Л.Этину.

Замечания по содержанию первого издания настоящего пособия просим направлять в адрес издательства НГТУ.

Авторы

1. ДАВЛЕНИЕ В ПОКОЯЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

1.1. Основные сведения из теории, расчетные формулы и методические указания

Основные физические характеристики жидкости, существенные при решении задач данного раздела, - плотность и удельный вес.

Плотность - масса единицы объема жидкости $\rho = m/V$, где m - масса жидкости в объеме V .

Размерность плотности в системе СИ - $\text{кг}/\text{м}^3$. Плотность дистиллированной воды при 4°C $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$. Плотность ртути при 0°C $\rho_{\text{рт}} = 13600 \text{ кг}/\text{м}^3$.

Удельный вес - вес единицы объема жидкости $\gamma = G/V$, где G - вес жидкости в объеме V .

Размерность удельного веса в системе СИ - $\text{Н}/\text{м}^3$. Удельный вес дистиллированной воды при 4°C $\gamma_{\text{в}} = 9810 \text{ Н}/\text{м}^3$. Плотность и удельный вес связаны между собой зависимостью $\gamma = \rho g$, где $g = 9,81 \text{ м}/\text{с}^2$ - ускорение свободного падения.

Относительная плотность δ - безразмерная величина, равная отношению плотности $\rho_{\text{ж}}$ данной жидкости к плотности $\rho_{\text{в}}$ дистиллированной воды при 4°C $\delta = \rho_{\text{ж}} / \rho_{\text{в}}$.

При колебаниях температуры и давления объем жидкости изменяется незначительно. Поэтому в практических расчетах (в том числе и в задачах данного раздела) плотность и удельный вес жидкости считаются независимыми от этих параметров, за исключением особых случаев.

Давлением p называется отношение силы F , нормальной к поверхности, к площади S . При равномерном распределении $p = F/S$.

Размерность давления в системе СИ - **паскаль** ($1 \text{ Па} = 1 \text{ Н}/\text{м}^2$).

В технике используется также внесистемная единица - **техническая атмосфера**, равная $1 \text{ ат} = 1 \text{ кгс}/\text{см}^2 = 98100 \approx 1 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Однозначное соответствие между высотой h столба жидкости и давлением, создаваемым его весом $p = \rho g h = \gamma h$, позволяет условно выражать давление **высотой столба данной жидкости**. Например, высоте $h_{\text{рт}} = 750 \text{ мм}$ ртутного столба соответствует давление:

$$p = \rho_{\text{рт}} g h_{\text{рт}} = 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,750 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Давление, равное одной технической атмосфере, эквивалентно давлению столба воды высотой $h = p / \gamma_{\text{в}} = 98100 \text{ Н}/\text{м}^2 / 9810 \text{ Н}/\text{м}^3 = 10 \text{ м. вод. ст.}$

В зависимости от способа отсчета различают три вида давления.

Если давление отсчитывается от абсолютного нуля, то его называют **абсолютным** ($p_{\text{абс}}$). Частный случай абсолютного давления - атмосферное давление, равное примерно $p_{\text{атм}} = 1 \cdot 10^5$ Па.

Давление может отсчитываться от условного нуля, за который принимается атмосферное давление. Если $p_{\text{абс}} > p_{\text{атм}}$, то избыток абсолютного давления над атмосферным называется **избыточным** или манометрическим давлением

$$P_{\text{изб}} = P_{\text{абс}} - P_{\text{атм}}.$$

Если $p_{\text{абс}} < p_{\text{атм}}$, то недостаток абсолютного давления до атмосферного называется **вакуумметрическим** давлением или вакуумом:

$$P_{\text{вак}} = P_{\text{атм}} - p_{\text{абс}}.$$

Величина вакуума может изменяться от нуля (при $p_{\text{абс}} = p_{\text{атм}}$) до $p_{\text{атм}}$ (при $p_{\text{абс}} = 0$).

Избыточное давление измеряется манометром, а вакуумметрическое давление - вакуумметром.

Давление в неподвижной жидкости называется **гидростатическим** и обладает следующими двумя **свойствами**:

- оно всегда направлено по нормали внутрь рассматриваемого объема жидкости;

- в любой точке внутри жидкости оно по всем направлениям одинаково.

Поверхность в жидкости, во всех точках которой давление одинаково, называется **поверхностью равного давления** или **поверхностью уровня**.

Гидростатическое давление p в любой точке однородной несжимаемой жидкости, находящейся в равновесии под действием сил тяжести, определяется **основным уравнением гидростатики**

$$p = p_0 + \rho gh = p_0 + \gamma h,$$

где p_0 - давление в некоторой точке 0 жидкости; h - глубина погружения рассматриваемой точки относительно точки 0, может быть как положительной, так и отрицательной; ρgh или γh - весовое давление столба жидкости высотой h .

В частом случае, если точка 0 лежит на свободной поверхности жидкости, то p_0 - внешнее поверхностное давление, h - глубина расположения рассматриваемой точки под свободной поверхностью.

Из основного уравнения гидростатики следует:

- с увеличением глубины h давление возрастает по линейному закону;

- любая горизонтальная плоскость в **данной** жидкости, находящейся в равновесии, является поверхностью уровня (при $\rho = \text{const}$ и $h = \text{const} \Rightarrow p = \text{const}$). К последним относится и свободная поверхность ($h = 0 \Rightarrow p = p_0$);

- внешнее поверхностное давление p_0 передается во все точки жидкости и по всем направлениям одинаково. Всякое изменение давления p_0 вызывает изменение давления p во всех точках покоящейся жидкости на ту же величину (закон Паскаля).

Весовое гидростатическое давление действует как в жидкостях, так и в газах. Однако, принимая во внимание малую плотность газа и малую высоту

газового столба в закрытом сосуде, давление газа во всем его объеме принимают одинаковым.

Объем газа в большей мере зависит от температуры и давления, что необходимо учитывать в технических расчетах. В частном случае, для изотермического процесса (температура газа постоянна) зависимость объема газа от давления устанавливается законом Бойля - Мариотта:

$$p_{\text{абс}} V = \text{const}, \text{ или } p_{\text{абс}1} V_1 = p_{\text{абс}2} V_2,$$

где V_1 и V_2 - объемы газа при соответствующих абсолютных давлениях $p_{\text{абс}1}$ и $p_{\text{абс}2}$.

Указания к решению задач:

- при решении задач данного раздела нужно хорошо усвоить и не смешивать такие понятия, как давление p и сила F ;
- необходимо твердо различать давления абсолютное, избыточное и вакуум. Сравнивать по величине можно только давления, заданные в одной системе отсчета. Поэтому левая и правая часть всякого уравнения давления должна содержать выражения одноименных давлений (абсолютных или избыточных). Вакуумметрическое давление в процессе решения задач следует выражать через абсолютное давление;
- для определения давления в той или иной точке жидкости следует пользоваться основным уравнением гидростатики. При этом нужно иметь в виду, что второй его член ρgh может быть как положительным, так и отрицательным;
- при составлении уравнения давлений часто целесообразно вводить в рассмотрение плоскость уровня. Следует помнить, что ее можно проводить только в пределах **объема одной и той же жидкости**;
- при решении задач, в которых даны поршни, нужно использовать уравнения равновесия, т.е. равенство нулю суммы всех сил, действующих на поршень;
- если атмосферное давление задано высотой ртутного столба $h_{\text{рт}}$, то его расчетное значение следует определить по формуле $P_{\text{атм}} = \rho_{\text{рт}} gh_{\text{атм}}$. В других случаях величину атмосферного давления можно приближенно принять равной $p_{\text{атм}} = 1,0 \cdot 10^5$ Па.

1.2. Пример решения задачи

Задача. В закрытый цилиндрический резервуар высотой H , заполненный воздухом при атмосферном давлении, соответствующем $h_{\text{атм}}$, миллиметр ртутного столба, подается масло с относительной плотностью $\delta_{\text{м}}$ (рис. 1.1.). При этом происходит сжатие воздуха в резервуаре. Давление в системе создается поршнем диаметром D гидроцилиндра, расположенного на расстоянии a от дна резервуара. Процесс сжатия воздуха считать изотермическим, трением поршня о стенки цилиндра пренебречь.

Определить величину силы F , удерживающей поршень в равновесии при заполнении резервуара до уровня h . Определить также показание ртутного манометра $h_{рт}$.

Дано:

$$H=0,85 \text{ м};$$

$$h=0,25 \text{ м};$$

$$a=2,20 \text{ м};$$

$$D=225 \text{ мм}=0,225 \text{ м};$$

$$h_{атм} = 720 \text{ мм рт. ст.} = 0,720 \text{ м рт.ст.};$$

$$\delta=0,915.$$

Определить:

$$F, h_{рт}.$$

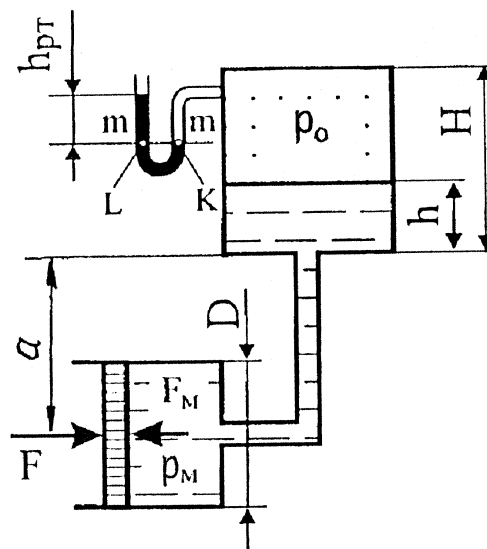


Рис. 1.1

Решение. 1. Уравнение равновесия поршня $F - F_M = 0$,
где F_M - сила избыточного давления масла на поршень.

Замечание: задача решается в избыточных давлениях, поэтому сила атмосферного давления на поршень не учитывается.

Отсюда

$$F = F_M. \quad (1.1)$$

2. Сила давления масла на поршень

$$F_M = p_M S_{\Pi} = p_M \pi D^2 / 4, \quad (1.2)$$

где p_M - избыточное давление масла на поршень;

$S_{\Pi} = \pi D^2 / 4$ - площадь поршня.

3. Согласно основному уравнению гидростатики, избыточное давление масла на поршень

$$p_M = p_{0_{изб}} + \rho_M g (a + h), \quad (1.3)$$

где $p_{0_{изб}}$ - избыточное давление сжатого воздуха в резервуаре; ρ_M - плотность масла.

Плотность масла определяется через его относительную плотность

$$\rho_M = \delta_M \rho_B = 0,915 \cdot 1000 = 915 \text{ кг/м}^3,$$

где $\rho_B = 1000 \text{ кг/м}^3$ = плотность воды.

4. Для определения давления сжатого воздуха воспользуемся законом Бойля - Мариотта для изотермического процесса

$$p_{атм} V_1 = p_{0_{абс}} V_2, \quad (1.4)$$

где $V_1 = S \cdot H$ - начальный объем воздуха в резервуаре при абсолютном давлении, равном атмосферному давлению $p_{атм}$; $V_2 = S(H - h)$ - конечный объем

воздуха при абсолютном давлении; $p_{0_{абс}} = p_{атм} + p_{0_{изб}}$; S - площадь сечения резервуара.

После подстановки указанных величин в (1.4) имеем:

$$p_{атм} SH = (p_{атм} + p_{0_{изб}})S(H - h).$$

Отсюда

$$p_{0_{изб}} = p_{атм}h / (H - h) \quad (1.5)$$

Атмосферное давление определим через заданную высоту ртутного столба:

$$p_{атм} = \rho_{рт} gh_{атм} = 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,72 = 0,96 \cdot 10^5 \text{ Па},$$

где $\rho_{рт} = 13600 \text{ кг / м}^3$ - плотность ртути.

Тогда избыточное давление (1.5) воздуха над свободной поверхностью масла в резервуаре после его заполнения равно

$$p_{0_{изб}} = 0,96 \cdot 10^5 \cdot 0,25 / (0,85 - 0,25) = 0,40 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

5. В соответствии с (1.3), давление масла на поршень

$$p_{м} = 0,40 \cdot 10^5 + 915 \cdot 9,81 \cdot (2,2 + 0,25) = 0,62 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

6. Сила F , удерживающая поршень в равновесии, с учетом (1.1) и (1.2) равна

$$F = F_{м} = 0,62 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 0,225^2 / 4 = 2,46 \cdot 10^3 \text{ Н} = 2,46 \text{ кН}.$$

7. Для определения показания ртутного манометра $h_{рт}$ рассмотрим плоскость уровня $m - m$. Давление в точках К и L этой плоскости одинаково

$$p_{K_{изб}} = p_{L_{изб}}.$$

Но $p_{K_{изб}} = p_{0_{изб}}$, $p_{L_{изб}} = \rho_{рт} gh_{рт}$,

тогда $p_{0_{изб}} = \rho_{рт} gh_{рт}$, откуда

$$h_{рт} = p_{0_{изб}} / \rho_{рт} g = 0,40 \cdot 10^5 / 13600 \cdot 9,81 = 0,300 \text{ м рт. ст.} = 300 \text{ мм рт. ст.}$$

Ответ: $F = 2,46 \text{ кН}$; $h_{рт} = 300 \text{ мм рт. ст.}$

1.3. Задачи

1–1÷2. В закрытый цилиндрический резервуар высотой H , заполненный воздухом при атмосферном давлении, через трубку заливается вода. Происходящий при этом процесс сжатия воздуха в резервуаре считать изотермическим.

Определить высоту h_1 подъема воды в резервуаре при известном ее уровне h в трубке. Найти также показание ртутного манометра $h_{рт}$.

1–3÷4. Закрытый сосуд высотой H и диаметром D соединен трубкой с открытым сосудом диаметром d . При открытом вентиле ВН1 и закрытом вентиле ВН2 левый сосуд заполнен водой при атмосферном давлении до уровня h . После закрытия вентиля ВН1 и открытия вентиля ВН2 часть воды переливается в правый сосуд. Процесс расширения воздуха считать изотермическим.

Определить высоту h_1 , до которой поднимется вода в правом сосуде, а также показание ртутного вакуумметра $h_{рт}$.

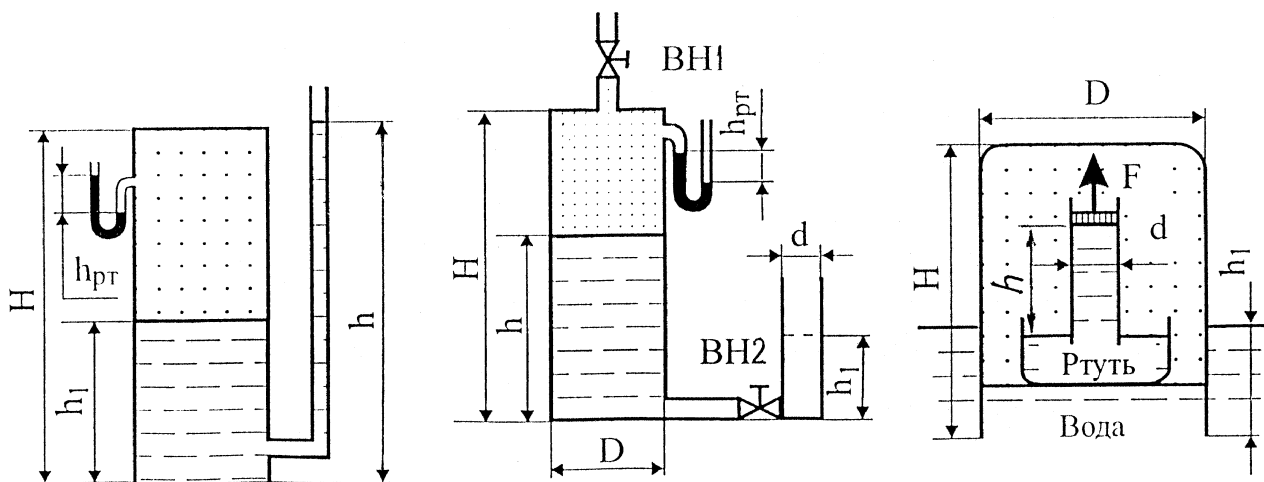
1–5÷6. В колоколе диаметром D , высотой H и массой $m = 3200$ кг, плавающем в открытом водоеме, находится резервуар со ртутью. В цилиндре диаметром d поршнем удерживается столб ртути высотой h . Давление воздуха в колоколе перед его спуском было атмосферным. Процесс сжатия воздуха в колоколе считать изотермическим. Весом поршня, трением его о стенки цилиндра, объемом резервуара со ртутью и цилиндра пренебречь.

Определить погружение нижней кромки колокола h_1 , а также величину усилия F , удерживающего поршень в равновесии.

К задачам 1-1÷2

К задачам 1–3÷4

К задачам 1–5÷6



1–7÷8. Поршень гидроцилиндра диаметром D удерживается в равновесии силой F , приложенной к штоку диаметром d . Нижняя полость цилиндра заполнена водой. Уровень воды в трубке над нижней кромкой поршня равен H . Верхняя полость цилиндра, связанная с закрытым резервуаром, заполнена маслом (относительная плотность $\delta_m = 0,890$). Уровень масла в резервуаре над верхней кромкой поршня равен h . Весом поршня и штока, а также их трением о стенки цилиндра и в сальнике пренебречь.

Определить абсолютное давление воздуха p в закрытом резервуаре, а также показание ртутного манометра $h_{рт}$.

1–9÷10. В закрытый цилиндрический резервуар высотой H , заполненный воздухом при атмосферном давлении, подается масло (относительная плотность $\delta_m = 0,870$). Давление в системе создается усилием F на рычаге ($a = 0,8$ м, $b = 1,6$ м) через поршень диаметром d , расположенный на высоте h над дном резервуара. Процесс сжатия воздуха считать изотермическим, весом поршня и трением его о стенки цилиндра пренебречь.

Определить уровень масла в резервуаре, а также показание p_m механического манометра, установленного на высоте z_m .

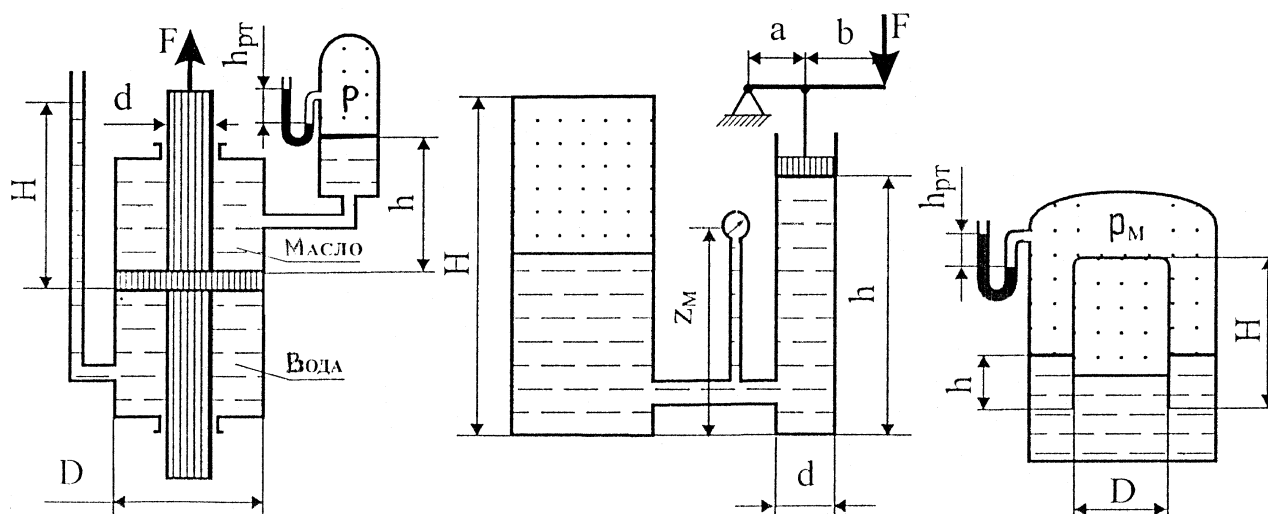
1–11÷12. В закрытом резервуаре, частично заполненном водой, плавает колокол диаметром D , высотой H и массой $m = 100$ кг. Давление воздуха в колоколе перед его погружением было равно избыточному давлению p_m воздуха в резервуаре. Процесс сжатия воздуха в колоколе считать изотермическим. Определить глубину погружения h нижней кромки колокола и показание ртутного манометра $h_{рт}$.

Указание: изменением давления p_m в резервуаре пренебречь.

К задачам 1-7÷8

К задачам 1-9÷10

К задачам 1-11÷12



1–13÷14. Цилиндрический резервуар высотой H установлен на высоте h над уровнем воды в открытом водоеме. При открытом вентиле ВН1 и закрытом вентиле ВН2 резервуар заполнен водой при атмосферном давлении до уровня h . После закрытия вентиля ВН1 и открытия вентиля ВН2 часть воды сливается в водоем. Процесс расширения воздуха в резервуаре считать изотермическим.

Определить абсолютное давление воздуха в резервуаре и показание ртутного вакуумметра $h_{рт}$.

1–15÷16. Цилиндр высотой H и диаметром D установлен на высоте $a=0,5$ м над уровнем воды в открытом водоеме. При крайнем нижнем положении поршня цилиндр заполнен воздухом под атмосферным давлением.

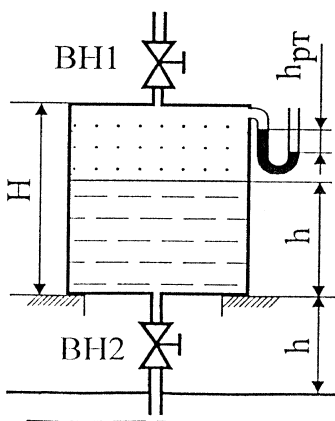
Определить величину и направление силы F , приложенной к штоку диаметром d , которая удерживает поршень в равновесии на высоте h над уровнем водоема. Определить также показание ртутного манометра $h_{рт}$.

Процесс сжатия воздуха считать изотермическим. Весом и толщиной поршня, а также трением поршня о стенки цилиндра и штока в сальнике пренебречь.

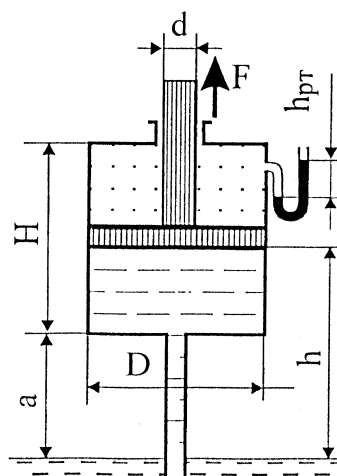
1–17÷18. Заполненный водой понтон в форме прямоугольного параллелепипеда с размерами $l \times b \times h = 5,0 \times 3,0 \times 2,0$ м и массой $m = 6000$ кг лежит на дне водоема на глубине H . Для подъема понтона в него по шлангу подается сжатый воздух.

Определить объем воды, который нужно вытеснить воздухом из понтона, чтобы он начал всплывать. Вычислить также осадку понтона t после его всплытия. Процесс расширения воздуха при всплытии считать изотермическим.

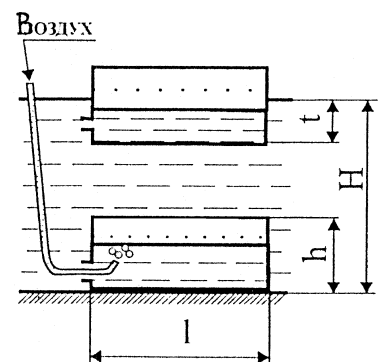
К задачам 1-13÷14



К задачам 1–15÷16



К задачам 1-17÷18



1–19÷20. Два резервуара , открытый диаметром d и закрытый диаметром D , соединены вертикальной трубой и частично заполнены водой. При закрытой задвижке труба заполнена водой, разность уровней в резервуарах равна H , толщина воздушной подушки в закрытом резервуаре равна h , а избыточное давление в ней равно p_M .

Определить изменение уровня воды Δh в нижнем резервуаре и показание ртутного манометра $h_{рт}$ после открытия задвижки на трубе и перетекания воды. Процесс расширения воздуха считать изотермическим.

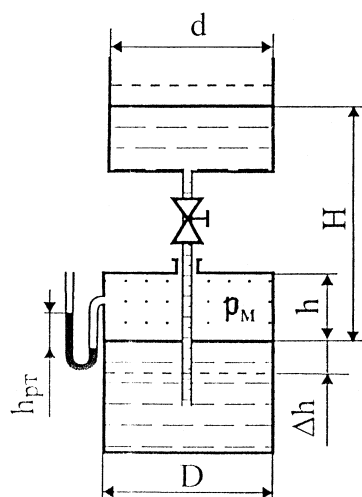
1–21÷22. На неподвижном поршне со штоком диаметром $d_1=0,20$ м покоится сосуд массой $m=16,0$ кг, состоящий из двух цилиндрических частей: верхней открытой диаметром d и нижней закрытой диаметром D и высотой H . Начальное давление воздуха в нижней части сосуда равно атмосферному.

Определить, какой объем воды нужно налить в верхнюю часть сосуда, чтобы он всплыл над поршнем на высоту h . Определить также показание ртутного манометра $h_{рт}$. Толщиной поршня, трением поршня в цилиндре и штока в сальнике пренебречь. Процесс сжатия воздуха считать изотермическим.

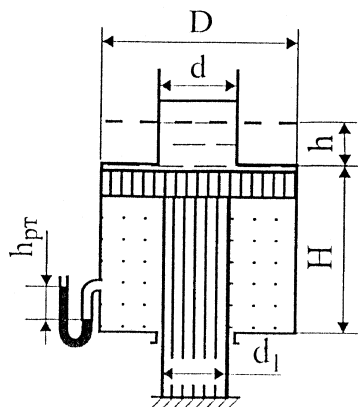
1–23÷24. Колокол диаметром D и высотой H опущен в резервуар с водой. В резервуаре находится открытый сверху сосуд высотой h , заполненный маслом ($\delta_M=0,865$). Манометр, присоединенный к сосуду и расположенный ниже его дна на z_M , показывает давление p_M . Объем сосуда с маслом мал по сравнению с объемом колокола. Давление воздуха в колоколе перед началом спуска было равно атмосферному. Процесс сжатия воздуха считать изотермическим.

Определить массу колокола, глубину погружения h_1 его нижней кромки, а также показание ртутного манометра $h_{рт}$.

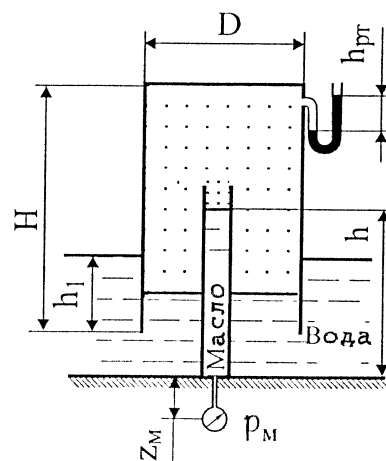
К задачам 1-19÷20



К задачам 1-21÷22



К задачам 1-23÷24



1–25÷26. В закрытый резервуар, частично заполненный водой, встроен цилиндр диаметром D . Избыточное давление воздуха в резервуаре равно p_m . В цилиндре под поршнем находится столб воды высотой H , а над поршнем – столб масла (относительная плотность $\delta_m = 0,920$) высотой h . Весом поршня, его трением о стенки цилиндра и размером штока пренебречь.

Определить силу F , удерживающую поршень в равновесии, а также показание манометра p_m , установленного на глубине z_m .

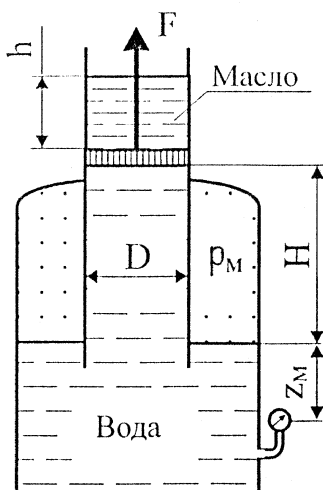
1–27÷28. В колокол диаметром D , высотой H и массой $m = 3000$ кг, плавающий в открытом водоеме, встроена гидросистема, состоящая из двух цилиндров диаметрами d и $d_1 = 0,5d$, соединенных вертикальной трубой. Система заполнена маслом (относительная плотность $\delta_m = 0,900$). К поршню верхнего цилиндра, находящемуся на высоте h над осью нижнего цилиндра, приложено усилие F . Давление воздуха в колоколе до погружения было равно атмосферному.

Определить глубину погружения нижней кромки колокола h_1 . Найти также усилие F_1 , которое нужно приложить к поршню нижнего цилиндра, чтобы удержать его в равновесии. Весом поршней и их трением о стенки цилиндров пренебречь. Размеры нижнего цилиндра считать значительно меньшими размеров колокола.

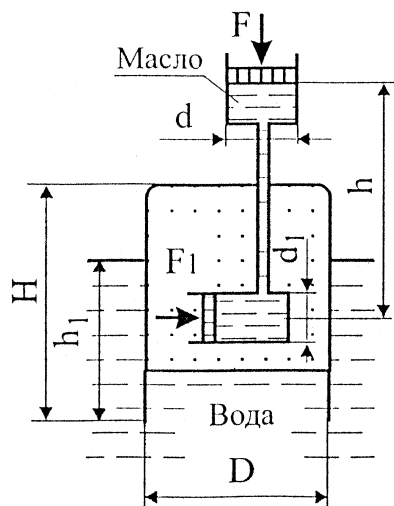
1–29÷30. Два плунжера диаметрами D и d вставлены в бак с водой и находятся в равновесии в положениях, определяемых размерами H и h . Показание манометра, установленного на высоте z_m , равно p_m . Трением плунжеров в уплотнениях пренебречь.

Определить массы плунжеров. Как изменятся показание манометра и положения плунжеров, если левый из них нагрузить силой F ?

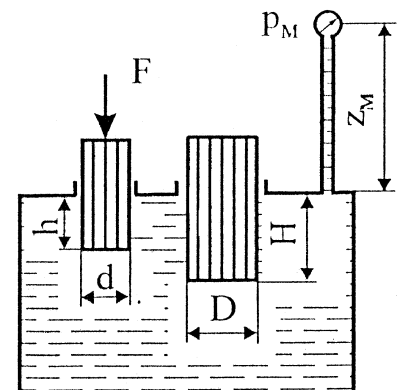
К задачам 1-25÷26



К задачам 1-27÷28



К задачам 1-29÷30



1–31÷32. В уравновешенной системе, состоящей из двух гидроцилиндров диаметрами d и D , нижняя полость большого цилиндра сообщается с открытым резервуаром и заполнена водой, а верхняя полость и малый цилиндр – маслом (относительная плотность $\delta_m = 0,875$). Уровни воды и масла равны H и h . Поршень малого цилиндра нагружен силой F . Весом поршней и штоков, а также трением поршней о стенки цилиндров и штока в сальнике пренебречь.

Определить величину и направление силы F_1 , приложенной к штоку диаметром $d_1 = 0.5D$ большого поршня. Найти также показание p_m манометра, установленного на высоте z_m над верхней кромкой поршня большого цилиндра.

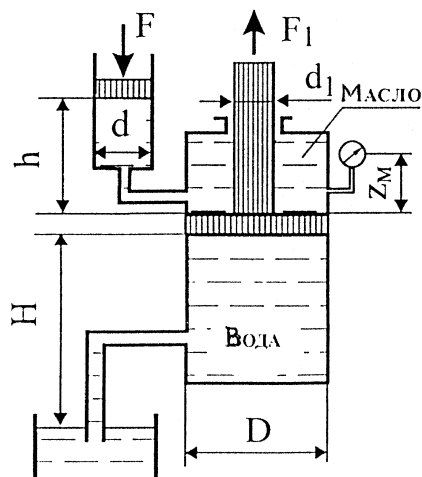
1–33÷34. В цилиндр диаметром D и высотой H , заполненный воздухом при атмосферном давлении, заливается вода, что приводит к подъему поршня и сжатию пружины и воздуха над поршнем. Коэффициент жесткости пружины $C=18$ Н/мм. Процесс сжатия воздуха в цилиндре считать изотермическим, весом поршня и пружины, толщиной поршня и трением его о стенки цилиндра пренебречь.

Определить уровень воды h_1 в трубке и показание ртутного манометра $h_{рт}$ при известной высоте подъема поршня h .

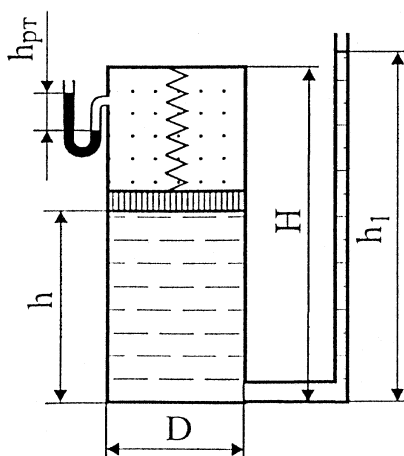
1–35÷36. Колокол диаметром D , высотой H и массой $m=400$ кг погружается в открытый резервуар с водой. Суммарная масса удерживающих колокол грузов $m_{гр} = 140$ кг. Угол наклона троса к горизонту равен 30° . Давление воздуха в колоколе перед погружением равно атмосферному. Процесс сжатия воздуха в колоколе считать изотермическим. Трением в блоках пренебречь.

Определить глубину погружения нижней кромки колокола h .

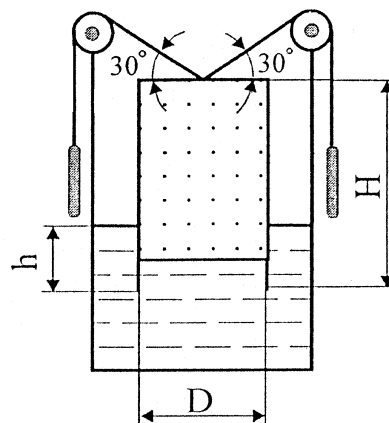
К задачам 1-31÷32



К задачам 1-33÷34



К задачам 1-35÷36



1–37÷38. Минимальное значение усилия на поршне вертикального цилиндра диаметром D , при котором начинается открытие предохранительного клапана, равно F . Цилиндр частично заполнен водой до уровня h . Диаметры поршней клапана равны D и d , а жесткость пружины $C = 10 \text{ Н/мм}$. Весом и трением поршней в цилиндре и клапане пренебречь.

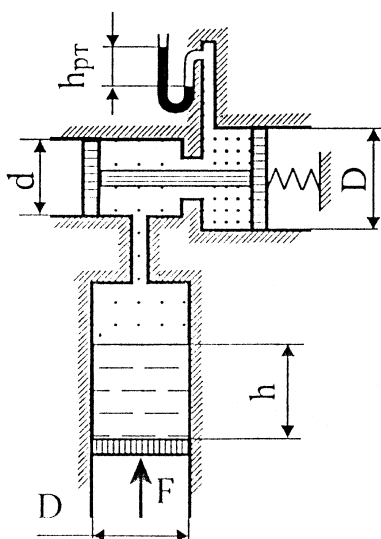
Определить предварительное поджатие X пружины предохранительного клапана, а также показание ртутного манометра $h_{\text{рт}}$.

1–39÷40. Цилиндрический резервуар диаметром D и массой $m = 20 \text{ кг}$, наполненный маслом (относительная плотность $\delta_{\text{м}} = 0,925$) до уровня H , висит без трения на плунжере диаметром d . Определить абсолютное давление p воздуха в резервуаре, обеспечивающее равновесие резервуара. Найти также показание ртутного вакуумметра $h_{\text{рт}}$.

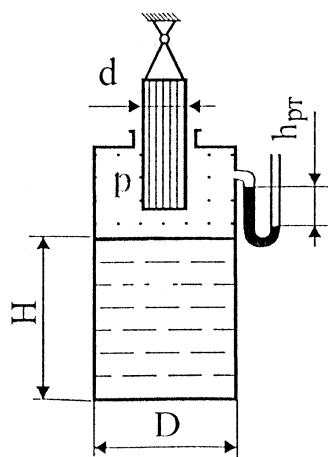
1–41÷42. В цилиндр диаметром D и высотой H , заполненный воздухом при атмосферном давлении, закачивается масло (относительная плотность $\delta_{\text{м}} = 0,875$), что приводит к подъему большого поршня, сжатию воздуха и пружины над поршнем. Коэффициент жесткости пружины $C = 9 \text{ Н/мм}$. Давление в системе поддерживается усилием F на рычаге ($a = 0,8 \text{ м}$, $b = 1,6 \text{ м}$), которое передается на малый поршень диаметром d , расположенный на высоте h над дном цилиндра. Процесс сжатия воздуха в цилиндре считать изотермическим, весом поршней и пружины, а также толщиной поршней и их трением о стенки цилиндров пренебречь.

Определить, при каком усилии F большой поршень поднимется на высоту $h_1 = 2,0h$. Найти также показание $p_{\text{м}}$ механического манометра, установленного на высоте $z_{\text{м}}$.

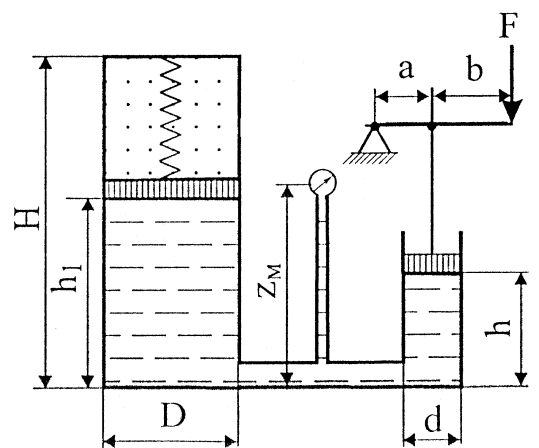
К задачам 1–37÷38



К задачам 1-39÷40



К задачам 1-41÷42



1–43÷44. Поршень горизонтального цилиндра диаметром d , нагруженный силой F , удерживает масло (относительная плотность $\delta_m=0,895$) в двух вертикальных цилиндрах диаметром D , расположенных на высоте H . Усилия на поршнях вертикальных цилиндров равны F и $F_1 = 2F$. Весом поршней и их трением о стенки цилиндров пренебречь.

Определить уровни масла h_1 и h_2 , а также показание p_m механического манометра, установленного на высоте z_m .

1–45÷46. Поршень диаметром D , расположенный в закрытом резервуаре, удерживается в равновесии силой F , приложенной к штоку диаметром d , на высоте H над свободной поверхностью воды в открытом водоеме. Над поршнем находится масло (относительная плотность $\delta_m=0,860$), а под поршнем - вода. Показание манометра, установленного на высоте z_m над верхней кромкой поршня, равно p_m . Весом поршня и штока, а также трением поршня в цилиндре и штока в сальнике пренебречь.

Определить направление и величину силы F .

1–47÷48. Вертикальный цилиндр с дифференциальным поршнем (система двух поршней диаметрами D и d , соединенных штоком длиной $l=1,0$ м) заполняется маслом (относительная плотность $\delta_m=0,885$) через вертикальную трубку. При этом происходит подъем поршня и сжатие воздуха в верхней части цилиндра высотой H .

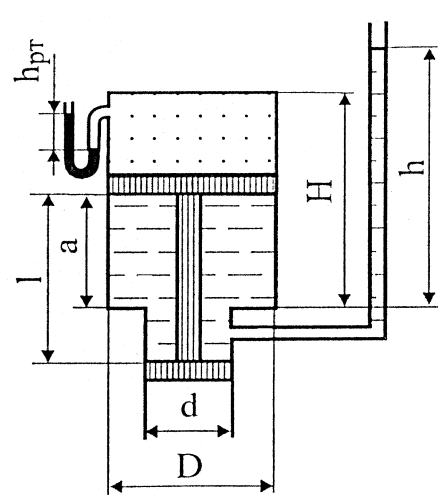
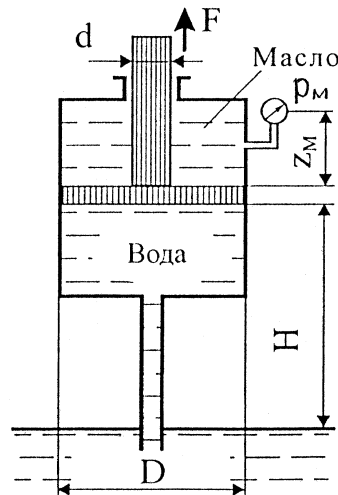
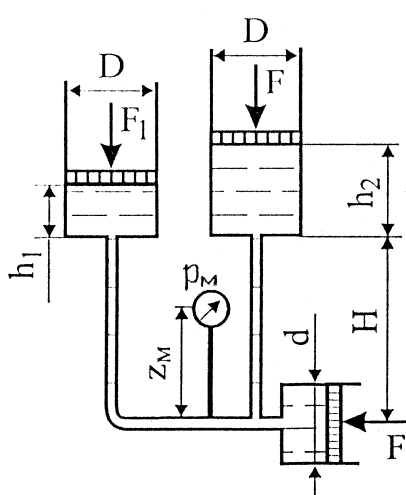
Начальное давление воздуха равно атмосферному. Процесс сжатия воздуха считать изотермическим. Толщиной и весом поршней и трением их о стенки цилиндра пренебречь.

Определить, при каком уровне h масла в трубке поршень поднимется на высоту $a=0,30$ м. Найти также показание ртутного манометра $h_{рт}$.

К задачам 1-43÷44

К задачам 1-45÷46

К задачам 1-47÷48



1–49÷50. Поршень диаметром D удерживает масло (относительная плотность $\delta_m=0,900$) в открытом и закрытом резервуарах на уровнях H и h . Трением поршня в цилиндре пренебречь.

Определить избыточное давление воздуха p_m в закрытом резервуаре и величину силы F , действующей на поршень. Найти также показание ртутного манометра $h_{рт}$.

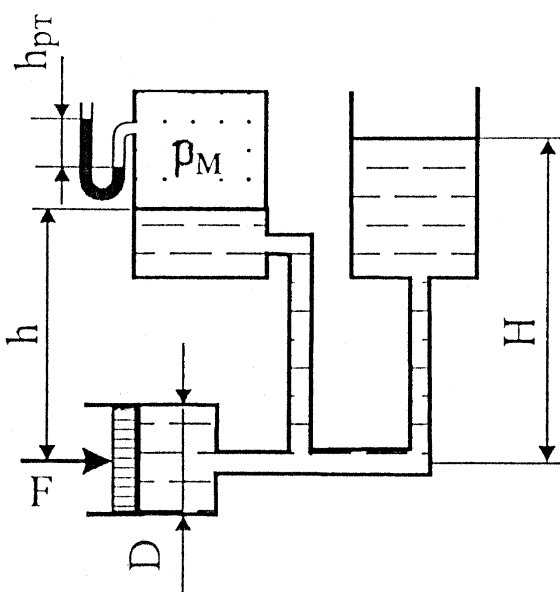
1–51÷52. Водолазный колокол, имеющий форму цилиндра высотой H , погружается в море (относительная плотность морской воды $\delta=1,025$) на глубину h . На расстоянии $a=2,2$ м от нижней кромки колокола установлен чашечный ртутный мановакуумметр с “постоянным” нулем (уровень ртути в чашке не изменяется в процессе измерений), соединенный с заборной водой. Давление воздуха в колоколе до погружения равно атмосферному. Процесс сжатия воздуха при погружении считать изотермическим.

Определить уровень воды в колоколе b , а также показание мановакуумметра $h_{рт}$.

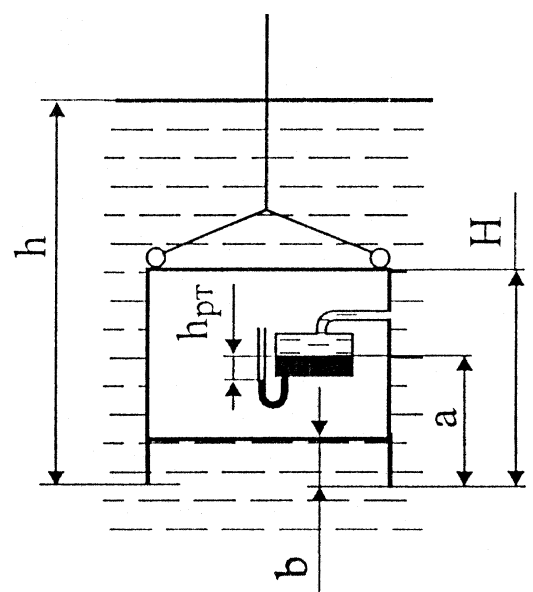
1–53÷54. В водолажном колоколе, имеющем форму цилиндра высотой H , в качестве глубиномера используется чашечный ртутный мановакуумметр с “постоянным” нулем (уровень ртути в чашке не изменяется в процессе измерений). Мановакуумметр установлен на расстоянии $a=2,0$ м от нижней кромки колокола и соединен с заборной водой. Давление воздуха в колоколе до погружения равно атмосферному. Процесс сжатия воздуха при погружении считать изотермическим.

Определить глубину погружения колокола h , если показания мановакуумметра $h_{рт}=50$ мм.

К задачам 1–49÷50



К задачам 1-51÷54



Исходные данные к задачам гл. 1

Номер задачи	D , м	d , м	H , м	h , м	$h_{\text{атм}}$, мм.рт.ст	F , кН	$z_{\text{м}}$, м	$p_{\text{м}}$, атм
1-1	-	-	3,00	4,00	750	-	-	-
1-2	-	-	3,25	3,50	755	-	-	-
1-3	2,00	1,00	4,00	3,00	730	-	-	-
1-4	1,80	0,900	4,50	4,00	740	-	-	-
1-5	2,00	0,100	2,00	0,500	760	-	-	-
1-6	1,80	0,125	1,75	0,400	755	-	-	-
1-7	0,100	0,050	3,00	1,50	740	0,150	-	-
1-8	0,120	0,060	3,50	1,40	760	0,220	-	-
1-9	-	0,100	2,00	1,60	745	0,600	4,50	-
1-10	-	0,120	2,50	2,00	760	0,100	0,40	-
1-11	0,500	-	1,00	-	760	-	-	0,100
1-12	0,600	-	1,25	-	740	-	-	0,225
1-13	-	-	3,00	2,00	735	-	-	-
1-14	-	-	3,50	2,50	740	-	-	-
1-15	1,00	0,500	5,00	1,00	750	-	-	-
1-16	0,750	0,300	4,50	0,800	755	-	-	-
1-17	-	-	10,0	-	740	-	-	-
1-18	-	-	15,0	-	730	-	-	-
1-19	1,00	0,500	2,00	0,500	730	-	-	0,600
1-20	1,20	0,600	2,50	0,600	740	-	-	0,700
1-21	0,250	0,100	1,00	0,200	750	-	-	-
1-22	0,300	0,150	0,800	0,150	740	-	-	-
1-23	1,50	-	4,00	1,20	730	-	0,200	0,350
1-24	1,75	-	3,50	1,00	735	-	0,100	0,300
1-25	0,500	-	2,00	0,800	-	-	0,700	0,150
1-26	0,400	-	2,50	0,450	-	-	1,00	0,100
1-27	1,50	0,100	4,00	4,00	-	0,200	-	-

Номер задачи	D , м	d , м	H , м	h , м	$h_{\text{атм}}$, мм.рт.ст.	F , кН	$z_{\text{м}}$, м	$p_{\text{м}}$, атм
1-28	1,25	0,200	5,00	3,00	-	0,600	-	-
1-29	1,80	0,600	2,00	0,500	-	8,00	1,50	0,600
1-30	0,700	0,500	2,50	1,00	-	1,00	0,500	0,300
1-31	0,150	0,050	1,50	1,00	-	0,050	0,700	-
1-32	0,200	0,075	1,75	1,20	-	0,100	0,800	-
1-33	1,50	-	5,00	1,20	755	-	-	-
1-34	1,25	-	4,50	1,00	765	-	-	-
1-35	0,650	-	4,00	-	765	-	-	-
1-36	0,800	-	4,25	-	770	-	-	-
1-37	0,200	0,100	-	0,400	-	0,500	-	-
1-38	0,250	0,125	-	0,500	-	0,400	-	-
1-39	0,450	0,250	0,400	-	760	-	-	-
1-40	0,500	0,200	0,500	-	740	-	-	-
1-41	1,00	0,100	5,00	0,75	735	-	2,90	-
1-42	0,750	0,075	4,75	0,60	740	-	2,60	-
1-43	0,750	0,500	0,500	-	-	20,0	0,800	-
1-44	1,00	0,400	4,00	-	-	15,0	1,00	-
1-45	0,200	0,100	1,80	-	730	-	1,60	1,10
1-46	0,180	0,090	2,00	-	760	-	1,50	1,00
1-47	0,300	0,100	0,700	-	730	-	-	-
1-48	0,500	0,200	0,800	-	740	-	-	-
1-49	0,100	-	6,00	2,00	-	-	-	-
1-50	0,200	-	6,50	3,00	-	-	-	-
1-51	-	-	2,50	7,00	735	-	-	-
1-52	-	-	3,00	10,00	745	-	-	-
1-53	-	-	2,60	-	740	-	-	-
1-54	-	-	3,10	-	750	-	-	-

где y_D и y_C - расстояния от центра давления D и центра тяжести C до линии пересечения плоскости стенки с ПП (ось Ox на рис. 2.1.); ξ_D - вертикальное расстояние от центра давления D до ПП; I_C - момент инерции площади S относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести C ; α - угол наклона стенки к горизонту.

В практических расчетах часто используют смещение центра давления D относительно центра тяжести C :

$$\Delta y = y_D - y_C = \frac{I_C}{y_C S} . \quad (2.2)$$

При двустороннем воздействии жидкостей на плоскую стенку следует сначала определить силы давления на каждую сторону стенки, а затем найти их результирующую по правилам сложения параллельных сил.

Для решения задач, когда в центре тяжести C площади стенки наблюдается вакуум, или, когда только часть S стенки подвергается воздействию жидкости под избыточным давлением газа (воздуха), а необходимо определить суммарную силу воздействия газа и жидкости на всю стенку S_0 , следует обратиться к [3, 6].

В прил. 3 даны моменты инерции I_C , площади некоторых плоских симметричных фигур и координаты их центров тяжести.

Силы давления жидкости на криволинейные стенки.

В этом случае элементарные силы давления действуют в каждой точке поверхности нормально к ней, имеют разные направления и могут быть приведены к главному вектору и главному моменту. В большинстве практических задач рассматриваются цилиндрические или сферические поверхности, имеющие вертикальную плоскость симметрии. В этом случае сумма элементарных сил давления приводится к равнодействующей силе, лежащей в плоскости симметрии.

Величину и направление равнодействующей силы F на цилиндрическую поверхность AB с образующей, перпендикулярной к плоскости чертежа (рис.2.2), можно определить по двум взаимно-перпендикулярным составляющим, например, горизонтальной и вертикальной .

Горизонтальная составляющая силы давления жидкости на криволинейную стенку S равна силе давления на вертикальную проекцию этой стенки, нормальную к оси Ox , и определяется по формуле

$$F_x = p_{Cx} S_x , \quad (2.3)$$

где p_{Cx} - избыточное давление в центре тяжести C_x площади S_x вертикальной проекции стенки.

Таким образом, алгоритм вычисления F_x следующий:

1) спроецировать поверхность S на вертикальную плоскость, перпендикулярную оси Ox , и определить ее площадь S_x ;

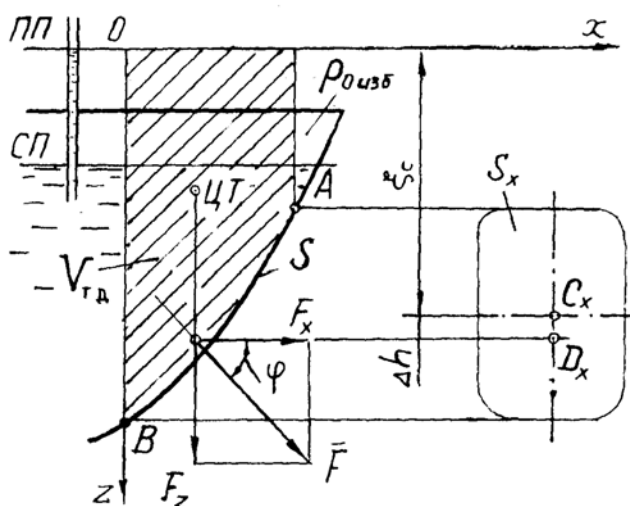


Рис. 2.2

- 2) найти центр тяжести C_x площади S_x ;
- 3) вычислить избыточное давление p_{C_x} в точке C_x ;
- 4) перемножить величину давления p_{C_x} на значение площади S_x .

Линия действия силы F_x проходит через центр давления D_x вертикальной проекции стенки и смещена относительно центра тяжести C_x на расстояние

$$\Delta h = \frac{I_{C_x}}{\xi_{C_x} S_x},$$

где I_{C_x} - момент инерции площади S_x относительно горизонтальной оси, проходящей через точку C_x ; ξ_{C_x} - расстояние по вертикали от центра тяжести до ПП.

Вертикальная составляющая силы давления, воспринимаемой криволинейной стенкой, равна весу жидкости в объеме $V_{тд}$ так называемого тела давления. Объем $V_{тд}$ ограничен рассматриваемой криволинейной стенкой, пьезометрической плоскостью и вертикальной проецирующей поверхностью, построенной на контуре стенки (см. рис. 2.2). Следовательно, для вертикальной составляющей F_z имеем

$$F_z = \rho g V_{тд}. \quad (2.4)$$

Она проходит через центр тяжести объема $V_{тд}$.

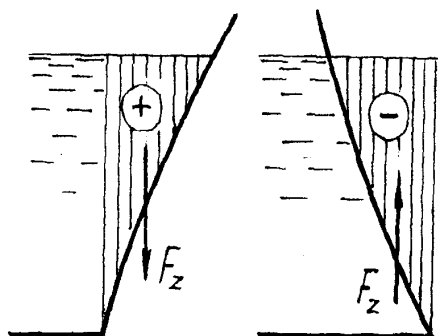


Рис. 2.3

Если жидкость расположена над твердой поверхностью, то тело давления строится со смоченной стороны стенки (рис. 2.3), а вертикальная составляющая силы направлена вниз. Когда криволинейная поверхность находится над жидкостью, то строится фиктивное тело давления, расположенное с сухой стороны стенки; при этом вертикальная составляющая силы направлена вверх.

В приведенных формулах для F_x и F_z предполагается, что жидкость находится с одной стороны стенки, а с несмоченной ее стороны давление равно атмосферному.

Величина полной силы давления на криволинейную стенку определяется по соотношению $F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2}$.

Линия действия F проходит через точку пересечения линий действия составляющих F_x и F_z . Угол φ наклона силы F к горизонту можно найти с помощью формулы $\operatorname{tg}\varphi = F_z / F_x$.

Заметим, что для стенок постоянной кривизны (цилиндрических, сферических) полная сила давления проходит через ось или центр кривизны стенки.

В некоторых случаях для нахождения той или иной составляющей силы давления жидкости на криволинейную стенку следует разбить ее поверхность на отдельные участки, определить соответствующие усилия на каждый участок стенки и далее их просуммировать.

Так, для определения вертикальной составляющей силы давления жидкости на полусферическую стенку abc (рис. 2.4), следует разделить поверхность полусферы горизонтальной плоскостью на верхнюю ab и нижнюю bc половины и найти вертикальные составляющие силы давления на каждую из них. Для стенки ab она равна весу жидкости в объеме $abmn$ ($F_z^{ab} = \rho g V_{abmn}$) и направлена вверх, а для стенки bc она равна весу жидкости в объеме $bcnm$ ($F_z^{bc} = \rho g V_{bcnm}$) и направлена вниз. Следовательно, вертикальная составляющая силы давления на всю полусферу abc равна разности найденных величин

$$F_z = F_z^{bc} - F_z^{ab} = \rho g (V_{bcnm} - V_{abmn}) = \rho g V_{abc},$$

т.е. равна весу жидкости в объеме жидкости полусферы и направлена вниз.

Заметим, что для нахождения горизонтальной составляющей силы давления жидкости нет необходимости разбивать поверхность abc на участки, т.е. горизонтальная составляющая силы может быть определена на всю полусферу.

Возможным приемом расчета силы давления, который часто упрощает решение задач, является рассмотрение равновесия объема жидкости, заключенного между поверхностью и плоским сечением, проведенным через ее граничный контур. Пусть, например, требуется определить силу F давления жидкости на коническую крышку (рис. 2.5).

Выделим в качестве механического объекта объем жидкости, ограниченный конической крышкой и плоским основанием ac в виде круга. По аксиоме статики равновесие жидкого объема не нарушается при его затвердевании. На полученное твердое тело действуют три силы: сила тяжести и две реакции, одна со стороны плоского основания, другая – со стороны боковой поверхности конуса. Три уравновешенных силы лежат в плоскости и пересекаются в одной точке, поэтому условие равновесия выделенного объекта в векторной форме можно записать в виде

$$\bar{N} + \bar{G} + \bar{R} = 0,$$

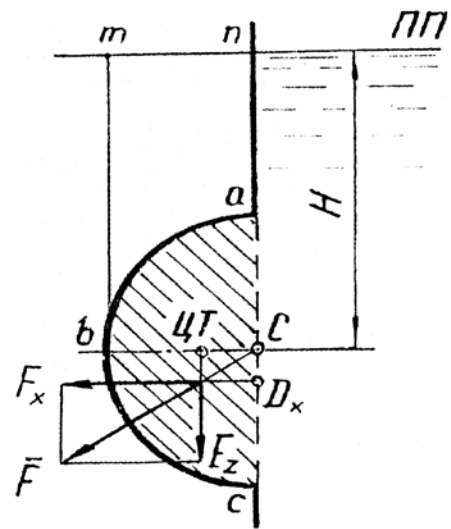


Рис. 2.4

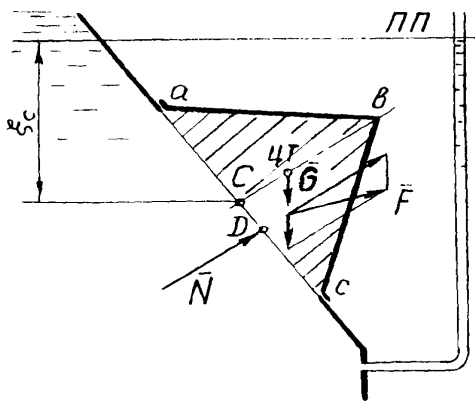


Рис. 2.5

где \bar{N} - сила давления жидкости на выделенный объем, т.е. на плоское сечение ac ($N = \rho g \xi_c S_{ac}$ и проходит по нормали к сечению через центр давления D); \bar{G} - вес выделенного объема жидкости ($G = \rho g V_{abc}$); \bar{R} - сила действия крышки на жидкость.

Так как искомая сила \bar{F} равна и противоположна силе \bar{R} , получаем уравнение $\bar{F} = \bar{N} + \bar{G}$, из которого можно определить силу давления \bar{F} или любую ее составляющую.

2.2. Примеры решения задач

Задача 2.2.1. Поворотный клапан АО закрывает выход из бензохранилища в трубу круглого сечения диаметром $d=30\text{см}$ (рис. 2.6). Пластина клапана опирается на срез трубы, сделанный под углом $\alpha = 45^\circ$. Плотность бензина $\rho=700\text{кг/м}^3$. В трубе жидкость отсутствует. Определить (без учета трения в опоре O клапана и ролика B) силу T натяжения троса, необходимую для открытия клапана, если уровень бензина $H=0,85\text{м}$, а давление над ним по манометру $p_m=5,0\text{кПа}$.

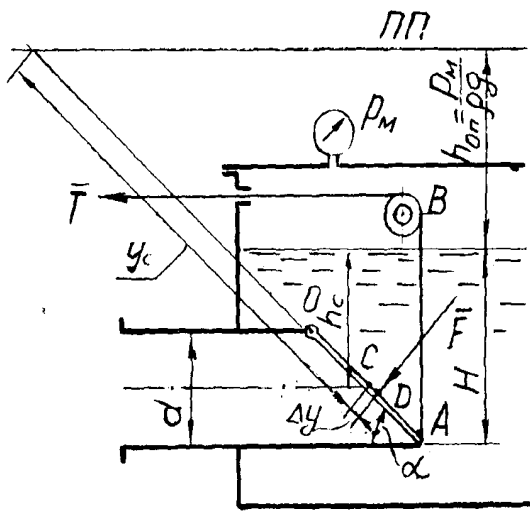


Рис. 2.6

Дано: $H=0,85\text{м}$;

$d=30\text{ см}=0,30\text{м}$;

$\rho=700\text{ кг/м}^3$;

$p_m=5,0\text{ кПа}=5\cdot 10^3\text{ Па}$.

Определить: T .

Решение. 1. Для определения силы натяжения троса при открытии клапана необходимо найти силу воздействия бензина на пластину клапана и точку ее приложения. Так как со стороны трубы давление атмосферное, то сила давления бензина равна $F = p_{C_{изб}} S$, где $p_{C_{изб}}$ - избыточное давление в центре тяжести площади пластины АО, равное

$$p_{C_{изб}} = p_m + \rho g h_c = p_m + \rho g \left(H - \frac{d}{2} \right) = 5 \cdot 10^3 + 700 \cdot 9,81 \left(0,85 - \frac{0,30}{2} \right) = 9,81 \cdot 10^3 \text{ Па};$$

$$S = \pi \frac{d}{2} \cdot \frac{d}{2 \sin \alpha} = 3,14 \frac{0,30 \cdot 0,30}{2 \cdot 2 \cdot 0,707} = 0,100 \text{ м}^2 \text{ - площадь пластины.}$$

Таким образом, получим

$$F = 9,81 \cdot 10^3 \cdot 0,100 = 981 \text{ Н.}$$

2. Эта сила действует перпендикулярно к плоскости клапана и приложена в центре давления. Его положение относительно центра тяжести пластины определяется по формуле (2.2).

Для рассматриваемого примера $I_C = \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{2 \sin \alpha} \right)^3 \cdot \frac{d}{2}$ - момент инерции

площади пластины в форме эллипса относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести эллипса: $y_C = (p_m / \rho g + H - d / 2) / \sin \alpha$ - расстояние от центра тяжести площади пластины до ПП, вдоль плоскости клапана. Вычислим эти величины

$$I_C = \frac{3.14}{4} \left(\frac{0.30}{2 \cdot 0.707} \right)^3 \frac{0.30}{2} = 1.12 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4 ;$$

$$y_C = \left(\frac{5 \cdot 10^3}{700 \cdot 9.81} + 0.85 - \frac{0.30}{2} \right) / 0.707 = 2.02 \text{ м}.$$

Итак, имеем

$$\Delta y = y_D - y_C = \frac{1.12 \cdot 10^{-3}}{2.02 \cdot 0.100} = 0.006 \text{ м} = 6 \text{ мм}.$$

3. Определим силу T , воспользовавшись уравнением моментов относительно точки O :

$$Td \cdot \text{ctg } \alpha = F (d/2 \sin \alpha + \Delta y),$$

откуда $T = F \left(\frac{d}{2 \sin \alpha} + \Delta y \right) / d \cdot \text{ctg } \alpha = 981 \left(\frac{0.30}{2 \cdot 0.707} + 0.006 \right) / 0.30 \cdot 1.0 = 713 \text{ Н}.$

Задача 2.2.2. Два полушария радиусом $r=5\text{см}$ скреплены болтами и наполнены ртутью. Вычислить растягивающее и срезающее усилия, для болтов фланцевого соединения шара (рис.2.7), если высота ртути в пьезометрической трубке $\xi=10\text{см}$.

Дано: $r=5\text{см} = 0,05\text{м};$
 $\xi=10\text{см}=0,10\text{м};$
 $\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$

Определить: $F_{\text{срез}}; F_{\text{раст}}.$

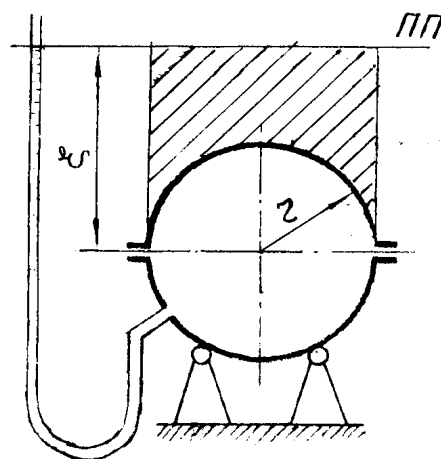


Рис. 2.7

Решение. 1. Усилие, срезающее болты, представляет собой горизонтальную составляющую силы давления ртути на верхнюю полусферу. Так как для любой горизонтальной оси существуют две противоположно направленные и равные по величине силы, действующие на полусферу, то результирующая горизонтальных составляющих сил (срезающее усилие) равна нулю.

2. Растягивающим усилием для болтов является вертикальная составляющая силы давления ртути на верхнюю полусферу.

Согласно (2.4.) вертикальная составляющая силы давления на криволинейную поверхность равна весу жидкости в объеме тела давления. Определяем тело давления для верхней полусферы (на рис. 2.7 оно заштриховано). Тогда имеем

$$F_{\text{раст}} = F_z = \rho_{\text{рт}} g V_{\text{ТД}} = \rho_{\text{рт}} g \left(\pi r^2 \xi - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \right) =$$

$$= 13.6 \cdot 10^3 \cdot 9.81 (3.14 \cdot 0.05^2 \cdot 0.10 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 0.05^3) = 69,4 \text{ Н.}$$

Задача 2.2.3. Резервуар диаметром $D=2.00\text{м}$ и длиной $L=6.0\text{м}$ заполнен нефтью ($\rho=900\text{кг/м}^3$) до высоты $H=1,60\text{м}$ (рис.2.8, а). Над свободной поверхностью создано избыточное давление $p_{\text{изб}}=30\text{кПа}$.

Определить величину и направление силы давления нефти на нижнюю четверть ab обшивки резервуара.

Дано: $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$; $D=2,00\text{м}$; $L=6,0\text{м}$;
 $H=1,60\text{м}$; $p_{\text{изб}}=30\text{кПа} = 30 \cdot 10^3 \text{ Па}$.
 Определить: F_{ab} , φ .

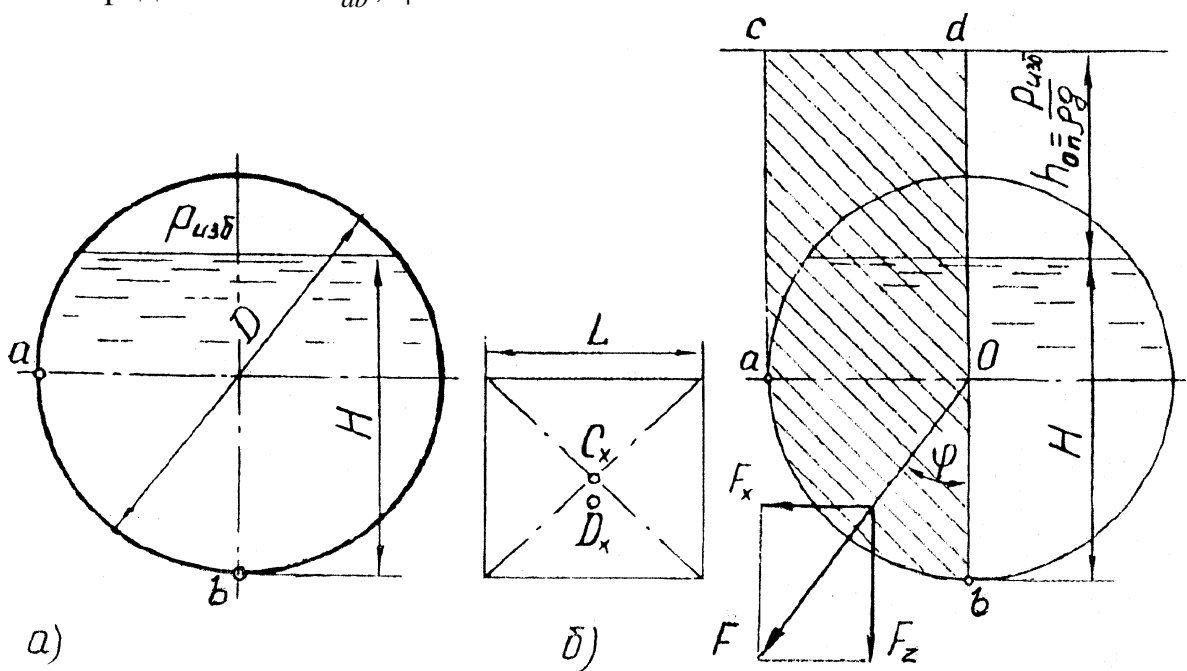


Рис. 2.8

Решение. 1. Для определения величины и направления силы давления нефти на часть ab цилиндрической поверхности найдем составляющие F_x и F_z . Для получения горизонтальной составляющей F_x силы продумаем следующие операции:

- 1) определим вертикальную проекцию поверхности ab . Это будет прямоугольник $L \cdot D/2$ (рис.2.8,б);
- 2) найдем центр тяжести C_x площади вертикальной проекции;
- 3) вычислим избыточное давление в точке C_x :

$$p_{Cx} = p_{изб} + \rho g \left(H - \frac{D}{4} \right) = 30 \cdot 10^3 + 900 \cdot 9.81 \left(1.60 - \frac{2.0}{4} \right) = 39.7 \cdot 10^3 \text{ Па};$$

4) получим величину горизонтальной составляющей F_x

$$F_x = p_{Cx} L \frac{D}{2} = 39.7 \cdot 10^3 \cdot 6.0 \cdot 2.0 / 2 = 238 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

2. Вертикальную составляющую F_z определяем с использованием тела давления. Сначала найдем ПП, которая находится выше свободной поверхности на высоте

$$h_{0n} = p_{изб} / \rho g = 30 \cdot 10^3 / 900 \cdot 9.81 = 3.40 \text{ м.}$$

Для участка ab цилиндрической поверхности тело давления $abOdc$ (см. рис. 2.8, б) можно представить в виде суммы объемов прямоугольного параллелепипеда $aOdc$ и четверти цилиндра abO . Вычислим объем тела давления:

$$\begin{aligned} V_{\text{тд}} &= \frac{D}{2} \left(h_{0n} + H - \frac{D}{2} \right) L + \frac{1}{4} \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 L = \\ &= \frac{2.0}{2} \left(3.4 + 1.6 - \frac{2.0}{2} \right) 6.0 + \frac{1}{4} 3.14 \left(\frac{2.0}{2} \right)^2 6.0 = 28.7 \text{ м}^3. \end{aligned}$$

Теперь найдем величину вертикальной составляющей

$$F_z = \rho g V_{\text{тд}} = 900 \cdot 9.81 \cdot 28.7 = 253 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

3. Полная сила воздействия нефти на участок ab обшивки резервуара будет равна

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} = \sqrt{238^2 \cdot 10^6 + 253^2 \cdot 10^6} = 347 \cdot 10^3 \text{ Н} = 347 \text{ кН} .$$

Направление этой силы можно определить с помощью

$$\text{tg } \varphi = \frac{F_x}{F_z} = \frac{238 \cdot 10^3}{253 \cdot 10^3} = 0.941 .$$

Отсюда $\varphi = 43,3^\circ$.

2.3. Задачи

2-1÷2. Цистерна длиной $L=4,00$ м и высотой $H=1,80$ м заполнена топливом ($\rho = 780 \text{ кг/м}^3$) до уровня h в приемной трубке. Круглый люк диаметром D в наклонной стенке закрыт плоской крышкой. Центр крышки расположен на расстоянии H_1 от дна цистерны.

Определить: 1) величину и точку приложения силы давления топлива на крышку люка;

2) величину и направление силы давления топлива на цилиндрическую часть ab дна.

2-3÷4. В вертикальной стенке бака на высоте H_1 сделано круглое отверстие диаметром D , закрываемое конической крышкой высотой $l=0,40$ м. Бак снизу имеет наклонную крышку размерами $a \times a$ с осью вращения O и заполнен водой до уровня $H=2,00$ м. На свободной поверхности избыточное давление $P_{изб}$.

Определить: 1) силу F , которой должна прижиматься к баку нижняя крышка во избежание утечки воды;

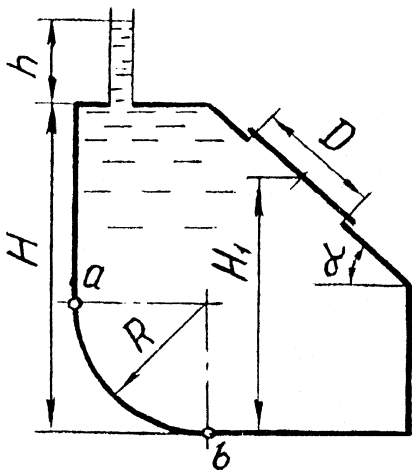
2) силу давления воды, действующую на коническую крышку.

2-5÷6. Бак прямоугольного сечения высотой $H=1,20$ м имеет сверху полушарическую крышку радиусом R , а снизу - наклонную плоскую крышку диаметром D с осью вращения O . Бак полностью заполнен маслом ($\rho = 820 \text{ кг/м}^3$) под давлением p_m .

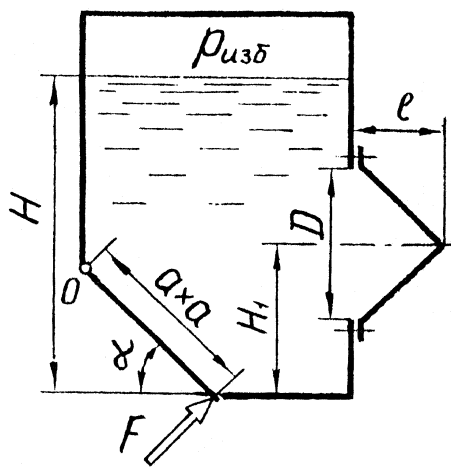
Определить: 1) силу F , которой необходимо прижимать к баку нижнюю крышку во избежание утечки масла;

2) усилие, отрывающее полушарическую крышку.

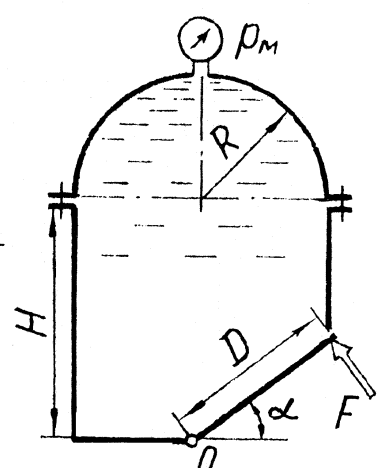
К задачам 2-1÷2



К задачам 2-3÷4



К задачам 2-5÷6



2-7÷8. В резервуар налит керосин ($\rho = 822 \text{ кг/м}^3$). Избыточное давление на свободной поверхности равно $p_{\text{изб}}$.

Определить: 1) момент, который необходимо приложить к оси O дискового затвора диаметром D , закрывающего сливную трубу, наклоненную под углом α к горизонту (ось затвора расположена на глубине H_1);

2) растягивающее и сдвигающее усилия на болтовую систему полуцилиндрической крышки радиусом R и длиной $L=0,60 \text{ м}$, находящейся на глубине h в стенке резервуара.

2-9÷10. Бак заполнен маслом ($\rho=830 \text{ кг/м}^3$) под давлением p_m . На наклонном дне сделано круглое отверстие, закрытое полусферической крышкой радиусом R . Глубина погружения центра отверстия H_1 . В верхней части бак имеет наклонную плоскую крышку диаметром D с осью вращения O .

Определить: 1) силу F , которой должна прижиматься к наклонной стенке плоская крышка во избежание утечки масла;

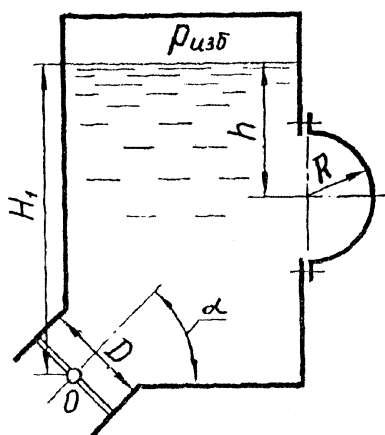
2) усилия на болтовую систему полусферической крышки.

2-11÷12. У шарового сосуда радиусом R часть поверхности вырезана и заменена плоской стенкой, на которой посередине имеется круглый люк диаметром D . Показание манометра p_m . Сосуд заполнен маслом ($\rho=850 \text{ кг/м}^3$).

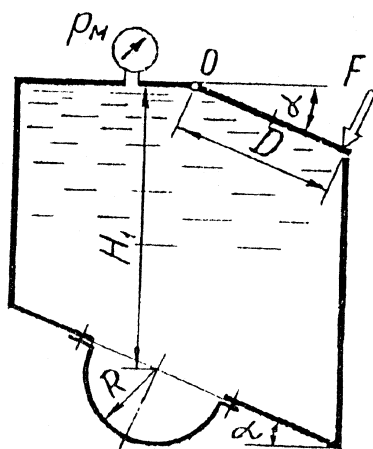
Определить: 1) величину и точку приложения силы давления масла на плоскую крышку люка;

2) величину и направление силы давления масла на верхнюю четверть ab поверхности сосуда.

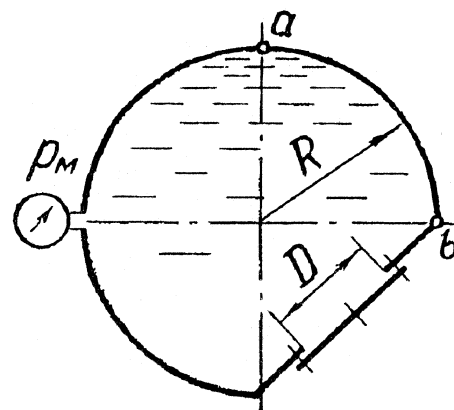
К задачам 2-7÷8



К задачам 2-9÷10



К задачам 2-11÷12



2-13÷14. В вертикальной стенке бака на глубине H_1 сделано круглое отверстие диаметром D , закрытое полусферической крышкой. Вверху бак имеет наклонную крышку размерами $a \times a$ с осью вращения O . Бак заполнен водой до уровня h в пьезометре.

Определить: 1) силу F , которой должна прижиматься к баку верхняя крышка во избежание утечки воды;

2) величину и направление силы давления воды на полусферическую крышку.

2-15÷16. Резервуар со стенками шириной $B = 2,40\text{ м}$ перпендикулярно плоскости рисунка заполнен керосином ($\rho = 720\text{ кг/м}^3$). В наклонной стенке резервуара сделано круглое отверстие диаметром D , закрытое плоской крышкой с осью вращения O на глубине H_1 . На свободной поверхности избыточное давление $p_{\text{изб}}$.

Определить: 1) величину силы F , прижимающей крышку, чтобы не допустить утечки керосина;

2) величину и направление силы давления керосина на цилиндрическую поверхность ab радиусом R , если точка a находится на глубине $h = 0,2R$.

2-17÷18. У шарового сосуда радиусом R одна четверть поверхности вырезана и заменена горизонтальной полукруглой пластиной и вертикальной полукруглой крышкой с горизонтальной осью вращения O . Сосуд заполнен маслом ($\rho = 830\text{ кг/м}^3$) под давлением p_m , соответствующему столбу жидкости h .

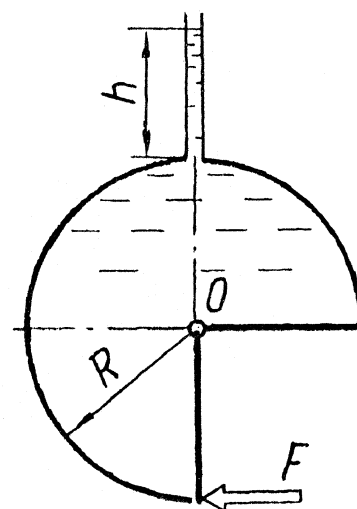
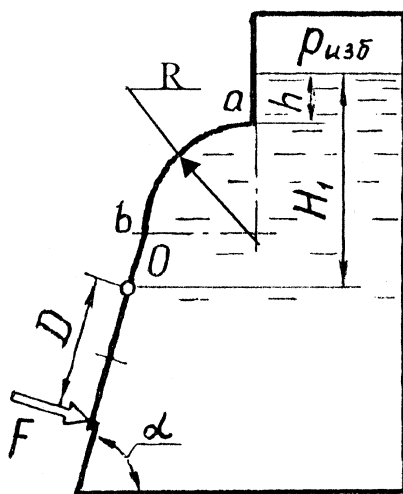
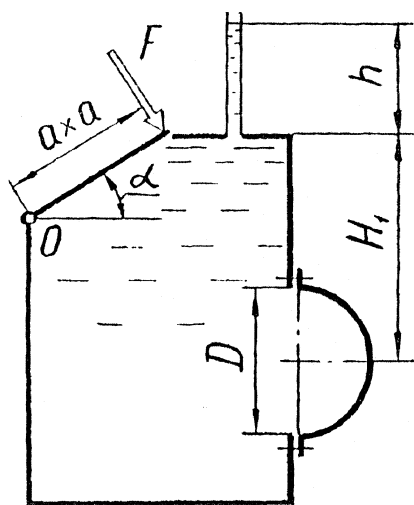
Определить: 1) величину силы F , необходимую для удержания крышки в закрытом положении во избежание утечки масла;

2) силу воздействия масла на сферическую поверхность сосуда.

К задачам 2-13÷14

К задачам 2-15÷16

К задачам 2-17÷18



2-19÷20. Бак в форме усеченной пирамиды с наклоном стенок α имеет сверху полусферическую крышку радиусом R и заполнен водой до уровня h в пьезометре. Боковая стенка бака имеет круглое отверстие диаметром D , закрытое плоской крышкой, ось вращения которой расположена на глубине H_1 .

Определить: 1) силу F , которой должна прижиматься плоская крышка к баку во избежание утечки воды;

2) силу давления воды на крышку, если вместо плоской установить полусферическую.

2-21÷22. Цилиндрическая цистерна длиной $L=4,20\text{м}$ и радиусом R заполнена нефтью ($\rho=960\text{кг/м}^3$). Показание манометра p_m .

Определить: 1) величину и точку приложения силы давления жидкости на плоскую крышку, закрывающую круглое отверстие диаметром D сбоку цистерны;

2) величину и направление силы давления нефти на часть ab поверхности цистерны.

2-23÷24. Бак высотой $H=2,20\text{м}$ в вертикальной стенке имеет отверстие, закрытое шаровым клапаном радиусом R . Заполнение бака нефтью ($\rho=780\text{кг/м}^3$) производится через наклонную трубу диаметром D , перекрываемую плоским круглым затвором с осью вращения на высоте H_1 . Показание манометра составляет p_m .

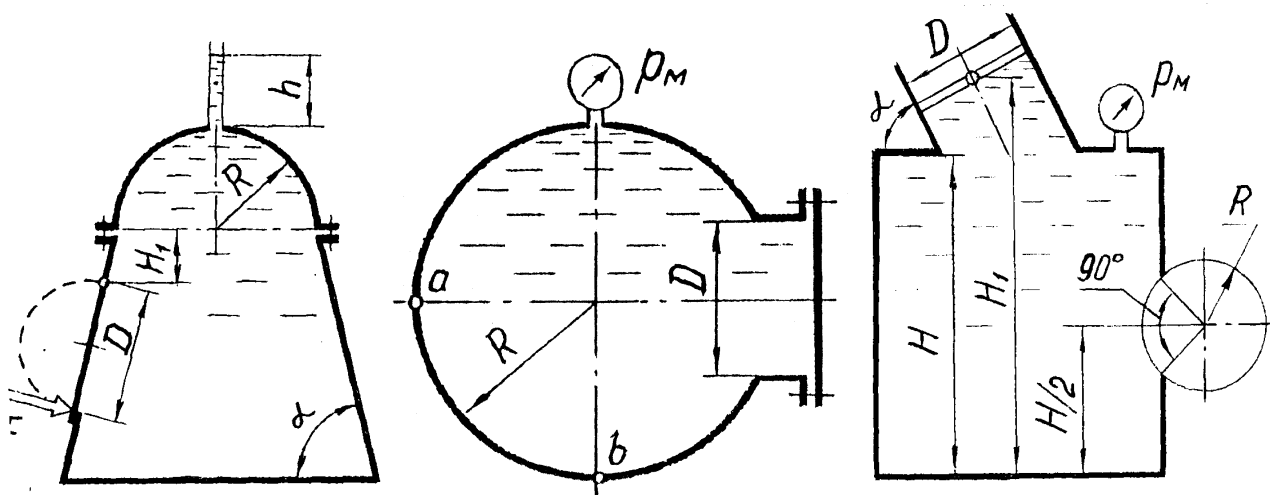
Определить: 1) момент, необходимый для удержания затвора в закрытом положении, если с другой стороны затвора в трубе давление атмосферное;

2) силу и направление воздействия нефти на клапан.

К задачам 2-19÷20

К задачам 2-21÷22

К задачам 2-23÷24



2-25÷26. Закрытый резервуар имеет прямоугольное окно длиной $L=1,20\text{ м}$ и шириной D , которое закрывается цилиндрическим затвором. На свободной поверхности воды избыточное давление $p_{\text{изб}}$. Глубина погружения оси затвора H_1 .

Определить усилие на цапфы и момент воздействия воды на затвор.

2-27÷28. Бак высотой $H=2,00\text{ м}$ имеет в днище отверстие, закрытое шаровым клапаном радиусом R . Заполнение бака нефтью ($\rho=950\text{ кг/м}^3$) производится через наклонную трубу диаметром D , перекрываемую плоским круглым затвором с осью вращения, расположенной на высоте H_1 . Показание манометра составляет p_m .

Определить: 1) момент, который нужно приложить к затвору для удержания его в закрытом положении, если с другой стороны затвора в трубе давление атмосферное;

2) усилие воздействия нефти на клапан.

2-29÷30. Резервуар длиной $L=3,20\text{ м}$ и высотой H_1 в вертикальной стенке на глубине $h=1,2\text{ м}$ имеет отверстие диаметром D , закрытое коническим клапаном высотой $l=240\text{ мм}$. Резервуар полностью заполнен маслом ($\rho=840\text{ кг/м}^3$). Показание манометра, установленного на крыше резервуара, составляет p_m .

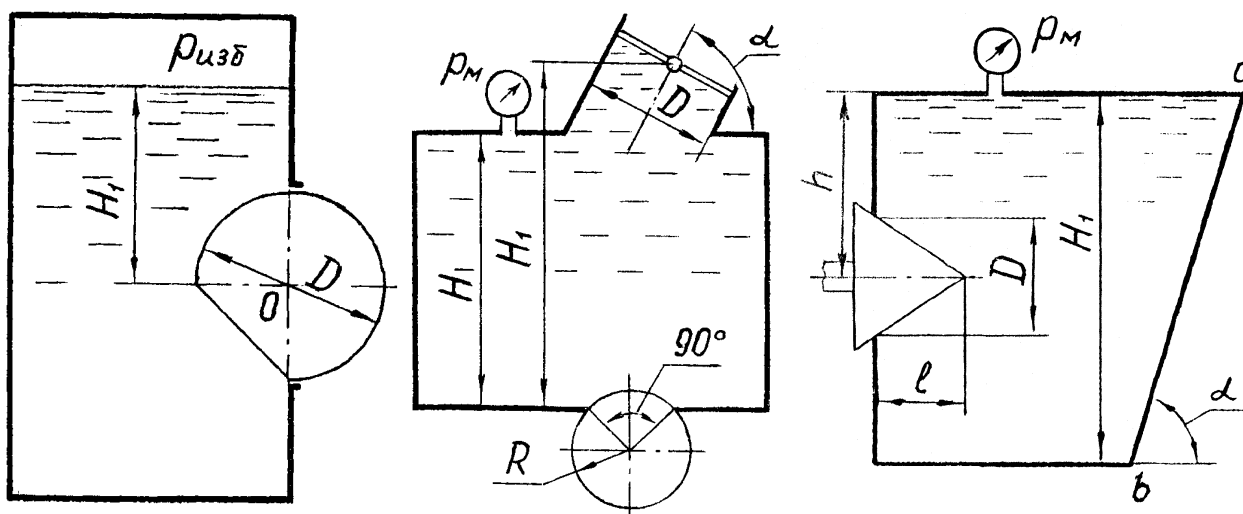
Определить: 1) величину и точку приложения силы давления масла на боковую стенку ab резервуара;

2) величину и направление силы воздействия масла на клапан.

К задачам 2-25÷26

К задачам 2-27÷28

К задачам 2-29÷30



2-31÷32. Цистерна длиной $L=3,60$ м и высотой $H=2,00$ м заполнена нефтью ($\rho=920$ кг/м³) под давлением p_m . Снизу цистерна имеет наклонную крышку размерами $a \times a$ с осью вращения O .

Определить: 1) силу F , которой необходимо прижимать к цистерне крышку во избежание утечки нефти;

2) величину и направление силы давления нефти на цилиндрическую часть ab цистерны.

2-33÷34. В наклонной стенке бака высотой $H=1,60$ м сделано круглое отверстие диаметром D , закрытое плоской крышкой. Центр крышки расположен на расстоянии H_1 от дна бака. Показание манометра, установленного на крыше бака, составляет p_m . Бак заполнен маслом ($\rho=800$ кг/м³).

Определить: 1) величину и точку приложения силы давления масла на плоскую крышку люка;

2) величину и направление силы давления масла на крышку, если плоская будет заменена полусферической.

2-35÷36. Отверстие в дне сосуда, выполненного в виде неправильной призмы ($a \times a$, H_1), у которой передняя и задняя грани параллельны, закрыто конической пробкой диаметром D и высотой $l=200$ мм. Сосуд полностью заполнен водой под давлением p_m .

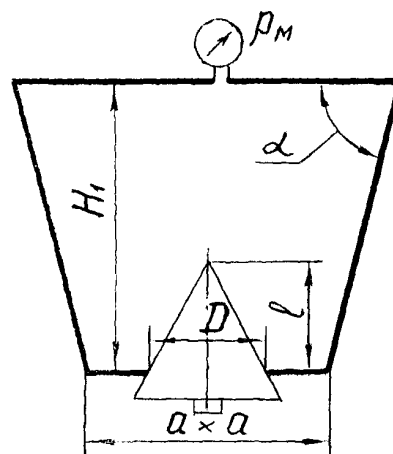
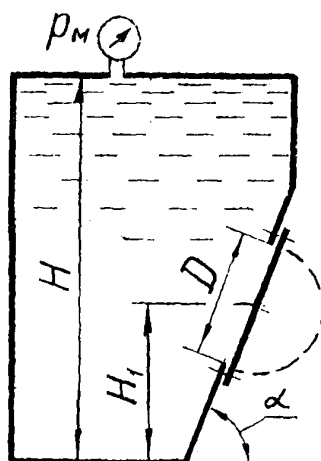
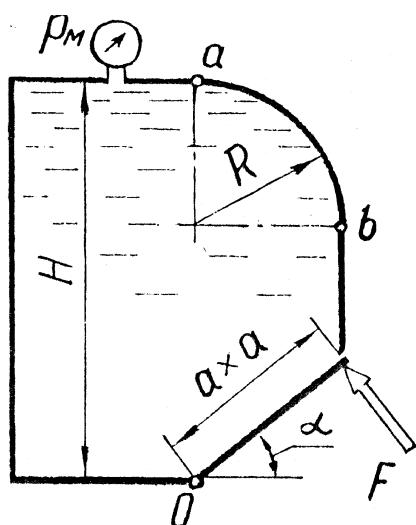
Определить: 1) величину и точку приложения силы давления на боковую грань сосуда;

2) силу давления воды на коническую пробку.

К задачам 2-31÷32

К задачам 2-33÷34

К задачам 2-35÷36



2-37÷38. Резервуар длиной $L=2,00$ м заполнен маслом ($\rho=760\text{кг/м}^3$) до уровня $H=2,20$ м. Показание манометра, установленного на крыше резервуара, составляет p_m . В наклонной стенке сделано квадратное отверстие размерами $a \times a$, закрытое плоской крышкой с осью вращения O , расположенной на глубине H_1 . Крышка, во избежание утечки масла, прижимается силой F .

Определить: 1) величину силы F ;
2) величину и направление силы давления масла на цилиндрическую поверхность ab .

2-39÷40. Резервуар с нефтью ($\rho=900 \text{ кг/м}^3$) диаметром $2R$ и длиной $L=6,0$ м оборудован сливной наклонной трубой диаметром D . В трубе установлен дисковый затвор, ось которого находится на глубине H_1 под уровнем нефти. Высота заполнения нефти в резервуаре $H=1,60$ м. На свободной поверхности давление избыточное $p_{изб}$.

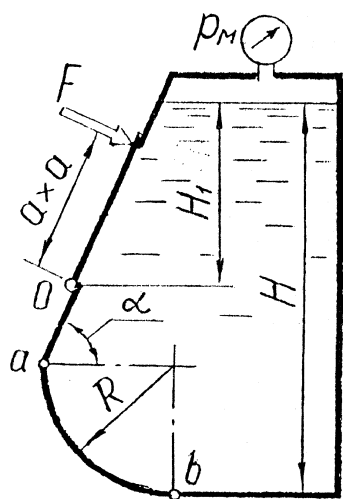
Определить: 1) момент, необходимый для удержания дискового затвора в закрытом состоянии;

2) величину и направление силы давления нефти на цилиндрическую часть ab поверхности резервуара.

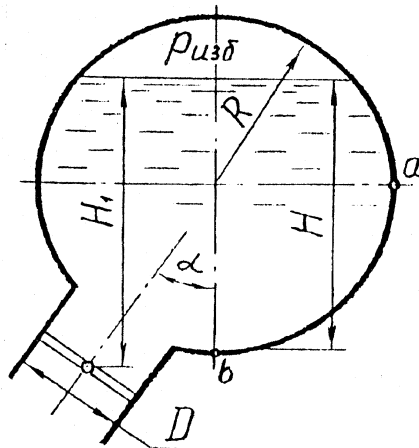
2-41÷42. Закрытый резервуар имеет прямоугольное окно длиной $L=1,40$ м и шириной D , которое закрывается цилиндрическим затвором. Сосуд заполнен керосином ($\rho=820\text{кг/м}^3$) до уровня H_1 от оси затвора. На свободной поверхности давление избыточное $p_{изб}$.

Определить силу воздействия керосина на затвор и момент этой силы относительно оси O .

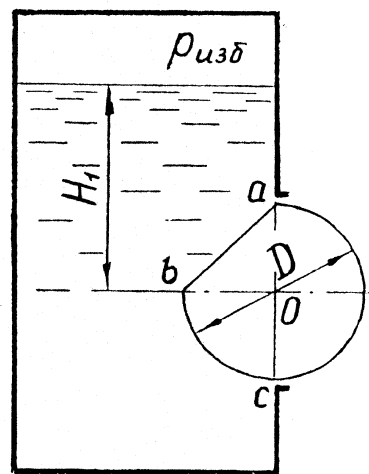
К задачам 2-37÷38



К задачам 2-39÷40



К задачам 2-41÷42



2-43÷44. Бортовая топливная цистерна I заполняется топливом ($\rho_T = 780 \text{ кг/м}^3$) через приемную трубку 2 , выходящую на палубу судна ($H=5,5\text{м}$). В наклонной стенке цистерны имеется отверстие, закрытое плоской крышкой. Центр крышки расположен на расстоянии H_1 от днища. Ширина цистерны $B=1,5\text{м}$, радиус скулы R , осадка судна $T=3,0\text{м}$.

Определить: 1) величину и точку приложения силы давления топлива на крышку отверстия, если оно круглое диаметром D ;

2) величину и направление силы давления воды на часть KMN обшивки корпуса судна на длине a одной рамной шпации.

2-45÷46. По условиям задач **2-43÷44** определить:

1) величину и точку приложения силы давления топлива на крышку отверстия, если оно имеет эллиптическую форму размерами $a \times D$;

2) величину и направление сил давления воды и топлива на скуловой лист MN на длине $5,4\text{м}$.

2-47÷48. В кормовой части судна имеется отсек, заполненный топливом ($\delta_T=0,87$) до уровня H_1 . С другой стороны переборки – давление атмосферное. Поперечную переборку отсека условно можно представить как на рисунке.

Определить: 1) величину и точку приложения силы воздействия топлива на переборку, если над топливом давление атмосферное;

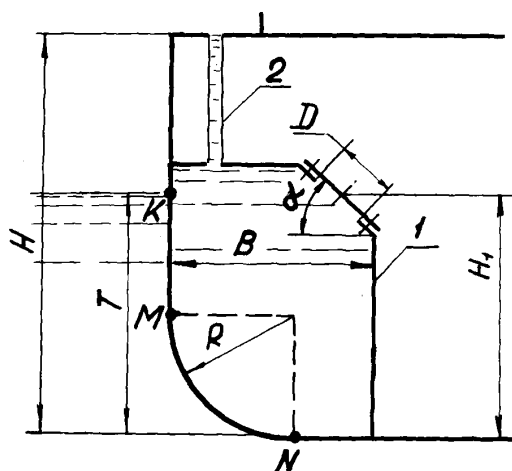
2) величину и направление силы давления воды на лист BC на длине шпации a , считая форму корпуса в пределах шпации цилиндрической.

2-49÷50. По условиям задач **2-47÷48** определить:

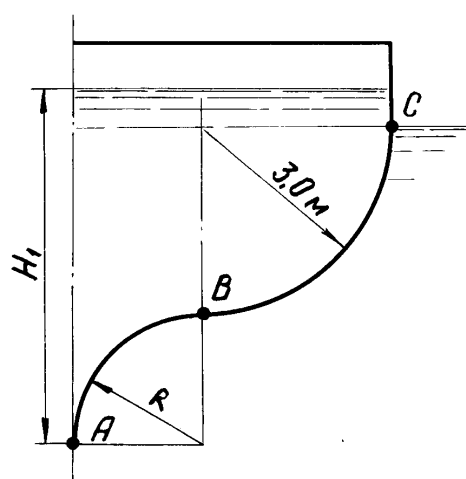
1) величину и точку приложения силы давления топлива на переборку, если над топливом создано избыточное давление $p_{\text{изб}}$;

2) величину и направление силы давления воды на лист обшивки AB на длине шпации a , считая форму корпуса в пределах шпации цилиндрической.

К задачам 2-43÷46



К задачам 2-47÷50



2-51÷52. Топливные цистерны подводной лодки диаметром D снабжены воздушными гуськами и заполнены топливом ($\rho_T = 810 \text{ кг / м}^3$) так, как указано на рисунке. Глубина погружения лодки H_1 . В отсеке избыточное давление воздуха $p_{\text{изб}}$. Плотность морской воды $\rho = 1025 \text{ кг / м}^3$.

Определить: 1) величину и точку приложения силы давления, действующей на круглую крышку диаметром d цистерны, если глубина погружения центра крышки h ;

2) величину и направление результирующей сил давления, действующих на часть AB обшивки лодки на длине шпации $l=1,6\text{м}$.

2-53÷54. По условиям задач **2-51÷52** определить:

1) величину и точку приложения силы давления, действующей на квадратную $d \times d$ крышку топливной цистерны, если глубина погружения центра крышки h ;

2) величину и направление результирующей сил давления, действующих на часть AC обшивки корпуса на длине шпации $l=0,8\text{м}$.

2-55÷56. Вид и размеры поперечной переборки топливной цистерны судна приведены на рисунке. Цистерна заполнена топливом ($\delta_T = 0,85$) до уровня H_1 . Осадка судна $T=4,2\text{м}$. Плотность морской воды $\rho = 1025 \text{ кг / м}^3$.

Определить: 1) величину и точку приложения силы давления топлива на поперечную переборку;

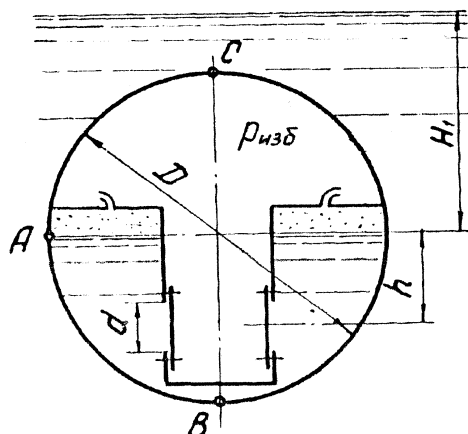
2) величину и направление силы давления воды на килевой лист AB обшивки корпуса судна на длине в одну шпацию a .

2-57÷58. По условиям задачи **2-55÷56** определить:

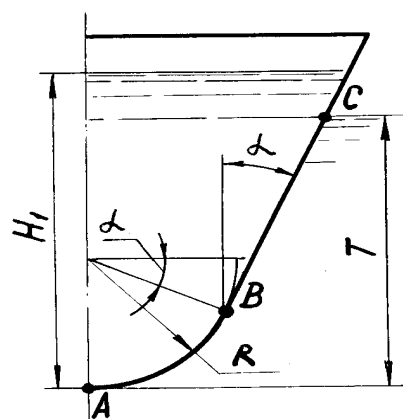
1) величину и точку приложения силы давления воды на лист BC бортовой обшивки судна на длине в одну шпацию a ;

2) величину и направление силы давления топлива на участок AB днищевой обшивки судна длиной a .

К задачам 2-51÷54



К задачам 2-55÷58



2-59÷60. На судне шириной $B=10,0\text{м}$ и осадкой $T=3,5\text{м}$ цистерна-отсек заполнена топливом ($\delta_T=0,82$) до уровня H_1 . Радиус скулы R .

Определить: 1) величину и точку приложения силы давления топлива на поперечную переборку топливной цистерны;

2) величину и направление силы давления воды на часть KMN наружной обшивки в пределах шпации a .

2-61÷62. По условиям задач **2-59÷60** определить: 1) величину, направление и точку приложения сил давления топлива на участки KM , MN и NP обшивки цистерны при ее длине $l=5,4\text{м}$.

2-63÷64. Цистерна подводной лодки диаметром D находящейся на глубине H_1 , заполнена топливом ($\rho_T = 865\text{кг/м}^3$) под избыточным давлением $p_{изб}$. Вне топливной цистерны в отсеке лодки давление атмосферное. Плотность морской воды $\rho = 1025\text{кг/м}^3$.

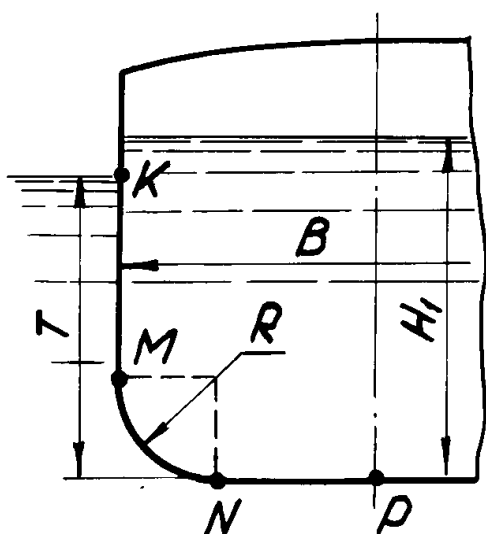
Определить: 1) величину и точку приложения силы давления, действующей на поперечную переборку топливной цистерны, если она заполнена на половину;

2) величину и направление результирующей сил давления на пластину BC на длине шпации a .

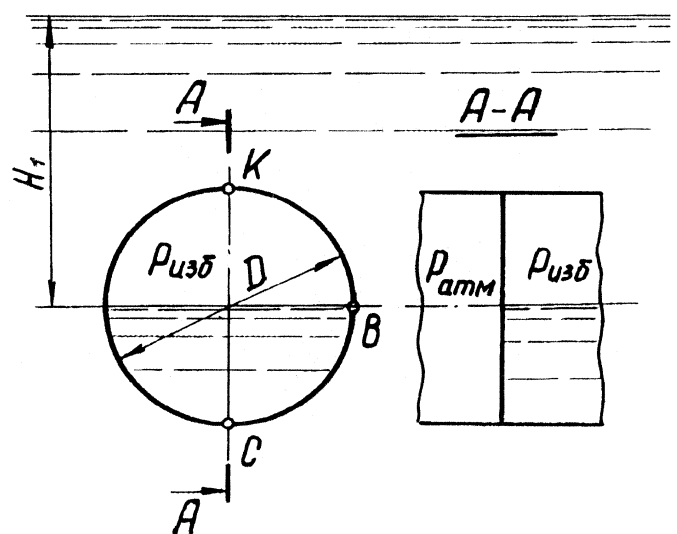
2-65÷66. По условиям задач **2-63÷64** определить: 1) величину и точку приложения силы давления, действующей на поперечную переборку топливной цистерны, если она заполнена практически полностью;

2) величину и направление результирующей сил давления на пластину BC на длине шпации a .

К задачам 2-59÷62



К задачам 2-63÷66



2-67÷68. Топливная цистерна военного корабля, оборудованного булями и имеющего килеватое днище, заполнена топливом ($\delta_T = 0,82$), как показано на рисунке. Ширина корпуса корабля $B = 20,0\text{ м}$, осадка $T = 8,0\text{ м}$, радиус буля R . Плотность морской воды $\rho = 1025\text{ кг / м}^3$.

Определить: 1) величину и точку приложения силы давления топлива на часть днищевой секции судна на длине шпации a ;

2) величину и направление силы давления воды, приложенной к участку ACD бортовой секции судна на длине одной шпации.

2-69÷70. По условиям задач **2-67÷68** найти:

1) величину и точку приложения силы давления воды на часть днищевой секции судна на длине шпации a ;

2) величину и направление силы давления топлива на обшивку буля на длине одной шпации.

2-71÷72. Топливная цистерна судна, имеющего развал бортов α , заполнена топливом ($\rho_T = 790\text{ кг / м}^3$) до уровня H_1 . Осадка судна $T = 3,6\text{ м}$, радиус скулового подворота $R = 1,1\text{ м}$. Плотность забортной воды $\rho = 1025\text{ кг / м}^3$.

Определить: 1) величину и точку приложения силы давления забортной воды на часть AB бортовой секции на длине в одну шпацию a ;

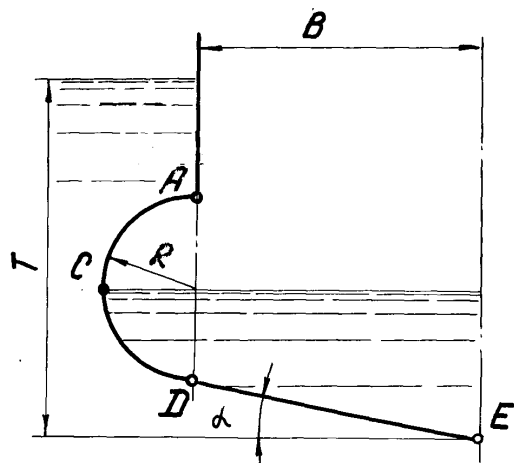
2) величину и направление силы давления топлива на участок BC обшивки судна на длине в одну шпацию.

2-73÷74. По условиям задач **2-71÷72** найти:

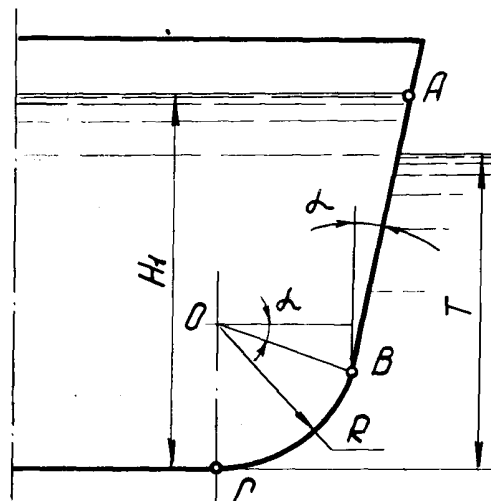
1) величину и точку приложения силы давления топлива на часть AB бортовой секции на длине $l = 3a$;

2) величину и направление силы давления забортной воды на участок BC обшивки судна на длине $l = 3a$.

К задачам 2-67÷70



К задачам 2-71÷74



Исходные данные к задачам гл. 2

Номер задачи	h , м	D , м	H_1 , м	α , град	R , м	$a(d)$, м	$p_{изб}(p_M)$, МПа
2-1	0.20	0.40	1.50	30	0.60	-	-
2-2	0.40	0.60	1.40	50	0.80	-	-
2-3	-	0.60	1.40	30	-	0.40	0.050
2-4	-	0.40	1.50	50	-	0.48	0.015
2-5	-	0.60	-	45	0.60	-	0.040
2-6	-	0.40	-	55	0.50	-	0.060
2-7	0.60	0.32	1.00	40	0.20	-	0.025
2-8	1.00	0.40	1.50	50	0.40	-	0.030
2-9	-	0.48	1.20	40	0.24	-	0.010
2-10	-	0.56	1.30	50	0.32	-	0.020
2-11	-	0.50	-	-	1.00	-	0.100
2-12	-	0.64	-	-	1.30	-	0.150
2-13	0.60	0.60	1.20	30	-	0.40	-
2-14	1.00	0.40	1.40	50	-	0.60	-
2-15	-	0.40	1.20	60	0.50	-	0.015
2-16	-	0.60	2.00	75	0.70	-	0.025
2-17	0.50	-	-	-	0.80	-	-
2-18	0.70	-	-	-	0.90	-	-
2-19	0.30	0.40	0.90	75	0.50	-	-
2-20	0.60	0.48	1.10	85	0.70	-	-
2-21	-	0.48	-	-	1.00	-	0.200
2-22	-	0.56	-	-	1.20	-	0.300
2-23	-	0.28	2.40	60	0.07	-	0.080
2-24	-	0.36	2.70	45	0.12	-	0.100
2-25	-	0.80	1.00	-	-	-	0.030
2-26	-	0.60	0.80	-	-	-	0.050
2-27	-	0.20	2.20	40	0.06	-	0.050
2-28	-	0.30	2.50	60	0.10	-	0.070
2-29	-	0.32	1.60	80	-	-	0.040
2-30	-	0.40	2.00	60	-	-	0.050
2-31	-	-	-	30	0.50	0.40	0.015
2-32	-	-	-	50	0.80	0.60	0.030
2-33	-	0.42	0.60	60	-	-	0.025
2-34	-	0.48	0.80	50	-	-	0.045
2-35	-	0.20	1.00	60	-	0.80	0.060
2-36	-	0.30	1.10	60	-	1.00	0.080
2-37	-	-	1.00	60	0.70	0.40	0.020
2-38	-	-	1.20	70	0.50	0.50	0.040
2-39	-	0.40	1.80	40	1.00	-	0.050

Окончание табл. 2.1

Номер задачи	h , м	D , м	H_1 , м	α , град	R , м	$a(d)$, м	$p_{изб}(p_M)$, МПа
2-40	-	0.50	2.00	45	1.10	-	0.060
2-41	-	0.75	1.20	-	-	-	0.045
2-42	-	0.56	1.00	-	-	-	0.070
2-43	-	0.52	3.0	45	1.0	1.8	-
2-44	-	0.50	3.0	45	1.1	1.6	-
2-45	-	0.50	2.8	45	1.0	0.60	-
2-46	-	0.48	2.8	45	1.0	0.65	-
2-47	-	-	5.6	-	2.0	0.80	-
2-48	-	-	5.5	-	2.0	0.70	-
2-49	-	-	5.4	-	1.8	0.70	0.012
2-50	-	-	5.6	-	1.8	0.80	0.014
2-51	0.90	3.2	20.0	-	-	0.60	0.120
2-52	0.86	3.0	19.0	-	-	0.60	0.100
2-53	0.80	3.1	19.0	-	-	0.56	0.110
2-54	0.90	3.0	20.0	-	-	0.58	0.098
2-55	-	-	4.9	25	2.0	1.2	-
2-56	-	-	4.8	25	2.0	1.1	-
2-57	-	-	4.8	25	1.8	1.3	-
2-58	-	-	4.9	25	1.8	1.2	-
2-59	-	-	5.0	-	1.1	1.8	-
2-60	-	-	4.8	-	1.2	1.6	-
2-61	-	-	4.8	-	1.0	-	-
2-62	-	-	5.0	-	0.90	-	-
2-63	-	3.0	20.0	-	-	0.60	0.015
2-64	-	3.1	21.0	-	-	0.70	0.014
2-65	-	3.0	20.0	-	-	0.70	0.020
2-66	-	2.9	19.0	-	-	0.60	0.018
2-67	-	-	-	10	2.6	1.5	-
2-68	-	-	-	11	2.5	1.5	-
2-69	-	-	-	10	2.4	1.6	-
2-70	-	-	-	9	2.5	1.6	-
2-71	-	-	5.2	10	-	1.4	-
2-72	-	-	5.0	10	-	1.3	-
2-73	-	-	5.2	11	-	1.4	-
2-74	-	-	5.0	10	-	1.4	-

3. КИНЕМАТИКА ЖИДКОСТИ

3.1. Основные сведения из теории, расчетные формулы и методические указания

В данном разделе рассматривается в основном плоское течение, т.е. одинаковое во всех плоскостях, перпендикулярных некоторой оси (поперечное обтекание цилиндрических тел и т.д.). Выбрав эту ось за одну из осей координат (например, за ось z), получаем, что для всего поля течения соответствующая проекция скорости равна нулю ($v_z=0$).

Движение жидкости можно изучать с помощью метода Эйлера, в котором рассматривается изменение совокупности характеристик течения и свойств жидкости в функции от координат точек пространства и времени. Например, поле скорости может быть задано в виде скалярных функций:

$$v_x = v_x(x, y, t); \quad v_y = v_y(x, y, t). \quad (3.1)$$

По теореме Коши-Гельмгольца движение жидкой частицы можно представить состоящим из трех составляющих: поступательного движения вместе с полюсом, вращения вокруг полюса и деформационного движения. Характеристикой вращательного движения служит угловая скорость

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2} \text{rot } \bar{v} \quad \text{или} \quad \omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right). \quad (3.2)$$

Деформационное движение характеризуется относительными скоростями линейной деформации:

$$\varepsilon_x = \partial v_x / \partial x; \quad \varepsilon_y = \partial v_y / \partial y \quad (3.3)$$

и относительной скоростью деформации сдвига (угловой деформации)

$$\theta_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right). \quad (3.4)$$

Ускорение частицы в эйлеровых переменных:

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + v_x \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + v_y \frac{\partial \bar{v}}{\partial y}; \quad (3.5)$$

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y}; \quad \frac{dv_y}{dt} = \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y}.$$

Первое слагаемое $\partial \bar{v} / \partial t$ представляет собой локальное, или местное, ускорение, вызываемое нестационарностью поля скорости. Остальные слагаемые - конвективное или переносное ускорение, вызываемое неоднородностью поля скорости. По формулам (3.2) – (3.5) при известном поле скорости (3.1) можно определить все характеристики движения жидкой частицы, а также найти семейства линий тока и траекторий.

Линией тока называется линия, в каждой точке которой вектор скорости в рассматриваемый момент направлен по касательной. Дифференциальное уравнение семейства линий тока имеет вид

$$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y}. \quad (3.6)$$

Траекторией частицы называется след ее движения в пространстве (в случае плоских течений в плоскости). В случае установившегося течения, характеристики которого во всех точках пространства не зависят от времени, локальная составляющая ускорения равна нулю $\partial \bar{v} / \partial t = 0$, а линии тока и траектории совпадают.

Течение жидкости (без разрывов) удовлетворяет уравнению неразрывности, выражающему закон сохранения массы. Это уравнение в дифференциальной форме для несжимаемой жидкости имеет вид

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (3.7)$$

или в важной для практических приложений полярной системе координат

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} = 0, \quad (3.8)$$

для элементарной трубки тока

$$v dS = dQ = \text{const}, \quad (3.9)$$

где dQ - объемный расход через сечение; dS - площадь сечения, нормального линиям тока (в случае плоских течений площадь сечения $dS = dl \cdot 1$, dl - элемент в плоскости Oxy , 1 - высота сечения вдоль Oz).

Кинематический анализ потока жидкости с заданным полем скорости (3.1) включает: 1) проверку удовлетворения уравнению неразрывности (3.7) или (3.8);

2) определение характеристик движения жидкой частицы ($\omega_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \theta_z, d\bar{v} / dt$) по формулам (3.2) – (3.5);

3) нахождение характерных линий течения (3.6) и их построение.

В случае плоского течения существует функция тока ψ , связанная с проекциями скорости зависимостями:

- в прямоугольных координатах

$$v_x = \partial \psi / \partial y; \quad v_y = -\partial \psi / \partial x, \quad (3.10)$$

- в полярных координатах

$$v_r = (\partial \psi / \partial \theta) / r; \quad v_\theta = -\partial \psi / \partial r. \quad (3.11)$$

Знание функции тока упрощает и нахождение линий тока, так как уравнение их семейства принимает вид

$$\psi = C. \quad (3.12)$$

Функция тока по проекциям скорости может быть определена? согласно (3.10), по формуле

$$\psi = \int_{y_0}^y v_x(x, y) dy - \int_{x_0}^x v_y(x, y) dx + C, \quad (3.13)$$

где x_0, y_0 - координаты точки начала интегрирования. Эта точка выбирается из удобства интегрирования, обычно начало координат (0; 0).

Функцию тока можно определить и следующим образом:

$$\psi = \int v_x(x, y)dy + C(x), \quad (3.14)$$

где $C(x)$ – постоянная интегрирования, но зависящая от x . Для определения $C(x)$ следует продифференцировать выражение (3.14) по x и использовать второе соотношение (3.10):

$$\frac{\partial}{\partial x} \int v_x(x, y)dy + \frac{\partial C(x)}{\partial x} = -v_y.$$

Разность значений функции тока в двух точках (A и B) равна расходу жидкости сквозь цилиндрическую поверхность единичной высоты, проходящую через кривую, соединяющую эти точки:

$$Q_{AB} = \psi_B - \psi_A. \quad (3.15)$$

Если во всех точках течения отсутствует угловая скорость вращения частиц жидкости $\omega_z = 0$, то такое течение называется безвихревым или потенциальным. При этом существует потенциал скорости ϕ - скалярная функция, связанная с вектором скорости зависимостью $\bar{v} = \text{grad } \phi$. Проекция скорости:

- в декартовых координатах - $v_x = \partial\phi/\partial x, \quad v_y = \partial\phi/\partial y;$ (3.16)

- в полярных координатах - $v_r = \partial\phi/\partial r, \quad v_\theta = (\partial\phi/\partial\theta)/r.$ (3.17)

Циркуляция скорости по замкнутому контуру

$$\Gamma = \oint v_l dl = \oint (v_x dx + v_y dy), \quad (3.18)$$

где v_l - проекция скорости на касательную к контуру; dl - элемент контура.

При потенциальном течении, в котором потенциал скорости – однозначная функция координат, циркуляция скорости по замкнутому контуру равна нулю.

Во многих реальных вихревых течениях $\bar{\omega} \neq 0$ лишь в небольших областях, имеющих вид вихревых шнуров. Вне этих областей поток можно считать потенциальным. Вихревой шнур малых по сравнению с потоком поперечных размеров можно заменить бесконечно тонкой вихревой нитью с интенсивностью I шнура. Согласно теореме Стокса, циркуляция скорости Γ по любому контуру, охватывающему вихрь, равна интенсивности вихря:

$$\Gamma = I. \quad (3.19)$$

Элемент dL вихря интенсивности $\Gamma = I$ индуцирует в любой актуальной точке жидкости скорость $d\bar{v}$. Согласно формуле Био-Савара,

$$d\bar{v} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\bar{\omega}_0 \times \bar{r}_0}{r^2} dL,$$

где $\bar{\omega}_0$ - орт-вектор угловой скорости, определяющий направление касательной элемента dL вихревой нити; \bar{r}_0 - орт радиус-вектора \bar{r} , проведенного от dL в актуальную точку.

Для плоской вихревой нити величина индуцированной скорости v для точки в плоскости вихря определяется интегралом по длине вихря:

$$v = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_{\alpha} \frac{\sin \alpha}{r^2} dL, \quad (3.20)$$

очевидно, что $\sin \alpha$ есть модуль векторного произведения $\bar{\omega}_0 \times \bar{r}_0$.

Прямой отрезок вихря, направленный по угловой скорости $\bar{\omega}$, согласно (3.20) индуцирует скорость

$$v = \frac{\Gamma}{4\pi h} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

Здесь h - расстояние от точки до отрезка; α_1, α_2 - углы от отрезка до направлений \bar{r}_1, \bar{r}_2 на точку из начала и конца отрезка.

Для исследования плоских потенциальных потоков наиболее эффективен метод, основанный на использовании функций комплексного переменного:

$$z = x + iy = re^{i\theta} = r(\cos \theta + i \sin \theta); i = \sqrt{-1}. \quad (3.21)$$

Здесь $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ и $\theta = \arcsin y/x$.

Плоское течение полностью описывается характеристической функцией течения (комплексным потенциалом):

$$w(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y), \quad (3.22)$$

действительная часть которой представляет собой потенциал скорости, а коэффициент мнимой части - функцию тока. Если течение неустановившееся $w = w(z, t)$, то время t входит в характеристическую функцию как параметр.

Производная комплексного потенциала по z представляет собой комплексную скорость $dw/dz = v_x - iv_y$. Действительная же скорость в комплексной форме записывается как $v = v_x + iv_y$.

Если течение получено сложением нескольких потенциальных потоков, то может быть использован метод наложения: функция тока, и потенциал скорости результирующего течения определяются как сумма функций тока и потенциалов скорости простейших потоков соответственно:

$$\Psi_{\Sigma} = \Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3 + \dots; \quad \Phi_{\Sigma} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \dots; \quad w_{\Sigma} = w_1 + w_2 + w_3 + \dots \quad (3.23)$$

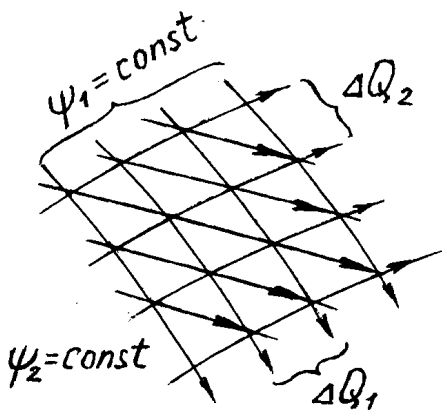


Рис. 3.1

Картину линий тока суммарного течения можно получить графически. Для этого нужно наложить одна на другую сетки линий тока двух составляющих потоков, построенных с одинаковым шагом по расходам: $\Delta\psi_1 = \Delta\psi_2 = \Delta Q_1 = \Delta Q_2$ (рис. 3.1). Линии тока суммарного течения будут диагоналями криволинейных параллелограммов, образованных пересечением этих двух сеток.

При использовании метода наложения большое значение имеют так называемые простейшие плоские потоки, для которых ниже приведены комплексный потенциал w , потенциал скорости φ и функция тока ψ :
 - поступательный поток, текущий со скоростью v_{∞} под углом α к оси x ,

$$w = v_{\infty} e^{-i\alpha} z, \quad \varphi = v_{\infty x} x + v_{\infty y} y, \quad \psi = v_{\infty x} x - v_{\infty y} y; \quad (3.24)$$

- источник с расходом Q , расположенный в начале координат (для стока Q заменяется на $-Q$),

$$w = \frac{Q}{2\pi} \ln z, \quad \varphi = \frac{Q}{2\pi} \ln r = \frac{Q}{2\pi} \ln \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \psi = \frac{Q}{2\pi} \theta = \frac{Q}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}; \quad (3.25)$$

- источник с расходом Q , расположенный в точке z_0 ,

$$w = \frac{Q}{2\pi} \ln(z - z_0), \quad \varphi = \frac{Q}{2\pi} \ln \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad \psi = \frac{Q}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y - y_0}{x - x_0}; \quad (3.26)$$

- плоский циркуляционный поток – плоский вихрь с циркуляцией Γ , расположенный в начале координат,

$$w = \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln z, \quad \varphi = \frac{\Gamma}{2\pi} \theta = \frac{\Gamma}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \quad \psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln r = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln \sqrt{x^2 + y^2}; \quad (3.27)$$

- плоский вихрь с циркуляцией Γ , расположенный в точке z_0 ,

$$\left. \begin{aligned} w &= \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln(z - z_0), \quad \varphi = \frac{\Gamma}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y - y_0}{x - x_0}, \\ \psi &= -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}. \end{aligned} \right| \quad (3.28)$$

3.2. Примеры решения задач

Задача 3.2.1. Исследовать плоский поток, заданный полем скоростей:

$$v_x = ax^2; \quad v_y = -axy.$$

Построить семейство линий тока, найти расход жидкости через отрезок прямой AB [$A(0,5; 2)$, $B(3; 3)$] и вычислить циркуляцию скорости по окружности радиусом $R=1,0$ с центром в точке $C(2; 1)$.

Решение. 1. Убедимся в возможности существования заданного потока, для чего рассмотрим уравнение неразрывности (3.7):

$$\partial v_x / \partial x + \partial v_y / \partial y = 2ax - 2ax = 0.$$

Уравнение неразрывности удовлетворяется, следовательно, существование заданного течения возможно. Поскольку поток плоский ($v_z = 0$), по формулам (3.2)÷(3.5) найдем следующие характеристики:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial v_x}{\partial x} = 2ax, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v_y}{\partial y} = -2ax, \quad \theta_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} (-2ay + 0) = -ay -$$

- частицы движутся, растягиваясь по оси x и сжимаясь по оси y с угловыми деформациями;

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} (-2ay - 0) = -ay \quad - \text{ (течение вихревое);}$$

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = ax^2 \cdot 2ax + (-2axy) \cdot 0 = 2a^2 x^3;$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = ax^2(-2ay) + (-2axy) \cdot (-2ax) = 2a^2 x^2 y;$$

Локальное ускорение $\partial \bar{v} / \partial t$ равно нулю, ибо течение установившееся.

2. Уравнение семейства линий тока (3.6) принимает вид $\frac{dx}{ax^2} = \frac{dy}{-2axy}$.

После интегрирования и потенцирования $x^2 y = C_0$.

Уравнение семейства линий тока может быть найдено и с помощью функции тока, так как течение плоское. Используем формулу (3.13), выбирая в качестве начала интегрирования точку (0; 0):

$$\psi = \int_0^y ax^2 dy - \int_0^x -2ax \cdot 0 \cdot dx + C = ax^2 y + C.$$

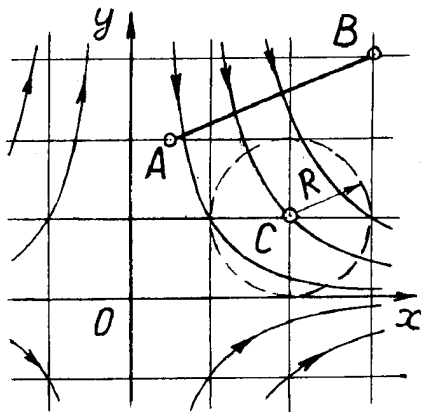


Рис. 3.2

Таким образом, уравнение семейства линий тока (3.12) ($\psi = \text{const}$) примет вид

$$x^2 y = C_1.$$

Линии тока представлены на рис. 3.2. Так как течение установившееся, то траектории совпадают с линиями тока.

2. Расход жидкости через отрезок прямой AB, согласно (3.15),

$$Q_{AB} = \psi_B - \psi_A = ax_B^2 y_B - ax_A^2 y_A = a \cdot 3^2 \cdot 3 - a \cdot 0,5^2 \cdot 2 = 26,5a.$$

3. Циркуляция скорости (3.18) по окружности радиусом $R=1,0$ с центром в точке $C(2; 1)$:

$$\Gamma = \oint v_x dx + v_y dy = \int_1^3 ax^2 dx + \int_3^1 ax^2 dx - \int_0^2 (-2xy) dy + \int_2^0 (-2xy) dy = 0.$$

Задача 3.2.2. Два потока – плоский источник производительностью Q , расположенный в начале координат, и поступательный поток со скоростью v_∞ , параллельный оси x , имеют функции тока

$$\psi_1 = \frac{Q}{2\pi} \text{arctg} \frac{y}{x} \quad \text{и} \quad \psi_2 = v_\infty y.$$

Найти поле скорости течения, образующегося при их наложении, и уравнение линии тока, проходящей через критическую точку K (точку, в которой скорость равна нулю). Построить графическим методом картину линий тока для $Q = 36 \text{ м}^2/\text{с}$ и $v_\infty = 3 \text{ м/с}$.

Решение. 1. По формуле (3.23) функция тока суммарного течения

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = \frac{Q}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + v_\infty r \sin \theta$$

или, после перехода к более удобным полярным координатам (r, θ) , по (3.21)

$$\psi = (Q/2\pi)\theta + v_\infty r \sin \theta.$$

Проекция скорости по (3.11)

$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \frac{Q}{2\pi r} + v_\infty \cos \theta; \quad v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} = -v_\infty \sin \theta.$$

Уравнение семейства линий тока получится из (3.12): $\frac{Q}{2\pi} \theta + v_\infty r \sin \theta = C$.

2. Критическую точку K определяем из условий $v_\theta = v_r = 0$, или

$$v_\infty \sin \theta = 0 \quad \text{и} \quad \frac{Q}{2\pi r} + v_\infty \cos \theta = 0.$$

Из первого уравнения получаем $\theta = n\pi$, а из второго уравнения – $r = \pm Q/2\pi v_\infty$. По физическому смыслу r может быть величиной только положительной, следовательно, координаты точки K : $\theta = \pi$ и $r = Q/2\pi v_\infty$. Если подставим эти координаты в уравнение семейства линий тока, то получим постоянную для уравнения линии тока, проходящей через критическую точку K ,

$$C = \frac{Q}{2\pi} \pi + v_\infty \frac{Q}{2\pi v_\infty} \sin \pi = \frac{Q}{2}.$$

Подставив C в уравнение линий тока, получим искомое уравнение линии тока, уравнение так называемого «обвода плоского полутела»: $r_{nm} = \frac{Q(1 - \theta/\pi)}{2v_\infty \sin \theta}$.

Задавая различные θ , можно вычислить соответствующие им r_{nm} и построить обвод.

3. Для графического построения (рис. 3.3) нужно построить сетки линий тока складываемых течений. Для первого из них это лучи, исходящие из начала координат,

$$\operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \theta = C_1,$$

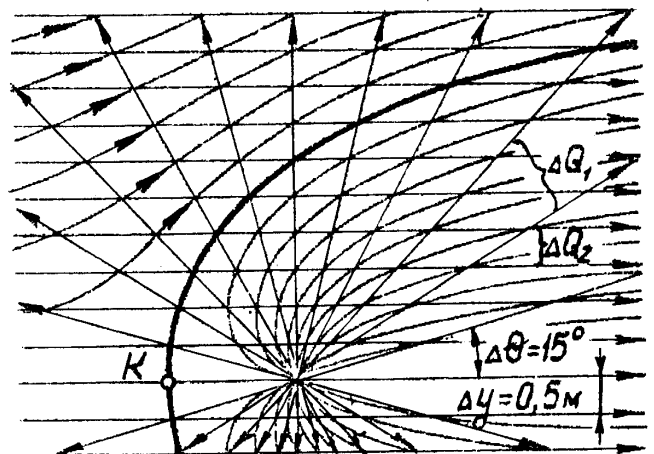
для второго – прямые, параллельные оси x ,

$$y = r \sin \theta = C_2.$$

Между двумя соседними линиями тока должен быть один и тот же расход. Поэтому, если провести лучи через 15° , то в промежутке между двумя соседними линиями тока будет протекать

$$\Delta Q_1 = \frac{Q}{24} = \frac{36}{24} = 1,5 \text{ м}^2/\text{с}.$$

Рис. 3.3



Исходя из условия $\Delta Q_2 = \Delta Q_1$, соответствующее расстояние между прямыми

$$\Delta y = \frac{\Delta Q_2}{v_\infty} = \frac{1,5}{3,0} = 0,50 \text{ м. Дальнейшее построение понятно из рис. 3.3.}$$

Задача 3.2.3. Характеристическая функция потока задана в виде

$$w = -2 \ln(z - 2 - i) - 1,5i \ln(z - 2 - i).$$

Построить линии тока. Найти величину скорости жидкой частицы в точке $z=1+i2$ и циркуляцию скорости по окружности радиусом $R=2,0$ с центром в точке $A(2; 1)$.

Решение. 1. Заданную характеристическую функцию представим в виде суммы

$$w_1 = -2 \ln(z - 2 - i) \quad \text{и} \quad w_2 = -1,5i \ln(z - 2 - i).$$

Сравнивая эти выражения с комплексными потенциалами (3.24)÷(3.28), убеждаемся, что w_1 характеризует поток стока с расходом $Q=4\pi$, расположенного в точке $z_0 = 2 + i$, а w_2 - поток плоского вихря с циркуляцией $\Gamma=3\pi$, расположенного в той же точке z_0 . Функции тока этих течений получаем выделением мнимых частей w_1 и w_2 :

$$\psi_1 = -2 \operatorname{arctg} \frac{y-1}{x-2} \quad \text{и} \quad \psi_2 = -1,5 \ln \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2}.$$

Уравнение семейства линий тока получится из (3.12):

$$-2 \operatorname{arctg} \frac{y-1}{x-2} - 1,5 \ln \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = C.$$

Однако строить линии по этому уравнению весьма затруднительно, поэтому используем графический метод. Для этого введем новую систему координат $z_0 \tilde{x} \tilde{y}$ с осями, параллельными первоначальной системе, и началом в точке z_0 , следовательно, имеем следующую связь новых и старых координат $\tilde{z} = z - 2 - i$ или $\tilde{x} = x - 2$ и $\tilde{y} = y - 1$. Характеристические функции потока в новой системе координат имеют вид:

$$w_1 = -2 \ln \tilde{z} \quad \text{и} \quad w_2 = -i1,5 \ln \tilde{z},$$

соответственно функции тока - $\psi_1 = -2\tilde{\theta}$ и $\psi_2 = -1,5 \ln \tilde{r}$.

Для графического построения (рис. 3.4) нужно построить сетки линий тока рассматриваемых течений. Для первого из них это лучи, входящие в начало координат z_0 : $2 \operatorname{arctg} \frac{\tilde{y}}{\tilde{x}} = 2\tilde{\theta} = C_1$, для второго - концентрические окружности

с центром в начале координат z_0 : $\ln \tilde{r} = \ln \sqrt{(\tilde{x})^2 + (\tilde{y})^2} = C_2$. Между двумя соседними линиями тока должен быть одинаковый расход. Поэтому, если провести лучи через 15° , то в промежутке между соседними линиями тока будет протекать

$$\Delta Q_1 = \frac{Q}{24} = \frac{4\pi}{24} = \frac{\pi}{6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Соответствующее расстояние между концентрическими окружностями определяем из условия $\Delta Q_2 = \Delta Q_1$:

$$1,5 \ln \tilde{r}_2 - 1,5 \ln \tilde{r}_1 = \pi / 6$$

или
$$\ln \frac{\tilde{r}_2}{\tilde{r}_1} = \frac{\pi}{6 \cdot 1,5} = \frac{\pi}{9}.$$

После потенцирования получаем $\tilde{r}_2 / \tilde{r}_1 = e^{\pi/9}$ или $\tilde{r}_2 = e^{\pi/9} \tilde{r}_1$.

Дальнейшее построение понятно из рис.3.4. Для определения направления результирующего потока по (3.11) найдем скорость от вихря

$$(v_{\tilde{\theta}})_2 = -\frac{\partial \psi_2}{\partial \tilde{r}} = -1,5 \frac{1}{\tilde{r}}.$$

Окружная скорость $(v_{\tilde{\theta}})_2$ совпадает с направлением $\tilde{\theta}$, т.е. течение вокруг точки z_0 происходит против часовой стрелки.

2. Составляющие скорости жидкой частицы в любой точке потока по (3.10):

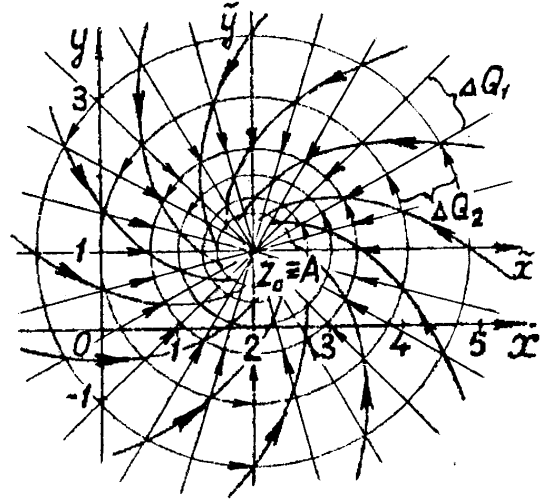


Рис. 3.4

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} = -\frac{2 \cdot 1}{1 + \left(\frac{y-1}{x-2}\right)^2} \cdot \frac{1}{(x-2)} - 1,5 \frac{1}{\sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2(y-1)}{\sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2}} =$$

$$= -\frac{2(x-2)}{(x-2)^2 + (y-1)^2} - \frac{1,5(y-1)}{(x-2)^2 + (y-1)^2} = -\frac{2(x-2) + 1,5(y-1)}{(x-2)^2 + (y-1)^2};$$

$$v_y = \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{2 \cdot 1}{1 + \left(\frac{y-1}{x-2}\right)^2} \cdot \frac{y-1}{-(x-2)^2} + 1,5 \frac{1}{\sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2(x-2)}{\sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2}} =$$

$$= -\frac{2(y-1)}{(x-2)^2 + (y-1)^2} + \frac{1,5(x-2)}{(x-2)^2 + (y-1)^2} = -\frac{2(y-1) - 1,5(x-2)}{(x-2)^2 + (y-1)^2}.$$

Подставив в эти выражения координаты точки $z = 1 + i 2$, получим величину скорости жидкости частицы в этой точке:

$$v_x = -\frac{2(1-2) + 1,5(2-1)}{(1-2)^2 + (2-1)^2} = 0,25 \text{ м/с}; \quad v_y = -\frac{2(1-2) - 1,5(2-1)}{(1-2)^2 + (2-1)^2} = -1,75 \text{ м/с};$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{0,25^2 + 1,75^2} = 1,77 \text{ м/с}.$$

Значение этой скорости можно было найти проще, с помощью (3.11), если течение рассматривать в системе координат $z_0 \tilde{x} \tilde{y}$:

$$v_{\tilde{r}} = \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial \psi}{\partial \tilde{\theta}} = -\frac{2}{\tilde{r}}; \quad v_{\tilde{\theta}} = -\frac{\partial \psi}{\partial \tilde{r}} = -1,5 \frac{1}{\tilde{r}};$$

$$v = \sqrt{(v_{\tilde{r}})^2 + (v_{\tilde{\theta}})^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{\tilde{r}}\right)^2 + \left(1,5 \frac{1}{\tilde{r}}\right)^2} = \frac{1}{\tilde{r}} \sqrt{6,25} = \frac{2,5}{\tilde{r}}.$$

Точка $z = 1 + i 2$ имеет следующую полярную координату:

$$\tilde{r} = \sqrt{(\tilde{x})^2 + (\tilde{y})^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(1-2)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}.$$

Таким образом,
$$v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2,5} = 1,77 \text{ м/с}.$$

3. Циркуляция скорости по любой окружности с центром в точке $A(2; 1)$, согласно (3.19), $\Gamma = 3\pi$.

3.3. Задачи

3-1÷7. Исследовать поток с проекциями скоростей v_x и v_y (табл. 3.1).

Построить семейство линий тока, вычислить расход жидкости через отрезок AB и циркуляцию скорости по окружности радиусом R с центром в точке C .

Таблица 3.1

Номер задачи	v_x	v_y	$A(x_A; y_A)$	$B(x_B; y_B)$	R	$C(x_C; y_C)$
3-1	$3(x^2 - y^2)$	$-6xy$	1; 2	2; 3	2,0	0; 0
3-2	$-\frac{2x}{x^2 + y^2}$	$\frac{2y}{x^2 + y^2}$	0,5; 1	2,0; 4,0	5,0	2; 6
3-3	$2x^2$	$-4xy$	0; 0	2; 2	1,0	2; 2
3-4	$\frac{0,5x}{x^2 + y^2}$	$\frac{0,5y}{x^2 + y^2}$	2; 1	2; 6	1,5	1,0; 1,2
3-5	$3x$	$-3y$	1,0; 1,5	2,0; 3,0	2,0	1; 1
3-6	$2x + y$	$x - 2y$	1,0; 1,0	2,0; 2,0	2,0	2,0; 2,0
3-7	$0,5x + y$	$x - 0,5y$	2,0; 1,0	2,0; 6,0	2,0	2,0; 3,0

3-8÷13. Исследовать поток, заданный потенциалом скорости ϕ (табл. 3.2).

Построить линии тока. Вычислить скорости жидких частиц в точках A и B , расход через отрезок прямой, соединяющий эти точки, и циркуляцию скорости по замкнутому контуру ABC .

Таблица 3.2

Номер задачи	ϕ	$A(x_A; y_A)$	$B(x_B; y_B)$	$C(x_C; y_C)$
3-8	$x^2 - y^2$	5; 1	5; 2	0; 0
3-9	$\frac{2x}{x^2 + y^2}$	2; 1	1; +2	-2; 0
3-10	$2(x^2 - y^2)$	1; 2	0; 3	-1; -1
3-11	$3 \arctg(y/x) - y$	1; 1	+2; 3	0; -1
3-12	$x^2 + xy - y^2$	2,0; 1,0	1,0; 2,0	0; 0
3-13	$2x^2 + xy - 2y^2$	1,0; 1,0	2,0; 3,0	3,0; 1,0

3-14÷17. Исследовать поток с функцией тока Ψ (табл. 3.3). Построить семейство линий тока. Найти уравнения линий тока, проходящих через точки A и B , расход жидкости через отрезок прямой AB , а также циркуляцию скорости по замкнутому контуру ABC .

Таблица 3.3

Номер задачи	Ψ	$A(x_A; y_A)$	$B(x_B; y_B)$	$C(x_C; y_C)$
3-14	$3(x^2 - y^2)$	3; 6	5; 10	6; 1
3-15	$y^2 + 2xy - x^2$	2; 4	4; 4	3; 1
3-16	$3x^2y$	1; 2	3; 2	3; 0
3-17	$4xy$	2; 3	-3; 3	0; 1

3-18÷20. Крыло конечного удлинения заменено П-образным вихрем, лежащим в плоскости xOy (рис. 3.5). Интенсивность вихря Γ . Свободные концы вихря простираются в бесконечность. Вычислить вызванные скорости в указанных точках плоскости xOy (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Номер задачи	Расчетные точки
3-18	$A(0,5; 0); B(0,75; 0); E(1,75; 0)$
3-19	$B(0,75; 0); D(0,75; 1,45)$
3-20	$B(0,75; 0); C(0,75; 0,72)$

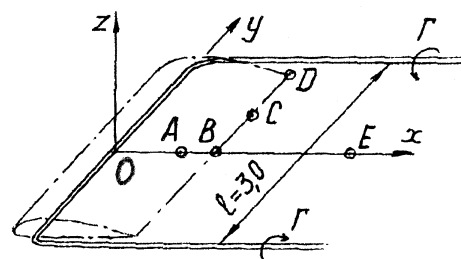


Рис. 3.5

3-21÷26. Течение, полученное от сложения поступательного потока и потока источника, имеет характеристическую функцию w (табл. 3.5). Построить семейство линий тока, найти положение критической точки, составить уравнение линии тока, проходящей через критическую точку. Определить расход жидкости через отрезок AB .

Таблица 3.5

Номер задачи	w	$A(x_A; y_A)$	$B(x_B; y_B)$
3-21	$2z + 1,5\ln(z-1)$	2; 4	4; 6
3-22	$-i3z + 2\ln(z-2)$	0; 1	-2; 0
3-23	$-z + 1,5\ln(z+i2)$	1; 3	2; 5
3-24	$3z + 2\ln(z-0,5)$	-2; 3	-3; 4
3-25	$i2z + 1,5\ln(z-i)$	1; 5	-1; 6
3-26	$-2z + 1,5\ln(z+1)$	2; 4	4; 5

Указание. Используя выражения (3.24), найти величину скорости поступательного потока и его направление, а по (3.25) определить положение источника и его расход. Введя новую систему координат с осями, параллельными

осям системы Oxy , и началом в точке расположения источника, задачу решить аналогично примеру 3.2.2.

3-27÷32. Течение от вихресточника (вихресточка) задано характеристической функцией w (табл. 3.6). Построить линии тока. Найти величину скорости жидкой частицы в точках z_1 и z_2 , расход жидкости через отрезок прямой, соединяющей эти точки, и циркуляцию скорости по окружности радиусом R с центром в точке A .

Таблица 3.6

Номер задачи	w	$z_1 = x_1 + iy_1$	$z_2 = x_2 + iy_2$	R	$A(x_A; y_A)$
3-27	$-\ln(z-i)+2i\ln(z-i)$	$3+i2$	$2-i2$	0,5	0; 0
3-28	$-\ln(z+2)-i2\ln(z+2)$	$2+i3$	$1-i$	3,0	0; 0
3-29	$-\ln z+i1,5\ln z$	$1+i2$	$2-i2$	2,0	2; 2
3-30	$3\ln(z+1,5)-i2\ln(z+1,5)$	$-1+i2$	$i3$	3,0	1; 1
3-31	$\ln(z+i)-2i\ln(z+i)$	$1+i3$	2	1,0	0; 1
3-32	$-\ln(z-1,5)+i2\ln(z-1,5)$	$1+i1$	$-2+i2$	2,0	-1; 0

Указание. Задачу решить по аналогии с примером 3.2.3.

3-33÷36. Течение вокруг кругового цилиндра задано характеристической функцией w (табл. 3.7). Построить линию тока, проходящую через точку $z=2$. Вычислить расход жидкости через окружность радиусом R с центром в начале координат и циркуляцию скорости по этой окружности.

Таблица 3.7

Номер задачи	w	R
3-33	$3\ln[(z-1)(z-4)/z]$	5,0
3-34	$-i3\ln[(z-4)/(z-1)]$	3,0
3-35	$2\ln[(z-i)(z-i4)]-2\ln z$	2,0
3-36	$i2[\ln(z-i)-\ln(z-i4)]$	3,0

Указание. Заданную функцию w разложить на части. Используя выражения (3.25)÷(3.28), определить простейшие потоки и найти их функции тока. Произвести аналитически сложение функций тока и получить выражение для функции тока суммарного течения. Для линии тока, проходящей через точку $z = 2$, найти постоянную уравнения (3.12). Анализ полученной формулы позволит получить уравнение линии тока.

4. ДИНАМИКА НЕВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

4.1. Основные сведения из теории, расчетные формулы и методические указания

Любая реальная жидкость в той или иной мере обладает свойством вязкости. Однако решение многих важных задач для таких маловязких жидкостей, как вода и воздух, можно получить, считая их невязкими. Причем эти решения во многих случаях подтверждаются экспериментальными данными.

Для решения задачи о движении невязкой жидкости используют уравнение в форме Громеки:

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \text{grad} \left(\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} - U \right) = -2\bar{\omega} \times \bar{v},$$

где $\bar{v}, \bar{\omega}$ - линейная и угловая скорости жидкой частицы; p, ρ - давление и плотность в рассматриваемой точке; U - потенциал массовых сил (в случае только силы тяжести $U = -gz$).

Хотя в общем случае уравнение движения не интегрируется, но для частных случаев их интегрирование при некоторых допущениях возможно. Интегралы уравнений движения устанавливают связь между скоростями и давлениями в потоке жидкости.

Для установившегося движения невязкой (идеальной) жидкости (в общем случае вихревого) вдоль линии тока (или вдоль вихревой линии) имеем **интеграл** (уравнение) Бернулли:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = C, \quad (4.1)$$

где константа C постоянна вдоль линии тока.

Уравнение Бернулли является одним из основных в гидрогазодинамике, так как определяет изменение основных параметров течения – давления p , плотности ρ , скорости v и высоты положения z .

Для безвихревого (потенциального) установившегося течения жидкости в поле только силы тяжести существует интеграл Эйлера:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = C, \quad (4.2)$$

где постоянная C одинакова для всех точек в потоке и определяется из граничных условий (обычно из условия на бесконечности).

Интегралы уравнений движения (4.1) и (4.2) выражают закон сохранения удельной механической энергии. Член $v^2/2$ характеризует кинетическую энергию; p/ρ - потенциальную энергию давления, а gz - потенциальную энергию положения.

Интегралы Бернулли и Эйлера используют еще в следующих формах:

$$\rho \frac{v^2}{2} + p + \rho gz = C; \quad z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = H. \quad (4.3)$$

На основании анализа размерностей следует, что члены уравнения (4.1) характеризуют удельную энергию, отнесенную к единице массы, а (4.3) – удельную энергию, отнесенную соответственно к единице объема и веса.

Составляющие полной энергии или полного напора (4.3) могут взаимопревращаться. Следует иметь в виду, что изменение кинетической энергии несжимаемой жидкости вдоль струйки (потока) не может задаваться произвольно: в соответствии с **уравнением неразрывности** оно однозначно определяется изменением площади S поперечного сечения канала:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2. \quad (4.4)$$

Схема использования интеграла Бернулли следующая. На линии тока выбирают точки 1 и 2, при этом линия тока условно может быть продолжена до точек, где движения жидкости нет. Применяв уравнение (4.3) к двум этим точкам, получим

$$\rho \frac{v_1^2}{2} + p_1 + \rho g z_1 = \rho \frac{v_2^2}{2} + p_2 + \rho g z_2. \quad (4.5)$$

Для невязкой жидкости характерно постоянство скорости и давления в поперечном сечении потока, поэтому вместо расчетных точек можно рассматривать сечения.

При применении уравнения Бернулли в виде (4.5) в конкретном расчете очень полезны приведенные ниже рекомендации. Сначала следует задать на рисунке два расчетных сечения и плоскость сравнения. В качестве сечений рекомендуется брать:

- свободную поверхность жидкости в резервуаре, где скорость равна нулю, т.е. $v=0$;
- выход потока в атмосферу, где давление в сечении струи равно давлению окружающей среды, т.е. $p_{\text{абс}} = p_{\text{атм}}$ или $p_{\text{изб}} = 0$;
- сечение, в котором задано или необходимо определить давление (показания манометра или вакуумметра);
- сечение под поршнем, где избыточное давление определяется внешней нагрузкой.

Плоскость сравнения удобно проводить через центр тяжести одного из расчетных сечений, обычно расположенного ниже, тогда геометрические высоты сечений $z \geq 0$.

Далее рекомендуется записать уравнение Бернулли в общем виде (4.5), а затем переписать его, выразив каждый член уравнения через заданные величины и исключив члены, равные нулю. При этом необходимо помнить следующее:

- положительные значения геометрических высот z_1, z_2 , входящих в правую и левую часть уравнения, всегда отсчитываются от плоскости сравнения вверх;
- давления p_1, p_2 должны быть заданы в одной системе отсчета (абсолютной или избыточной); если какое-либо из них задано как вакуумметрическое давление, то его следует выразить через абсолютное давление.

При решении задач по обтеканию тел учитывают граничное условие непротекания жидкости на твердой непроницаемой поверхности, и в первую очередь критические точки, где скорость равна нулю. При этом может быть использован коэффициент давления \bar{p} (в данной точке), представляющий отношение избыточного (по сравнению с давлением p_∞ в невозмущенном потоке) давления $p - p_\infty$ к скоростному напору невозмущенного потока $\rho v_\infty^2 / 2$,

$$p = \frac{p - p_\infty}{\rho v_\infty^2 / 2} = 1 - \left(\frac{v}{v_\infty} \right)^2.$$

В невязкой жидкости коэффициент давления не зависит от рода жидкости (плотности ρ) и скорости набегающего потока v_∞ , являясь функцией лишь безразмерных координат.

4.2. Пример решения задачи

Задача. У фонтана (рис. 4.1) вода вытекает из сопла, имеющего форму конического конфузора длиной $l=0,4$ м и диаметрами $D=120$ мм и $d=50$ мм. Считая воду невязкой жидкостью, вычислить необходимое давление перед соплом для обеспечения заданной высоты $H=2,8$ м струи.

Дано:

$$D=120 \text{ мм}=0,120 \text{ м};$$

$$d=50 \text{ мм}=0,050 \text{ м};$$

$$l=0,40 \text{ м};$$

$$H=2,8 \text{ м}.$$

Определить: p_1 .

Решение. В соответствии с указаниями в п. 4.1 проведем расчетные сечения $1-1$ перед соплом и $2-2$ на выходе струи в атмосферу, а также плоскость сравнения по сечению $1-1$. Составим уравнение Бернулли

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Имеем:

- для сечения $1-1$

$$z_1 = 0;$$

$$p_{1\text{изб}} = p_1;$$

- для сечения $2-2$

$$z_2 = l;$$

$$p_{2\text{изб}} = 0.$$

Из условия неразрывности (4.4) найдем $v_1 = v_2 (d/D)^2$.

Перепишем уравнение Бернулли, выразив входящие в него величины

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} \left(\frac{d}{D} \right)^4 = l + \frac{v_2^2}{2g},$$

откуда получим

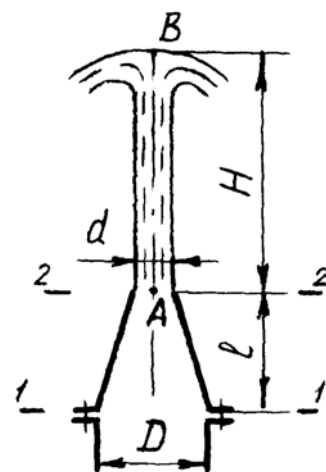


Рис. 4.1

$$p_1 = \rho g \left[l + \frac{v_2^2}{2g} \left(1 - \frac{d^4}{D^4} \right) \right]. \quad (4.6)$$

Для определения скорости v_2 напишем уравнение Бернулли вдоль линии тока AB :

$$z_A + \frac{p_A}{\rho g} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g}.$$

Имеем:

$$\begin{aligned} z_A &= l; & z_B &= l + H; \\ p_{A_{\text{изб}}} &= 0; & p_{B_{\text{изб}}} &= 0; \\ v_A &= v_2; & v_B &= 0. \end{aligned}$$

Подставив эти величины в предыдущее уравнение, получим $\frac{v_2^2}{2g} = H$.

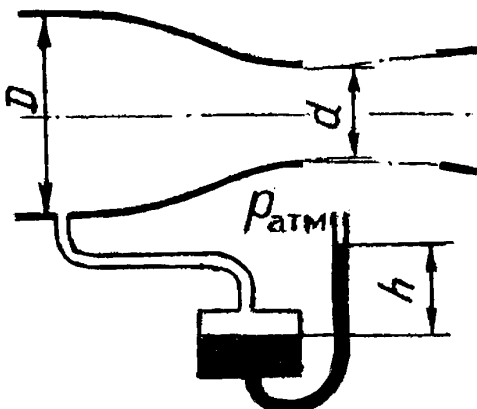
Из (4.6) найдем искомое давление

$$p_1 = \rho g \left[l + H \left(1 - \frac{d^4}{D^4} \right) \right] = 1000 \cdot 9,81 \left[0,40 + 2,8 \left(1 - \frac{0,050^4}{0,120^4} \right) \right] = 30,6 \cdot 10^3 \text{ Па.}$$

4.3. Задачи

4-1÷2. Определить скорость воздушного потока ($\rho_{\text{в}} = 1,24 \text{ кг/м}^3$) в открытой рабочей части аэродинамической трубы диаметром d . Спиртовой ($\rho_{\text{сп}} = 820 \text{ кг/м}^3$) чашечный манометр подсоединен к входному сечению сопла диаметром D и показывает h . Воздух рассматривать как невязкую среду.

К задачам 4-1÷4



4-3÷4. Определить показания чашечного манометра, заполненного водой и подсоединенного к входному сечению сопла размерами D и d аэродинамической трубы, если скорость воздушного потока ($\rho_{\text{в}} = 1,24 \text{ кг/м}^3$) в открытой рабочей части трубы равна 40 м/с . Воздух рассматривать как невязкую среду.

4-5÷6. Считая жидкость невязкой, определить скорость воды в сечении $1-1$ при истечении ее в атмосферу через диффузор. Уровень воды в баке H и избыточное давление $p_{изб} = 50$ кПа постоянны. Отношение диаметров диффузора $d:D=0,80$.

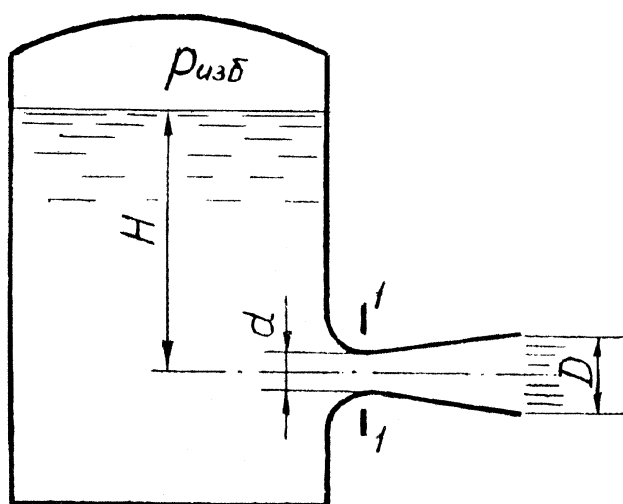
4-7÷8. Вода вытекает из бака через диффузор в атмосферу. Пренебрегая потерями, определить, при каком избыточном давлении над свободной поверхностью воды в баке давление в узком сечении $1-1$ диффузора станет теоретически равным нулю, если $d:D=0,85$, а уровень H постоянен?

4-9÷10. Пренебрегая потерями, определить давление в узком сечении $1-1$ диффузора при истечении бензина ($\rho_B = 750$ кг/м³) из бака через диффузор в атмосферу, если уровень бензина в баке H и избыточное давление $p_{изб} = 24$ кПа постоянны, а $d:D=0,90$.

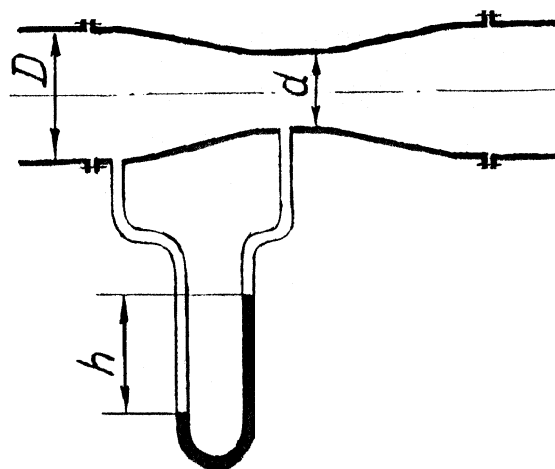
4-11÷12. Дифференциальный ртутный ($\rho_{рт} = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м³) манометр, присоединенный к установленной горизонтально расходомерной трубе, показывает разницу уровней h . Определить расход воды по трубе, считая ее невязкой, если диаметры расходомерной трубы D и d .

4-13÷14. Какую разность уровней h покажет дифференциальный манометр, заполненный водой, при расходе $Q=2,0$ м³/с воздуха ($\rho_B = 1,24$ кг/м³) через расходомерную трубу, если ее диаметры D и d ?

К задачам 4-5÷10



К задачам 4-11÷14



4-15÷16. Необходимо выбрать диаметр входного D сечения аэродинамической трубы (см. рис. к задачам 4-1÷4), если диаметр выходного сечения сопла d , расчетная скорость воздушного ($\rho_v = 1,24 \text{ кг / м}^3$) потока в открытой рабочей части трубы 42 м/с , а избыточное давление при входе в сопло 10^3 Па . Воздух рассматривать как невязкую среду.

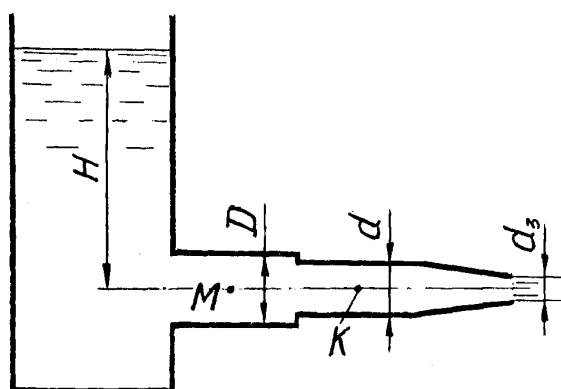
4-17÷18. Из открытого резервуара по трубе переменного сечения вытекает вода в количестве 15 л/с . Определить необходимый напор H , пренебрегая потерями, если диаметр входного участка трубы D , а $d_3 = 50 \text{ мм}$. Найти давление в точке M , расположенной на оси первого участка трубы.

4-19÷20. Из открытого резервуара по трубе переменного сечения вытекает вода под постоянным напором H . Пренебрегая потерями, определить расход воды, если диаметр второго участка трубы d , а $d_3 = 40 \text{ мм}$. Найти давление в точке K , расположенной на оси второго участка трубы.

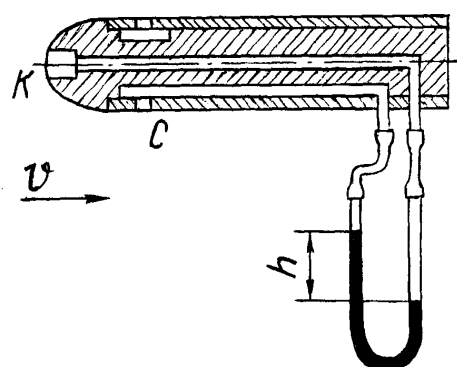
4-21÷22. Для измерения скорости воздушного потока ($\rho_v = 1,26 \text{ кг / м}^3$) использована скоростная трубка с двумя отверстиями – динамическим, расположенным в критической точке K , и статическим - в точке C , где коэффициент давления равен нулю. Определить скорость воздушного потока, если показание дифференциального манометра, присоединенного к ним и залитого водой, равно h . Воздух рассматривать как невязкую жидкость.

4-23÷24. Для измерения скорости самолета использована скоростная трубка с двумя отверстиями – динамическим, расположенным в критической точке K , и статическим – в точке C , где коэффициент давления равен нулю. Определить показания дифференциального манометра, присоединенного к ним и залитого ртутью ($\rho_{рт} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг / м}^3$), если скорость самолета составляет 720 км/ч . Воздух считать невязкой жидкостью с плотностью $\rho_v = 1,22 \text{ кг / м}^3$.

К задачам 4-17÷20



К задачам 4-21÷24



4-25÷26. Расход жидкости в трубопроводе измеряется с помощью расходомера Вентури. Показание присоединенного к нему ртутного ($\rho_{рт} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$) дифференциального манометра h . Размеры расходомера D и d . Определить расход воды, считая ее невязкой.

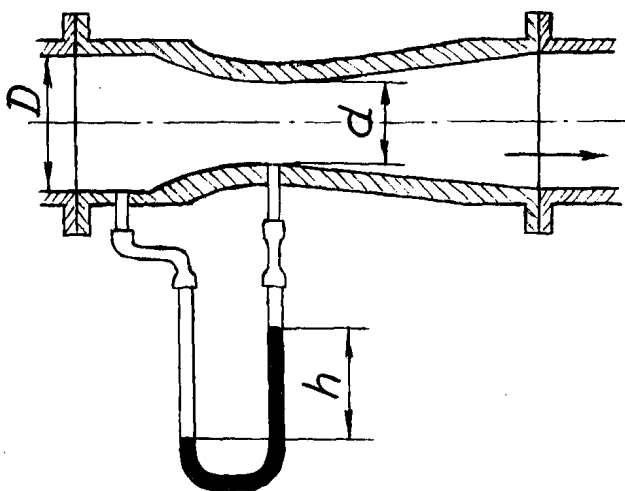
4-27÷28. Определить расход воздуха ($\rho_{в} = 1,22 \text{ кг/м}^3$) в трубопроводе при использовании расходомера Вентури. Показание присоединенного к нему спиртового ($\rho_{сп} = 820 \text{ кг/м}^3$) дифференциального манометра h . Размеры расходомера D и d . Воздух рассматривать как невязкую среду.

4-29÷30. Вода вытекает из резервуара по расширяющейся трубе – диффузору в атмосферу. Пренебрегая потерями, определить, при каком уровне воды H_1 в резервуаре давление в узком сечении диффузора станет теоретически равным нулю, если его размеры D , d , H известны?

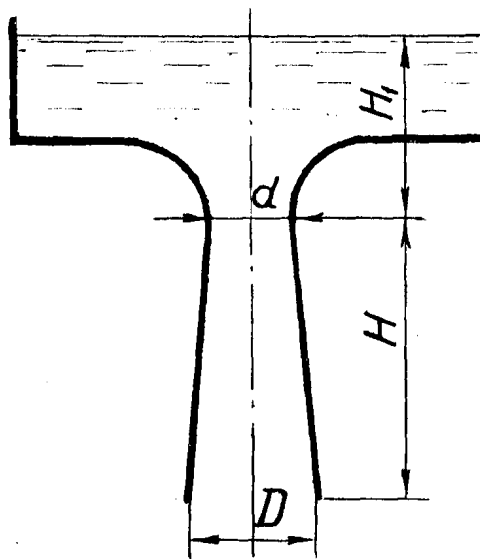
4-31÷32. Вода вытекает из резервуара по расширяющейся трубе – диффузору в атмосферу. Уровень воды в резервуаре $H_1 = 1,2 \text{ м}$. Считая жидкость невязкой, определить скорость в узком сечении резервуара, если размеры диффузора D , d , H известны.

4-33÷34. Керосин ($\rho_{к} = 810 \text{ кг/м}^3$) вытекает из резервуара по расширяющейся трубе – диффузору в атмосферу. Уровень жидкости в резервуаре $H_1 = 0,8 \text{ м}$. Считая жидкость невязкой, определить давление в узком сечении диффузора, если его размеры D , d , H заданы.

К задачам 4-25÷28



К задачам 4-29÷34

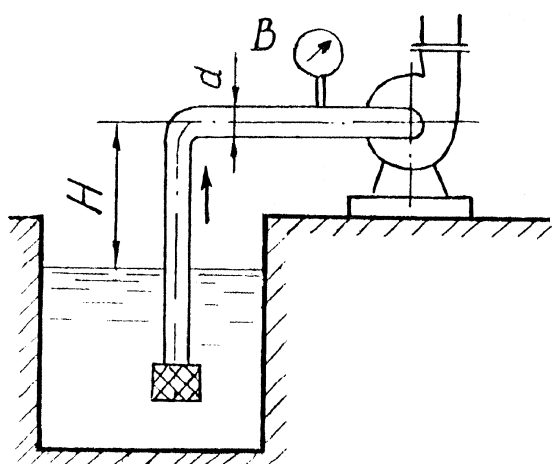


4-35÷36. Центробежный насос перекачивает воду из открытого резервуара. На какой высоте H нужно установить насос, чтобы максимальная вакуумметрическая высота на входе в насос не превышала 5 м вод. ст., если подача насоса $Q=16,0$ л/с и диаметр всасывающего трубопровода d ? Гидравлическими потерями пренебречь.

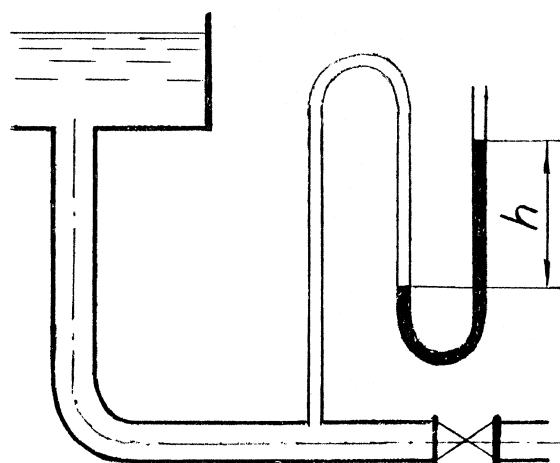
4-37÷38. Центробежный насос установлен на высоте H над уровнем воды в расходном резервуаре. Пренебрегая гидравлическими потерями, определить вакуум перед входом в насос, если его подача равна $Q=30,0$ л/с, а диаметр всасывающего трубопровода d .

4-39÷40. При закрытом вентиле ртутный ($\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м³) манометр показывает h . Определить расход воды, протекающей по трубопроводу диаметром d после открытия вентиля, если показание манометра упало до $h_2=520$ мм и гидравлическими потерями можно пренебречь.

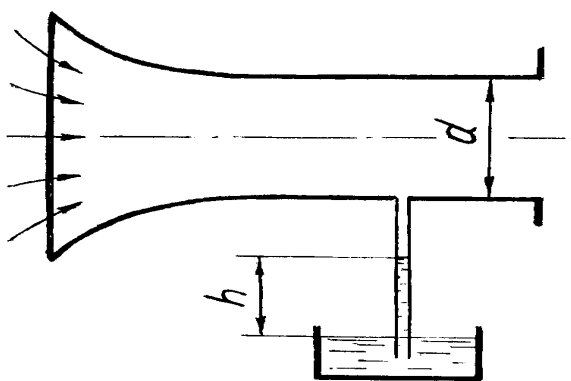
К задачам 4-35÷38



К задачам 4-39÷40



К задачам 4-41÷42



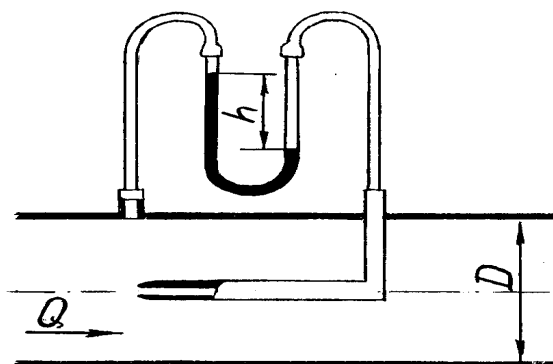
4-41÷42. Центробежный вентилятор засасывает воздух из атмосферы через трубу. К цилиндрической части трубы, диаметр которой d , присоединена стеклянная трубка, нижним концом опущенная в сосуд с водой. Определить расход засасываемого воздуха ($\rho_{\text{в}} = 1,24$ кг/м³), если вода в трубке поднялась на высоту h .

4-43÷44. Найти скорость течения воды в трубе, если показание ртутного ($\rho_{рт} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$) дифференциального манометра, присоединенного к динамической трубке и к статическому отверстию, равно h . Распределение скоростей по сечению трубы можно считать равномерным.

4-45÷46. Для определения расхода воздуха ($\rho_{в} = 1,26 \text{ кг/м}^3$) в трубе диаметром D на ее оси установлена динамическая трубка. Найти значение h показания спиртового ($\rho_{сп} = 800 \text{ кг/м}^3$) дифференциального манометра при максимальном расходе $Q=70 \text{ м}^3/\text{с}$. Распределение скоростей по сечению трубы считать равномерным.

К задачам 4-43÷48

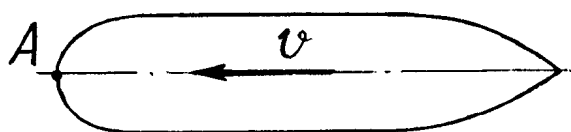
4-47÷48. Трубка Пито установлена на оси газопровода, имеющего диаметр D , по которому перекачивается газ с удельным весом 10 Н/м^3 . Показания спиртового ($\rho_{сп} = 800 \text{ кг/м}^3$) дифференциального манометра h . Считая газ невязкой жидкостью, определить расход газа Q .



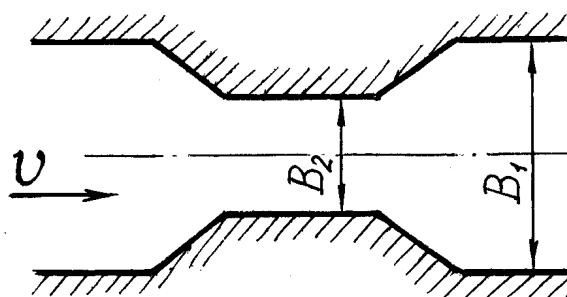
4-49÷50. Определить избыточное гидродинамическое давление в носовой точке A тела вращения, движущегося в морской воде ($\delta = 1,02$) поступательно с постоянной скоростью v м/с. Вдали от тела (на бесконечности) жидкость покоится.

4-51÷52. Канал прямоугольного сечения с постоянным уклоном дна имеет местное сужение. Перед сужением ширина канала $B_1 = 12,0 \text{ м}$, глубина потока H , средняя скорость течения воды $0,60 \text{ м/с}$. Пренебрегая потерей напора, определить глубину потока и скорость в узкой части канала шириной $B_2 = 6,0 \text{ м}$.

К задачам 4-49÷50



К задачам 4-51÷52



Исходные данные к задачам гл. 4

Номер Задачи	D , мм	d , мм	h , мм (H , м)	Номер задачи	D , мм	d , мм	h , мм (H , м)
4 - 1	2000	1000	120	4 - 27	400	250	200
4 - 2	2000	1200	140	4 - 28	360	200	180
4 - 3	1800	1000	-	4 - 29	150	100	$H=1,0$ м
4 - 4	1700	1000	-	4 - 30	120	80	$H=1,2$ м
4 - 5	-	-	$H=5,0$ м	4 - 31	140	100	$H=0,9$ м
4 - 6	-	-	$H=4,0$ м	4 - 32	100	70	$H=1,0$ м
4 - 7	-	-	$H=5,2$ м	4 - 33	120	90	$H=1,2$ м
4 - 8	-	-	$H=4,6$ м	4 - 34	120	80	$H=0,9$ м
4 - 9	-	-	$H=4,8$ м	4 - 35	-	80	-
4 - 10	-	-	$H=4,0$ м	4 - 36	-	100	-
4 - 11	250	100	700	4 - 37	-	100	$H=4,0$ м
4 - 12	240	120	500	4 - 38	-	90	$H=4,2$ м
4 - 13	500	200	-	4 - 39	-	80	550
4 - 14	400	200	-	4 - 40	-	75	560
4 - 15	-	-	-	4 - 41	-	200	140
4 - 16	-	-	-	4 - 42	-	180	120
4 - 17	180	-	-	4 - 43	-	-	300
4 - 18	160	-	-	4 - 44	-	-	320
4 - 19	-	75	$H=2,5$ м	4 - 45	150	-	-
4 - 20	-	80	$H=2,4$ м	4 - 46	160	-	-
4 - 21	-	-	100	4 - 47	400	-	36
4 - 22	-	-	120	4 - 48	360	-	40
4 - 23	-	-	-	4 - 49	$v=9,0$ м/с	-	-
4 - 24	-	-	-	4 - 50	$v=10,0$ м/с	-	-
4 - 25	120	75	300	4 - 51	-	-	$H=3,0$ м
4 - 26	120	80	240-	4 - 52	-	-	$H=2,8$ м

5. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ОТВЕРСТИЯ, НАСАДКИ И ГИДРОАППАРАТЫ

5.1. Основные сведения из теории, расчетные формулы и методические указания

Истечение через малые отверстия в тонкой стенке. Отверстие принято считать малым, если его диаметр d весьма мал по сравнению с напором H . Под термином «тонкая» стенка следует понимать такую, толщина которой не превышает диаметра отверстия.

На расстоянии $l \cong (0,5 - 1,0)d$ от плоскости отверстия образуется так называемое **сжатое сечение струи** (рис.5.1). Площадь сжатого сечения $S_c = \varepsilon S$, где S – площадь отверстия; ε - коэффициент сжатия.

Скорость v в сжатом сечении и расход жидкости Q определяются формулами:

$$v = \varphi \sqrt{2gH} ; \quad (5.1)$$

$$Q = \mu S \sqrt{2gH} , \quad (5.2)$$

где φ - коэффициент скорости, характеризующий уменьшение действительной скорости v по сравнению со скоростью невязкой (идеальной жидкости); $\mu = \varepsilon\varphi$ - коэффициент расхода; H – расчетный напор, который в общем случае равен сумме геометрического и пьезометрического напоров, т.е.

$$H = H_0 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} . \quad (5.3)$$

Если истечение происходит из закрытого резервуара в атмосферу, числитель второго слагаемого (5.3) представляет избыточное давление на поверхности жидкости в резервуаре; при истечении в атмосферу из открытого резервуара второе слагаемое обращается в нуль.

Численные значения φ , μ и ε зависят от числа Рейнольдса. Для маловязких жидкостей (вода, бензин, керосин), истечение которых обычно происходит при достаточно больших числах Рейнольдса ($Re > 10^5$), коэффициенты истечения меняются в сравнительно небольших пределах, поэтому в расчетах можно пользоваться их средними для отверстия значениями $\varepsilon = 0,64$; $\varphi = 0,97$; $\mu = 0,62$.

Если боковые стенки резервуара или трубы находятся на расстоянии менее трех диаметров от оси отверстия (рис.5.2), то их направляющее действие уменьшает степень сжатия струи (ε увеличивается). Для круглого отверстия

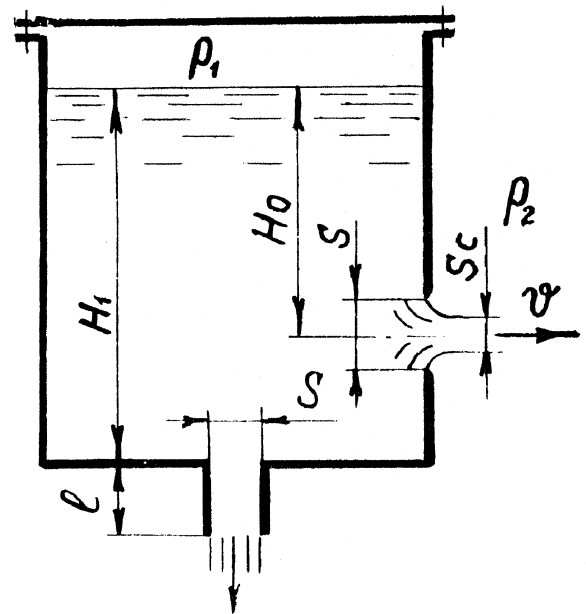


Рис.5.1

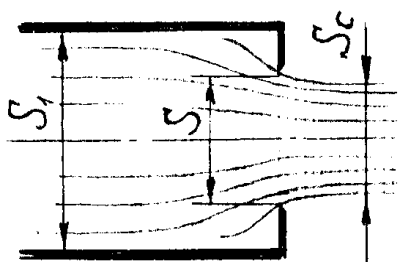


Рис. 5.2

площадью S при истечении из цилиндрического резервуара или трубы площадью S_1 , коэффициент сжатия струи можно определять по формуле

$$\varepsilon = 0,64 + 0,36(S / S_1)^2 .$$

При истечении жидкости в жидкую среду, например, в сообщающихся сосудах (истечение под уровень или через затопленное отверстие), скорость истечения v и расход жидкости Q рассчитываются по тем же формулам (5.1) и (5.2), но в этом случае для расчетного напора H величина H_0 представляет собой разность уровней в сосудах. Значения коэффициентов истечения для затопленных отверстий можно принимать такими же, как и в случае истечения в газовую среду.

Истечение через насадки. Насадком называют короткие трубки (патрубки) длиной (2–6) d , применяемые для улучшения процесса истечения жидкости. При этом скорость и расход определяются по формулам (5.1) и (5.2), но со своими коэффициентами φ и μ .

Заметим, что для вертикально расположенных насадков при определении расчетного напора необходимо учитывать их длину. Так, для случая на рис. 5.1 имеем

$$H = H_1 + l + (p_1 - p_2) / \rho g .$$

Одним из наиболее распространенных является внешний цилиндрический насадок (рис. 5.3), для которого в приближенных расчетах, обычно, принимают $\varphi = \mu = 0,82$, $\varepsilon = 1,0$.

Благодаря наличию сжатого сечения, внутри насадка образуется вакуум,

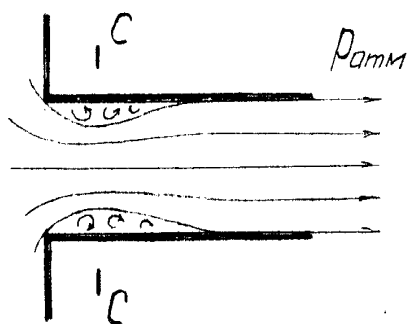


Рис.5.3

величина которого характеризуется вакуумметрической высотой $h_{\text{вак}} \approx 0,75 H$. Предельная величина вакуума в сжатом сечении ограничена значениями атмосферного давления $p_{\text{атм}}$ и давления насыщенных паров $p_{\text{н.п}}$, которое зависит от рода жидкости и температуры. При значениях H , близких к

$$H_{\text{пред}} = \frac{h_{\text{вак.пред}}}{0,75} = \frac{p_{\text{атм}} - p_{\text{н.п}}}{0,75 \rho g} ,$$

нарушается сплошность движения, внутри насадка возникает кавитация. При $H > H_{\text{пред}}$ происходит

срыв потока – струя отрывается от внутренней поверхности насадка, истечение будет происходить так же, как и через отверстие в тонкой стенке.

Истечение при переменном напоре. Расчет опорожнения и заполнения емкостей, судовых отсеков и цистерн, площадь горизонтальных сечений которых велика по сравнению с площадью перепускных отверстий, арматуры производится без учета сил инерции в резервуарах и перепускных устройствах. Процесс истечения за бесконечно малый промежуток времени рассматривается

как установившийся. Мгновенный расход Q определяется при этом по формуле

$$Q = \mu S \sqrt{2g(h + (p_1 - p_2)/\rho g)},$$

где μ - коэффициент расхода выпускного устройства, отнесенный к площади S выходного отверстия. Вместо μ может быть использован коэффициент потерь напора ζ на выпускном устройстве $\mu = 1/\sqrt{\zeta}$; p_1, p_2 - давление в резервуаре и в пространстве, куда происходит истечение жидкости (рис. 5.4).

Для маловязких жидкостей коэффициенты μ и ζ можно принимать постоянными в течение всего процесса. Тогда время частичного опорожнения сосуда от начального условия H_1 до уровня H определится по формуле

$$t = \frac{1}{\mu S \sqrt{2g}} \int_{H_1}^H \frac{\Omega(h) dh}{\sqrt{h + (p_1 - p_2)/\rho g}},$$

где $\Omega(h)$ - площадь поверхности жидкости в резервуаре.

Для призматического резервуара, у которого $\Omega(h) = \Omega = \text{const}$, при постоянстве $p_1 - p_2$ будем иметь

$$t = \frac{2\Omega}{\mu S \sqrt{2g}} \left[\sqrt{H_1 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g}} - \sqrt{H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g}} \right].$$

Время полного опорожнения резервуара в этом случае получим, приняв $H=0$.

Истечение через гидроаппараты. В этом случае истечение всегда происходит в среду, заполненную той же самой жидкостью (истечение под уровень). При этом энергия, теряемая на вихреобразования, может быть учтена коэффициентом расхода μ . Поэтому расход Q жидкости через гидроаппараты (дрессели и клапаны) рассчитывают по формуле

$$Q = \mu S \sqrt{2\Delta p / \rho},$$

где S - площадь проходного сечения; Δp - перепад давления на рассматриваемом элементе; ρ - плотность жидкости.

Указания к решению задач:

- при решении задач, рассматривающих работу гидроцилиндра, необходимо использовать уравнение равновесия поршня: сумма всех сил, приложенных к нему, равна нулю;
- жидкость считать несжимаемой, а движение поршня - равномерным;
- утечками и трением в цилиндре, а также весом поршней и штоков пренебречь;

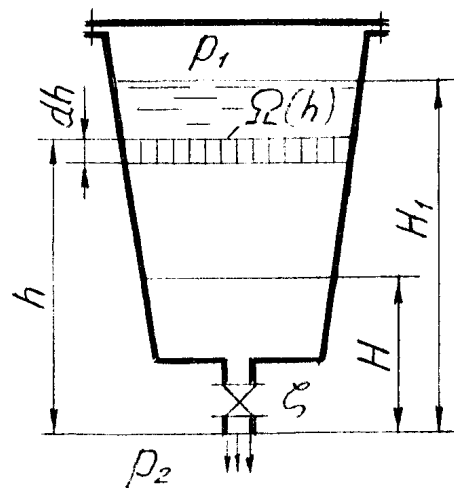


Рис.5.4

- расход через последовательно соединенные элементы один и тот же, а при разделении потока его расход равен сумме расходов в ответвлениях.

Следует иметь в виду, что в гидроцилиндре с односторонним штоком из-за наличия штока расход жидкости по разные стороны поршня будет различным:

$$Q_1 = v_{\text{п}} \pi D^2 / 4 \quad \text{- со стороны поршневой полости;}$$

$$Q_2 = v_{\text{п}} \pi (D^2 - D_{\text{шт}}^2) / 4 \quad \text{- со стороны штоковой полости.}$$

Здесь $v_{\text{п}}$ - скорость движения поршня; D и $D_{\text{шт}}$ - диаметры поршня и штока.

5.2. Примеры решения задач

Задача 5.2.1. Бак разделен на две секции переборкой, в которой имеется отверстие с острой кромкой (рис. 5.5). В левую секцию поступает вода в количестве $Q=50$ л/с. Из каждой секции вода вытекает через внешний цилиндрический насадок. Диаметры насадок и отверстия в переборке одинаковы и равны 60 мм.

Определить расход воды через каждый насадок, полагая отверстие в переборке затопленным, а уровни воды в обеих секциях постоянными.

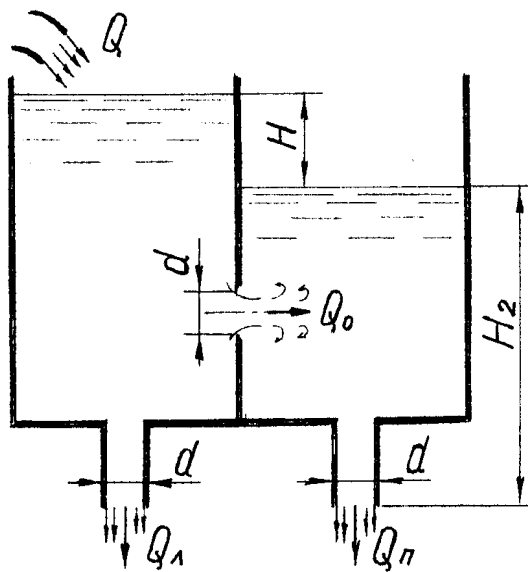


Рис.5.5

Дано: $Q=50$ л/с= $0,050$ м³ / с;

$d=60$ мм= $0,060$ м.

Определить: $Q_{\text{л}}$, $Q_{\text{п}}$.

Решение. 1. Из условия постоянства уровня H имеем: расход через правый насадок Q_n должен равняться расходу через отверстие, т.е. $Q_n = Q_0$ или

$$\mu_n \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gH_2} = \mu_0 \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gH}, \quad (5.4)$$

где μ_0 , μ_n - коэффициенты расхода через отверстие и внешний цилиндрический насадок.

2. Из условия постоянства уровней воды следует, что

$$Q = Q_{\text{л}} + Q_{\text{п}} = \mu_n \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2g(H + H_2)} + \mu_n \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gH_2}. \quad (5.5)$$

3. Из (5.4) имеем $H = H_2 \mu_n^2 / \mu_0^2$. Подставим H в (5.5):

$$\mu_n \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2g \left(H_2 \frac{\mu_n^2}{\mu_0^2} + H_2 \right)} + \mu_n \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gH_2} = Q.$$

Отсюда находим выражение для напора H_2 :

$$H_2 = \frac{16Q^2}{\mu_n^2 \pi^2 d^4 \cdot 2g \left(\sqrt{\mu_n^2 / \mu_0^2 + 1} + 1 \right)^2}.$$

Полагая $\mu_0=0,62$ и $\mu_n=0,82$, получим $H = 3,36 \cdot 0,82^2 / 0,62^2 = 5,88$ м;

$$H_2 = \frac{16 \cdot 0,050^2}{0,82^2 \cdot 3,14^2 \cdot 0,060^4 \cdot 2 \cdot 9,81 \cdot \left(\sqrt{0,82^2 / 0,62^2 + 1} + 1\right)^2} = 3,36 \text{ м.}$$

4. Используя выражения для расхода через левый и правый насадки, будем иметь

$$Q_{\text{л}} = 0,82 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,060^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot (5,88 + 3,36)} = 0,312 \text{ м}^3 / \text{с} = 31,2 \text{ л} / \text{с};$$

$$Q_{\text{п}} = 0,82 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,060^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 3,36} = 0,0188 \text{ м}^3 / \text{с} = 18,8 \text{ л} / \text{с}.$$

Задача 5.2.2. Сила давления на подвижный элемент 1 редукционного клапана (рис. 5.6), применяемого для понижения давления на некотором участке гидросистемы, определяется выражением $F = p_2 \pi D^2 / 4$. Найти редуцированное давление p_2 , которое будет иметь место при расходе жидкости через клапан $Q=0,6$ л/с, если давление на входе в клапан $p_1=10,0$ МПа. Вычислить для этого случая зазор y клапана, приняв его коэффициент расхода $\mu=0,60$. Жесткость пружины $C=235$ Н/мм, ее сжатие $l=2,0$ мм. Диаметр клапана $D=10$ мм. Плотность жидкости $\rho = 900$ кг / м³.

Дано: $p_1=10,0$ МПа= $10,0 \cdot 10^6$ Па;

$Q=0,6$ л/с = $0,6 \cdot 10^{-3}$ м³/с;

$C=235$ Н/мм= $235 \cdot 10^3$ Н / м;

$l=2,0$ мм= $2,0 \cdot 10^{-3}$ м;

$\rho = 900$ кг / м³.

Определить: y .

Решение. 1. Так как давление p_1 действует одинаково на левую и правую часть подвижного элемента 1, то условие его равновесия запишется в виде $F_{\text{пр}} = cl = p_2 \pi D^2 / 4$.

$$\text{Откуда } p_2 = \frac{4cl}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 235 \cdot 10^3 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,010^2} = 6,0 \cdot 10^6 \text{ Па} = 6,0 \text{ МПа.}$$

2. Расход жидкости через щель клапана площадью S будет определяться выражением

$$Q = \mu S \sqrt{2(p_1 - p_2) / \rho} . \quad (5.6)$$

Учитывая, что $S = \pi D y$, из (5.6) получим

$$y = \frac{Q}{\mu \pi D \sqrt{2(p_1 - p_2) / \rho}} = \frac{0,6 \cdot 10^{-3}}{0,60 \cdot 3,14 \cdot 0,010 \cdot \sqrt{2(10,0 - 6,0) \cdot 10^6 / 900}} = 0,34 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ = 0,34 \text{ мм.}$$

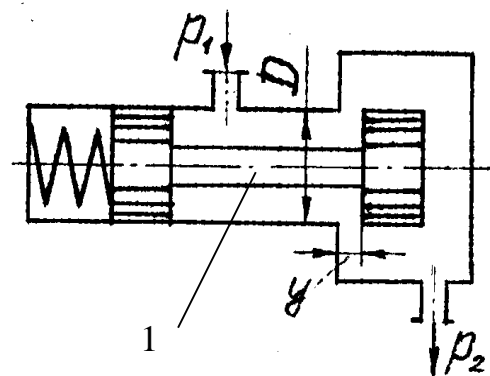
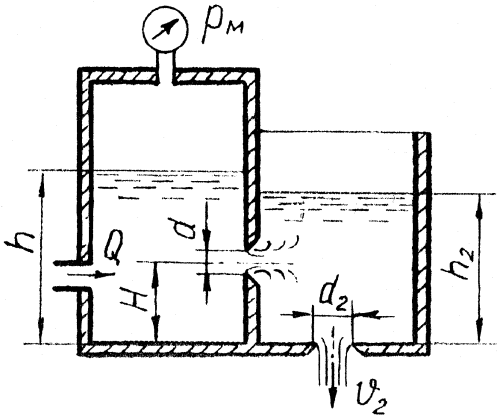


Рис.5.6

5.3. Задачи

К задачам 5-1÷2



5-1÷2. В вертикальной стенке, разделяющей бак на две части, расположено круглое отверстие диаметром d на высоте H . В его левой замкнутой части уровень воды h , показание манометра p_m , а расход через отверстие $Q=3,1$ л/с.

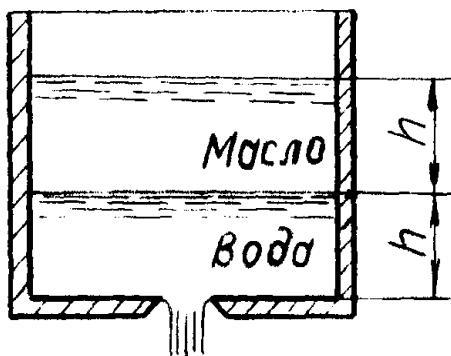
Определить уровень воды h_2 в правой секции, диаметр донного отверстия d_2 и скорость v_2 в сжатом сечении струи, вытекающей из бака. Напоры в обеих секциях считать постоянными.

5-3÷4. Определить, пренебрегая потерями напора, начальную скорость истечения жидкости из сосуда, заполненного слоями воды и масла (относительная плотность $\delta=0,80$) одинаковой высоты h .

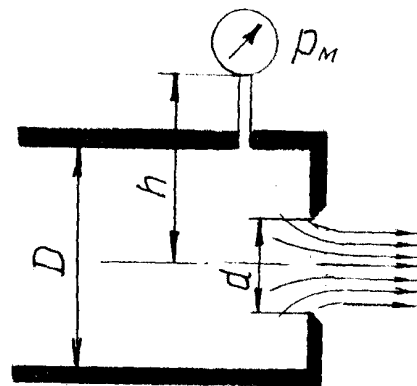
Найти начальную скорость истечения при заполнении сосуда только водой или только маслом до уровня $2h$.

5-5÷6. Определить расход воды Q через отверстие с острой кромкой диаметром d , выполненное в торце трубы диаметром D , если показание манометра перед отверстием p_m и высота расположения манометра над осью трубы h . Как изменится расход, если к отверстию присоединить цилиндрический насадок? Давление на выходе из насадка атмосферное.

К задачам 5-3÷4



К задачам 5-5÷6



5-7÷8. В бак, разделенный на две секции переборкой, имеющей отверстие диаметром d с острой кромкой поступает вода в количестве $Q=75$ л/с. Из каждой секции она вытекает через цилиндрический насадок. Диаметр насадка, присоединенного к правой секции, равен диаметру отверстия. Предполагая, что отверстие в переборке затоплено, а режим истечения установившийся, опреде-

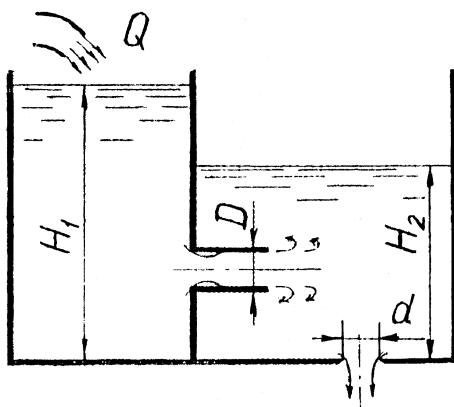
лить диаметр насадка левой секции, чтобы расходы через оба насадка стали равными.

Указание. Использовать рис. 5.5, предполагая диаметр насадка левой секции неизвестным.

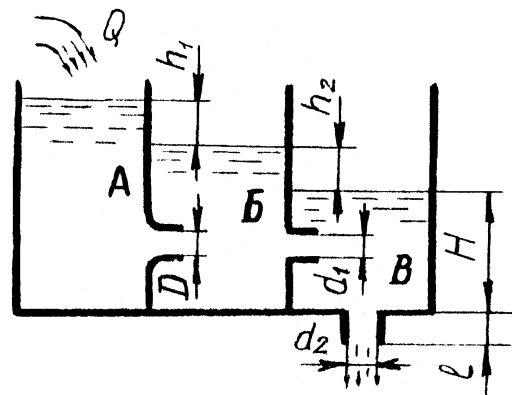
5-9÷10. В бак, разделенный перегородкой на два отсека, подается керосин в количестве $Q=4,0$ л/с. В перегородке имеется цилиндрический насадок, диаметр которого D . Керосин из второго отсека через отверстие диаметром d вытекает наружу, в атмосферу. Определить высоты H_1 , H_2 уровней керосина, считая их постоянными.

5-11÷12. В резервуар А подается вода, откуда через сопло диаметром D перетекает в резервуар В. Далее через цилиндрические насадки вода попадает в резервуар В и, наконец, вытекает в атмосферу. Диаметры насадок соответственно $d_1=10$ мм и $d_2=6$ мм, а длина $l=25$ мм. Высота уровня воды в резервуаре В равна H . Определить расход воды через систему и перепады уровней h_1 и h_2 , предполагая режим установившимся. Коэффициент расхода сопла принять $\mu=0,97$.

К задачам 5-9÷10



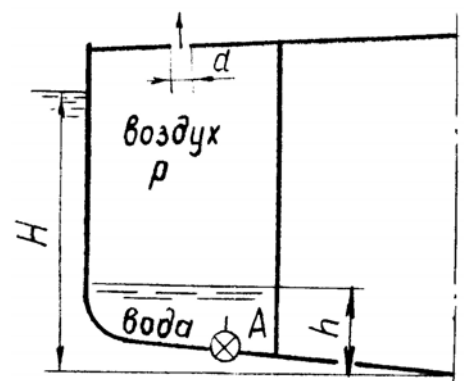
К задачам 5-11÷12



К задачам 5-13÷14

5-13÷14. Определить избыточное давление в отсеке, затопляемом забортной водой через кингстон А площадью $S_1 = 0,1$ м² с коэффициентом местной потери напора

$\zeta_1 = 2$ для положения, когда уровни воды снаружи H и внутри отсека соответственно равны H и h . Воздух вытесняется через круглое отверстие диаметром d . Сжимаемость воздуха не учитывать, т. е. полагать $\rho = 1,23$ кг/м³ = const.



5-15÷16. Прямоугольный тонкостенный понтон размерами $L=5$ м, $B=2$ м и H имеет массу, соответствующую начальной осадке $T_0=0,15$ м, и находится на плаву без крена и дифферента. Определить время полного затопления ($T=H$) с момента открытия в днище понтона отверстия диаметром d .

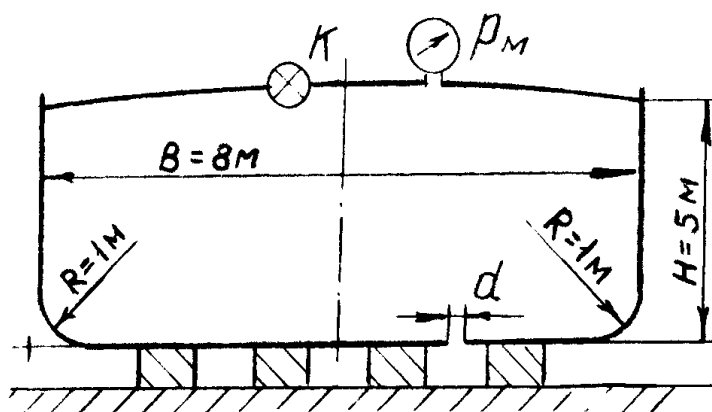
5-17÷18. Определить время опорожнения резервуара диаметром D с вертикальной осью через донное круглое отверстие, диаметр которого d . Начальный уровень жидкости H , избыточное давление над ней $p_m = \text{const}$. Как изменится время опорожнения, если: а) $p_m = 0$; б) $p_m = 0$ и к отверстию присоединить внешний цилиндрический насадок длиной 250 мм?

5-19÷20. Отсек судна с сечением, изображенном на рисунке, длиной $L=10,0$ м при гидравлических испытаниях заполнен водой под давлением p_m . Определить время опорожнения отсека через донное отверстие диаметром d , если одновременно будет открыт обратный клапан K . Как изменится время опорожнения, если над поверхностью воды в отсеке поддерживать постоянное избыточное давление p_m ?

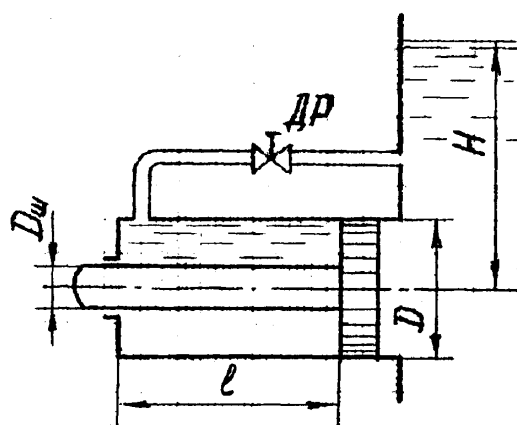
5-21÷22. Гидравлическое реле времени состоит из цилиндра, в котором помещен поршень со штоком-толкателем. Диаметр поршня - D , а штока - $D_{ш}$. Цилиндр присоединен к емкости с постоянным уровнем H жидкости. Под действием давления, передающегося из емкости в правую полость цилиндра, поршень перемещается, вытесняя жидкость из левой полости в ту же емкость через трубку и дроссель с площадью проходного сечения $S_0 = 25$ мм².

Вычислить время срабатывания реле, определяемое перемещением поршня на расстояние $l=100$ мм из начального положения до упора в торец цилиндра. Коэффициент расхода дросселя принять $\mu=0,65$. Потерями в трубке, кроме потерь напора на дросселе, пренебречь.

К задачам 5-19÷20

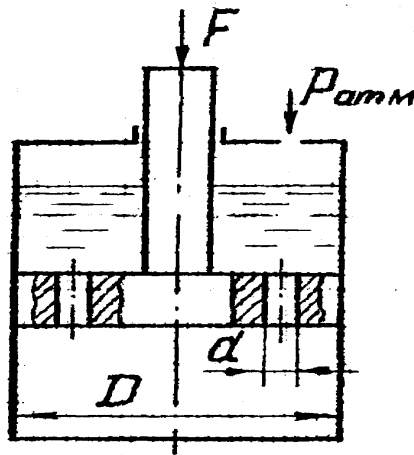


К задачам 5-21÷22



5-23÷24. Определить скорость перемещения гидротормоза диаметром D , нагруженного силой F , если перетекание жидкости (относительная плотность $\delta = 0,90$) из нижней полости цилиндра в верхнюю происходит через два отверстия диаметром d . Коэффициент расхода μ принять как для отверстия в тонкой стенке. Давление жидкости над поршнем не учитывать.

К задачам 5-23÷24

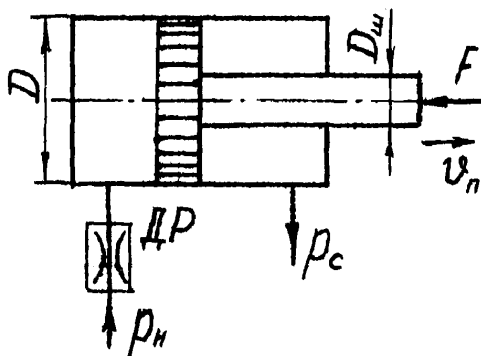


5-25÷26. Определить скорость поршня гидроцилиндра при движении против нагрузки F . Давление на входе в дроссель ДР p_n , на сливе $p_c = 0,30$ МПа.

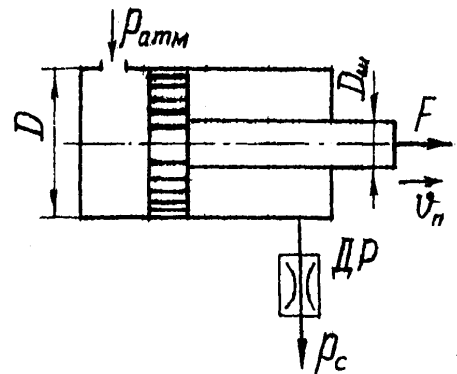
Диаметры: поршня D , штока $D_{ш}$, отверстия дросселя d . Коэффициент расхода дросселя принять $\mu = 0,62$. Рабочая жидкость – масло ($\rho = 900$ кг / м³).

5-27÷28. Определить площадь проходного сечения дросселя ДР, установленного на сливе гидроцилиндра, при условии движения штока цилиндра под действием внешней нагрузки F со скоростью $v_{п} = 100$ мм/с. Диаметры: поршня D , штока $D_{ш}$. Избыточное давление на сливе p_m . Коэффициент расхода дросселя принять $\mu = 0,65$. Рабочая жидкость – масло ($\rho = 850$ кг / м³).

К задачам 5-25÷26



К задачам 5-27÷28



5-29÷30. Определить скорость движения поршня диаметром D под действием силы F на штоке диаметром $D_{ш}$. Проходное сечение дросселя ДР $S_0 = 2,0 \text{ мм}^2$, его коэффициент расхода $\mu = 0,75$, избыточное давление слива $p_c = p_m$. Давление в штоковой части цилиндра принять равным нулю, потерями давления от гидроцилиндра до дросселя пренебречь. Рабочая жидкость – масло ($\rho = 900 \text{ кг/м}^3$).

5-31÷32. Рабочая жидкость ($\rho = 850 \text{ кг/м}^3$) подается от насоса в гидроцилиндр, а затем через два отверстия диаметром d в поршне и гидродроссель ДР на слив. Определить площадь проходного сечения дросселя для случаев:

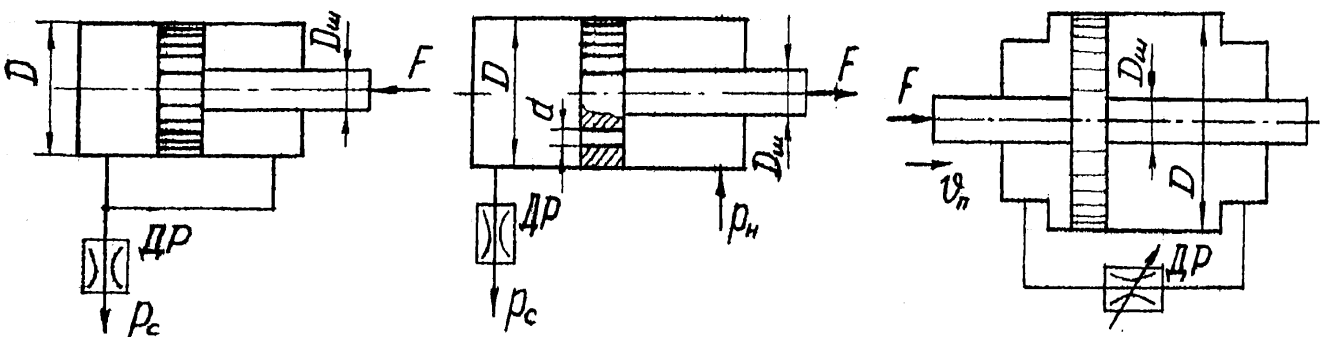
- поршень находится в неподвижном равновесии под действием силы F ;
- поршень перемещается со скоростью $v_{п} = 10 \text{ мм/с}$ влево против нагрузки F . Диаметры: поршня D , штока $D_{ш}$. Давление насоса p_n , давление на сливе $p_c = 0$. Коэффициент расхода принять для отверстия в поршне $\mu_0 = 0,80$, а дросселя $\mu_{др} = 0,65$.

5-33÷34. Правая и левая полости цилиндра гидротормоза сообщаются между собой посредством рабочей жидкости ($\rho = 900 \text{ кг/м}^3$) через дроссель ДР с проходным отверстием диаметра d и коэффициентом расхода $\mu = 0,65$. Определить скорость перемещения поршня размерами D и $D_{ш}$ под действием силы F , учитывая потери давления в гидролинии только на дросселе.

К задачам 5-29÷30

К задачам 5-31÷32

К задачам 5-33÷34



5-35÷36. Жидкость плотностью $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$ подается от насоса через дроссель ДР в гидроцилиндр, а затем через четыре отверстия диаметром d на слив. Определить площадь проходного сечения дросселя, если поршень движется против нагрузки F со скоростью $v_{\text{п}} = 4,0 \text{ см/с}$. Диаметры: поршня D , штока $D_{\text{ш}}$. Давление насоса $p_{\text{н}}$, давление на сливе $p_{\text{с}} = 0$. Коэффициенты расхода принять для отверстия в поршне $\mu_0 = 0,82$, а для дросселя $\mu_{\text{др}} = 0,60$.

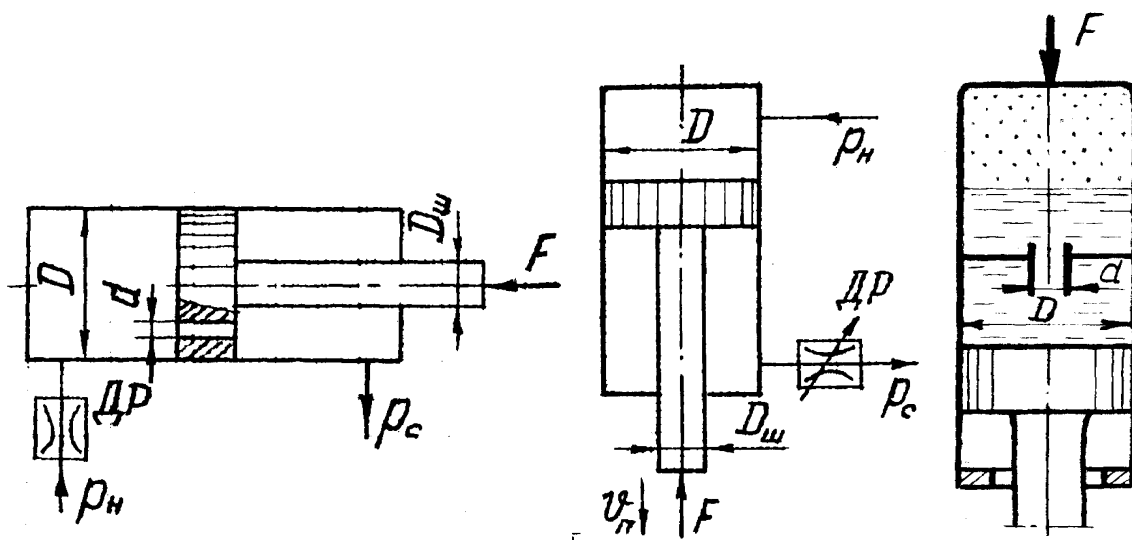
5-37÷38. Рабочая жидкость ($\rho = 850 \text{ кг/м}^3$) подводится в поршневую полость гидроцилиндра под давлением $p_{\text{н}}$. На линии слива установлен дроссель ДР с проходным отверстием диаметром d и коэффициентом расхода $\mu = 0,65$. Давление на сливе $p_{\text{с}} = 0,10 \text{ МПа}$, усилие на штоке F . Диаметры: поршня D , штока $D_{\text{ш}}$. Определить скорость перемещения поршня. Каким должен быть диаметр сечения дросселя (при $\mu = 0,65$), чтобы скорость поршня стала равной $v_{\text{п}} = 5,0 \text{ см/с}$?

5-39÷40. На рисунке показана упрощенная схема самолетного гидропневмоамортизатора. Процесс амортизации при посадке самолета происходит за счет проталкивания рабочей жидкости ($\rho = 900 \text{ кг/м}^3$) через отверстие диаметром d (коэффициент расхода $\mu = 0,75$) и за счет сжатия воздуха. Диаметр поршня D . Определить скорость движения цилиндра относительно поршня в начальный момент амортизации, когда давление воздуха в верхней части амортизатора $p_{\text{м}}$, расчетное усилие F .

К задачам 5-35÷36

К задачам 5-37÷38

К задачам 5-39÷40



Исходные данные к задачам гл. 5

Номер задачи	D , мм	H , м	d , мм	h , м	$p_M (p_H)$ МПа	F , кН	$D_{ш}$, мм
5-1	-	1,0	50	2,5	0,010	-	-
5-2	-	1,2	50	2,4	0,012	-	-
5-3	-	-	-	1,25	-	-	-
5-4	-	-	-	1,00	-	-	-
5-5	200	-	120	1,3	0,100	-	-
5-6	200	-	100	1,2	0,120	-	-
5-7	-	-	100	-	-	-	-
5-8	-	-	80	-	-	-	-
5-9	60	-	50	-	-	-	-
5-10	60	-	40	-	-	-	-
5-11	8,0	1,1	-	-	-	-	-
5-12	10,0	1,4	-	-	-	-	-
5-13	-	2,5	100	1,1	-	-	-
5-14	-	3,0	110	1,2	-	-	-
5-15	-	1,0	100	-	-	-	-
5-16	-	1,2	110	-	-	-	-
5-17	1,0	5,0	50	-	0,098	-	-
5-18	1,2	4,8	40	-	0,080	-	-
5-19	-	5,0	100	-	0,098	-	-
5-20	-	4,6	90	-	0,080	-	-
5-21	80	0,90	-	-	-	-	40
5-22	70	1,00	-	-	-	-	30
5-23	200	-	10,0	-	-	120	-
5-24	100	-	6,0	-	-	40	-
5-25	70	-	1,2	-	20,0	55	30
5-26	80	-	1,0	-	16,0	70	40
5-27	80	-	-	-	0,30	60	40
5-28	70	-	-	-	0,20	50	30
5-29	80	-	-	-	0	10	30
5-30	140	-	-	-	0,10	20	60
5-31	100	-	2,0	-	1,20	3	80
5-32	80	-	1,6	-	0,80	2,6	40
5-33	140	-	5,0	-	-	15	60
5-34	100	-	4,6	-	-	10	60
5-35	100	-	1,5	-	1,00	3,2	80
5-36	100	-	2,0	-	1,40	3	50
5-37	140	-	2,0	-	8,00	90	70
5-38	125	-	1,8	-	6,00	70	60
5-39	100	-	8,0	-	0,200	50	-
5-40	80	-	8,0	-	0,180	40	-

6. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ТРУБОПРОВОДОВ

6.1. Основные сведения из теории, расчетные формулы и методические указания

По способам гидравлического расчета трубопроводы делятся на простые и сложные. **Простым** называется трубопровод, состоящий из одной линии труб постоянного или переменного сечения без ответвлений. Отличительной особенностью простого трубопровода является постоянство расхода в любом сечении по всей его длине. **Сложным** называется трубопровод, содержащий какое-либо ответвление (параллельное соединение труб или разветвление). Всякий сложный трубопровод можно рассматривать как совокупность нескольких простых трубопроводов, соединенных между собой параллельно или последовательно. Поэтому в основе расчета любого трубопровода лежит задача о расчете простого трубопровода.

Движение жидкости в напорных трубопроводах происходит благодаря тому, что ее энергия (напор) в начале трубопровода больше, чем в конце. Этот перепад уровней энергии создается различными способами: работой насоса, за счет разности уровней жидкости, давлением газа и пр.

Основными расчетными соотношениями для простого трубопровода являются:

- уравнение Бернулли, устанавливающее соотношение между удельными (отнесенными к единице веса) энергиями жидкости в двух сечениях потока:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \sum h_{1-2}; \quad (6.1)$$

- уравнение расхода:

$$Q = \text{const (вдоль потока)} \text{ или } v_1 S_1 = v_2 S_2; \quad (6.2)$$

- формулы для расчета потерь напора на трение по длине трубы и в местных сопротивлениях:

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \quad \text{и} \quad h_{\text{м}} = \zeta \frac{v^2}{2g}, \quad (6.3)$$

которые после выражения скорости v через расход Q ($v = 4Q/\pi d^2$) принимают вид

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{8Q^2}{g\pi^2 d^4} \quad \text{и} \quad h_{\text{м}} = \zeta \frac{8Q^2}{g\pi^2 d^4}. \quad (6.4)$$

В формулах (6.1) - (6.4):

z_1 и z_2 - геометрические высоты центров тяжести сечений над произвольной горизонтальной плоскостью сравнения; p_1 и p_2 - давления в центрах тяжести сечений; v_1 и v_2 - средние скорости в сечениях; α_1 и α_2 - коэффициенты кинетической энергии в сечениях (расчетные значения для потока в круглой трубе: $\alpha=2$ - при ламинарном режиме, $\alpha=1$ - при турбулентном); S_1 и S_2 - площади

сечений; ρ - плотность жидкости; $\sum h_{1-2}$ - суммарная потеря полного напора на пути от первого до второго сечения; l и d - длина и диаметр трубы; λ - коэффициент гидравлического трения; ζ - коэффициент местного сопротивления.

Использование формул (6.3) связано с выбором коэффициентов гидравлического трения λ и местных сопротивлений ζ . Расчетные значения этих величин, а также коэффициенты кинетической энергии α , зависят от режима течения жидкости.

Для определения режима необходимо найти число Рейнольдса:

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{4Q}{\pi d\nu} \quad (6.5)$$

(здесь ν - кинематический коэффициент вязкости жидкости) и сравнить его с критическим значением $Re_{кр} = 2300$. Если $Re \leq Re_{кр}$, то режим течения ламинарный; при $Re > Re_{кр}$ - режим турбулентный.

Ниже приведены расчетные формулы для коэффициента гидравлического трения λ при различных режимах течения.

При ламинарном режиме $\lambda_{л}$ однозначно зависит от числа Рейнольдса:

$$\lambda_{л} = f(Re) = 64/Re. \quad (6.6)$$

При турбулентном режиме $\lambda_{т}$ в общем случае зависит от числа Рейнольдса Re и относительной шероховатости Δ/d : $\lambda_{т} = f(Re, \Delta/d)$. Здесь Δ - эквивалентная абсолютная шероховатость стенок трубы. Универсальной формулой, учитывающей одновременно оба фактора, является формула Альтшуля:

$$\lambda_{т} = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}. \quad (6.7)$$

При малых значениях Re и Δ/d ($Re < 20d/\Delta$) (6.7) обращается в формулу Блазиуса для так называемых гидравлически гладких труб:

$$\lambda_{т} = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}}. \quad (6.8)$$

Наоборот, при больших Re и Δ/d (6.7) принимает вид формулы Шифринсона для зоны квадратичного сопротивления:

$$\lambda_{т} = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}. \quad (6.9)$$

Для удобства пользования формулой Альтшуля в прил. 5 приведен график $\lambda_{т} = f(Re, \Delta/d)$.

Значения коэффициентов местных сопротивлений ζ в общем случае определяются геометрической формой сопротивления и величиной числа Рейнольдса. При ламинарном режиме коэффициент ζ зависит от обоих этих факторов, а при турбулентном режиме - только от формы местного сопротивления. Численные значения коэффициентов ζ находят в справочной литературе. При подсчете местных потерь по формуле (6.3) следует обращать внимание на ука-

зания, к какой скорости (до или после сопротивления) отнесены коэффициенты ζ . В задачах данного сборника коэффициенты ζ обычно заданы или приведены в приложении и отнесены к скорости после местного сопротивления. Исключение составляет коэффициент $\zeta_{\text{вых}}$ (выход из трубы в резервуар), который отнесен к скорости перед местным сопротивлением.

Как указано ранее, решение задач данного раздела связано с использованием уравнения Бернулли (6.1). При его применении в конкретном расчете необходимо учитывать приведенные в п. 4.1 рекомендации.

К ним необходимо добавить следующее:

- суммарную потерю напора $\sum h_{1-2}$ следует представить подробно в виде суммы потерь на трение по длине и местных потерь, определяемых формулами (6.3) или (6.4).

Для удобства расчетов введем понятие расчетного напора:

$$H = z_1 - z_2 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g}. \quad (6.10)$$

Расчеты простых трубопроводов сводятся к трем типовым задачам: определению напора (или давления), расхода и диаметра трубопровода. Далее рассмотрена методика решения этих задач для простого трубопровода постоянного сечения.

Задача I. Дано: размеры трубопровода l и d , шероховатость его стенок Δ , свойства жидкости (ρ , ν), расход жидкости Q .

Определить: требуемый напор H (одну из величин, определяющих напор).

Решение.

1. Составляется уравнение Бернулли с учетом приведенных рекомендаций.

2. Уравнение решается относительно H .

Полученная расчетная формула содержит неизвестный коэффициент λ .

3. По формуле (6.5) определяется Re и устанавливается режим движения.

4. Находится значение λ по формуле (6.6) или (6.7) в зависимости от режима движения.

5. По формуле, полученной в пункте 2, определяется H и по (6.10) искомая величина.

Задача II. Дано: размеры трубопровода l и d , шероховатость его стенок Δ , свойства жидкости (ρ , ν), напор H . Определить расход Q .

Решение.

1. Составляется уравнение Бернулли с учетом приведенных рекомендаций.

2. Уравнение решается относительно искомой величины Q . Полученная формула содержит неизвестный коэффициент λ , зависящий от Re . Непосредственное нахождение λ в условиях данной задачи затруднено, так как при неизвестном Q не может быть заранее установлено Re . Поэтому дальнейшее решение задачи выполняется методом последовательных приближений.

3. Задается режим течения. Это можно сделать, основываясь на вязкости жидкости (вода, бензин, керосин, дизельное топливо - турбулентный режим; масло, нефть - ламинарный), но с последующей проверкой по результатам расчета. Можно также режим течения определить сразу однозначно, сравнивая расчетный напор H с его критическим значением

$$H_{кр} \approx \frac{32\nu^2 l}{gd^3} \text{Re}_{кр} . \quad (6.11)$$

Если $H < H_{кр}$, то режим - ламинарный. При $H > H_{кр}$ режим - турбулентный.

4. При ламинарном режиме расход определяется из формулы

$$H = \frac{16Q^2}{2g\pi^2 d^4} \lambda_{л} \frac{L}{d} = \frac{128\nu L}{\pi g d^4} Q, \quad (6.12)$$

где $L = l + \sum l_{экр}$ - приведенная длина трубопровода; $l_{экр}$ - эквивалентные длины местных сопротивлений при ламинарном режиме. В учебных задачах последние даются, как правило, в долях длины трубопровода.

Проверяется режим течения.

В случае турбулентного режима определяется значение λ_I по формуле (6.9), полагая в первом приближении течение в зоне квадратичного сопротивления. Если сведения о шероховатости отсутствуют (заданы гидравлически гладкие трубы), то значение λ_I можно задать, например, $\lambda_I = 0,03$. Принимая во внимание, что этот коэффициент изменяется в сравнительно узких пределах, большой ошибки при этом не будет.

5. Определяется $Q_I = f(\lambda_I)$ в первом приближении по формуле, полученной в пункте 2.

6. Находится $\text{Re}_I = f(Q_I)$ в первом приближении и определяется режим движения жидкости.

7. Уточняется значение λ_{II} во втором приближении по формуле (6.7) в зависимости от Re_I .

8. Определяется $Q_{II} = f(\lambda_{II})$ во втором приближении по формуле пункта 2.

9. Находится относительная погрешность $\delta = (Q_{II} - Q_I) / Q_{II} \cdot 100\%$.

Если $\delta \leq \delta_{доп}$, то решение заканчивается (для учебных задач $\delta_{доп} = 5\%$). В противном случае выполняется решение в третьем приближении. Обычно бывает достаточно двух или трех приближений для получения приемлемой точности.

Задача III. Дано: размеры трубопроводов (кроме диаметра d), шероховатость его стенок Δ , свойства жидкости (ρ, ν), напор H , расход Q .

Определить диаметр трубопровода.

Решение.

При решении этой задачи возникают затруднения с непосредственным определением значения λ , аналогичные задаче второго типа. Поэтому решение целесообразно выполнять графоаналитическим методом.

1. Задаются несколько значений диаметров d_1, d_2, \dots, d_n .
2. Для каждого значения d_i определяется соответствующее значение напора H при заданном расходе Q (n раз разрешается задача первого типа).
3. По результатам расчета строится график $H = f(d)$.
4. По графику определяется искомый диаметр d , соответствующий заданному значению напора H .

Методика решения задач первого и второго типа для простого трубопровода, состоящего из n последовательных участков различного диаметра, не отличается от изложенной выше. При этом для упрощения расчетных формул следует выражать скорости v_i на каждом участке трубопровода через скорость v_n на последнем участке или через расход Q .

Используя уравнение расхода (6.2), получим

$$v_i = v_n \frac{S_n}{S_i} = v_n \left(\frac{d_n}{d_i} \right)^2 \quad \text{или} \quad v_i = \frac{Q}{S_i} = \frac{4Q}{\pi d_i^2}.$$

Необходимо также иметь в виду, что число Рейнольдса Re_i , а следовательно, и коэффициент λ_i на каждом участке такого трубопровода имеет свое значение.

6.2. Примеры решения задач

Задача 6.2.1. Определить избыточное давление над поверхностью керосина (плотность $\rho = 808 \text{ кг/м}^3$, кинематический коэффициент вязкости $\nu = 0,025 \text{ Ст}$) при его истечении из закрытого резервуара в атмосферу по трубопроводу длиной $l = 5,0 \text{ м}$ и диаметром $d = 35 \text{ мм}$, если расход $Q = 2,5 \text{ л/с}$. Коэффициент сопротивления вентиля $\xi_{\text{вент}} = 4,0$. Шероховатость стенок трубы $\Delta = 0,05 \text{ мм}$. Уровень жидкости в резервуаре считать постоянным и равным $H_0 = 2,0 \text{ м}$ (рис.6.1).

Дано: $l = 5,0 \text{ м}$; $H_0 = 2,0 \text{ м}$;
 $\rho = 808 \text{ кг/м}^3$; $\xi_{\text{вент}} = 4,0$;
 $\Delta = 0,05 \text{ мм} = 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ м}$;
 $d = 35 \text{ мм} = 35 \cdot 10^{-3} \text{ м}$;
 $\nu = 0,025 \text{ Ст} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 / \text{с}$;
 $Q = 2,5 \text{ л/с} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{с}$.

Определить: $p_{\text{и}}$.

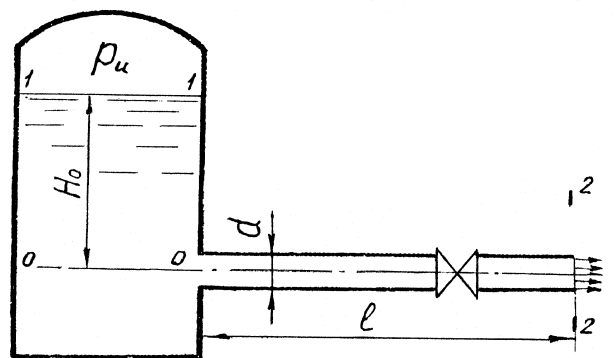


Рис. 6.1.

Решение. 1. Составим уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2 относительно плоскости сравнения 0-0:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \sum h_{1-2}.$$

Имеем:

- для сечения 1-1- $z_1 = H_o; p_{изб1} = p_{и}; v_1 = 0;$
- для сечения 2-2 - $z_2 = 0; p_{изб2} = 0; v_2 = v.$

Потери напора

$$\sum h_{1-2} = h_{дл} + \sum h_{м} = (\lambda l / d + \zeta_{вх} + \zeta_{вент}) v^2 / 2g ,$$

где $\zeta_{вх}=0,5$ - коэффициент сопротивления “вход в трубу”; λ - коэффициент гидравлического трения.

Перепишем уравнение Бернулли, выразив входящие в него величины,

$$H_o + \frac{p_{и}}{\rho g} = \left(\alpha_2 + \lambda \frac{l}{d} + \zeta_{вх} + \zeta_{вент} \right) \frac{v^2}{2g} \quad (6.13)$$

2. Из (6.13) получим расчетную формулу для искомой величины $p_{и}$:

$$p_{и} = \left[\left(\alpha_2 + \lambda \frac{l}{d} + \zeta_{вх} + \zeta_{вент} \right) \frac{v^2}{2g} - H_o \right] \rho g .$$

Выразив среднюю скорость через расход - $v = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{\pi d^2}$, будем иметь

$$p_{и} = \left[\left(\alpha_2 + \lambda \frac{l}{d} + \zeta_{вх} + \zeta_{вент} \right) \frac{8Q^2}{\pi^2 d^4 g} - H_o \right] \rho g . \quad (6.14)$$

3. Определяем число Рейнольдса

$$Re = \frac{4Q}{\pi d v} = \frac{4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 35 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}} = 36,4 \cdot 10^3 .$$

Так как $Re > Re_{кр} = 2300$, то режим - турбулентный.

4. Находим коэффициент гидравлического трения λ по универсальной формуле Альтшуля для турбулентного режима:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{0,05}{35} + \frac{68}{36,4 \cdot 10^3} \right)^{0,25} = 0,0264 .$$

Коэффициент кинетической энергии при турбулентном режиме $\alpha_2 = 1,0$.

5. Вычислим искомую величину $p_{и}$ по формуле (6.14):

$$p_{и} = \left[\left(1,0 + 0,0264 \frac{5,0}{35 \cdot 10^{-3}} + 0,5 + 4,0 \right) \frac{8 \cdot (2,5 \cdot 10^{-3})^2}{3,14^2 \cdot (35 \cdot 10^{-3})^4 \cdot 9,81} - 2,0 \right] \cdot 808 \cdot 9,81 = 9,51 \cdot 10^3 \text{ Па} .$$

Задача 6.2.2. Определить расход при истечении керосина (плотность $\rho=808 \text{ кг/м}^3$; кинематический коэффициент вязкости $\nu=0,025 \text{ Ст}$) из закрытого резервуара с избыточным давлением $p_{и} = 10,5 \text{ кПа}$ в атмосферу по трубопроводу длиной $l=5,0\text{м}$ и диаметром $d=35\text{мм}$. Коэффициент сопротивления вентиля $\zeta_{вент} = 4,0$. Шероховатость стенок трубы $\Delta = 0,05\text{мм}$. Уровень жидкости в резервуаре считать постоянным и равным $H_o = 2,0 \text{ м}$ (см. рис. 6.1).

Дано: $l = 5,0$ м; $H_0 = 2,0$ м; $d = 35$ мм = $35 \cdot 10^{-3}$ м;
 $\rho = 808$ кг/м³; $\xi_{\text{вент}} = 4,0$; $p_{\text{и}} = 10,5$ кПа = $10,5 \cdot 10^3$ Па
 $\Delta = 0,05$ мм = 10^{-3} м; $\nu = 0,025$ Ст = $2,5 \cdot 10^{-6}$ м²/с;

Определить Q .

Решение. 1. Составление уравнения Бернулли приведено в пункте 1 решения задачи 6.2.1.

2. Получим расчетную формулу для искомой величины Q . Из уравнения

$$(6.13) \text{ имеем } v = \sqrt{\frac{2g(H_0 + p_{\text{и}}/\rho g)}{\alpha_2 + \lambda \frac{l}{d} + \xi_{\text{вх}} + \xi_{\text{вент}}}}.$$

$$\text{Расход будет равен } Q = vS = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2g(H_0 + p_{\text{и}}/\rho g)}{\alpha_2 + \lambda \frac{l}{d} + \xi_{\text{вх}} + \xi_{\text{вент}}}}.$$

Задачу решаем методом последовательных приближений.

3. Так как керосин - маловязкая жидкость, то предположим, что режим течения - турбулентный. Полагая в первом приближении, что течение в зоне квадратичного сопротивления, имеем:

- коэффициент кинетической энергии $\alpha_2 = 1$;

- коэффициент гидравлического трения $\lambda_I = 0,11(0,05/35)^{0,25} = 0,0214$.

Находим расход в первом приближении:

$$Q_I = \frac{3,14 \cdot (35 \cdot 10^{-3})^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81(2,0 + 10,5 \cdot 10^3 / 808 \cdot 9,81)}{1 + 0,0214 \frac{5,0}{35 \cdot 10^{-3}} + 0,5 + 4,0}} = 2,65 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{с}.$$

Число Рейнольдса в первом приближении равно

$$\text{Re}_I = \frac{4Q}{\pi d \nu} = \frac{4 \cdot 2,65 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 35 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5 \cdot 10^{-6}} = 38,6 \cdot 10^3.$$

Так как $\text{Re}_I > \text{Re}_{\text{кр}} = 2300$, то режим - турбулентный.

4. Уточняем значение коэффициента λ во втором приближении:

$$\lambda_{II} = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25} = 0,11 \left(\frac{0,05}{35} + \frac{68}{38,6 \cdot 10^3} \right)^{0,25} = 0,0261.$$

Расход во втором приближении равен

$$Q_{II} = \frac{3,14 \cdot (35 \cdot 10^{-3})^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \left(2,0 + \frac{10,5 \cdot 10^3}{808 \cdot 9,81} \right)}{1 + 0,0261 \frac{5,0}{35 \cdot 10^{-3}} + 0,5 + 4,0}} = 2,56 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{с}.$$

Относительная погрешность

$$\delta = \frac{(Q_{II} - Q_I)}{Q_I} \cdot 100 = \frac{(2,56 \cdot 10^{-3} - 2,65 \cdot 10^{-3})}{2,56 \cdot 10^{-3}} \cdot 100 = 3,5\%.$$

Полученная погрешность $\delta < \delta_{\text{дол}} = 5\%$, поэтому за искомый расход принимаем $Q = 2,56 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 2,56 \text{ л/с}$.

Задача 6.2.3. Керосин (плотность $\rho = 808 \text{ кг/м}^3$; кинематический коэффициент вязкости $\nu = 0,025 \text{ Ст}$) вытекает из закрытого резервуара с избыточным давлением $p_{\text{и}} = 10,5 \text{ кПа}$ в атмосферу по трубопроводу длиной $l = 5,0 \text{ м}$. Шероховатость стенок трубы $\Delta = 0,05 \text{ мм}$. Коэффициент сопротивления вентиля $\zeta_{\text{вент}} = 4,0$. Уровень жидкости в резервуаре считать постоянным и равным $H_o = 2,0 \text{ м}$.

Определить диаметр трубопровода, необходимый для обеспечения расхода $Q = 2,5 \text{ л/с}$. (см. рис. 6.1).

Дано: $l = 5,0 \text{ м}; \quad \zeta_{\text{вент}} = 4,0; \quad p_{\text{и}} = 10,5 \text{ кПа} = 10,5 \cdot 10^3 \text{ Па};$
 $H = 2,0 \text{ м}; \quad \rho = 808 \text{ кг/м}^3; \quad Q = 2,5 \text{ л/с} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$
 $\Delta = 0,05 \text{ мм}; \quad \nu = 0,025 \text{ Ст} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с};$

Определить: d .

Решение. 1. Задаемся рядом значений диаметров $d_i = 30; 40; 50 \text{ мм}$

2. Для каждого значения диаметра решаем задачу первого типа: определяем величину напора, потребляемого для получения заданного расхода. (Составление уравнения Бернулли приведено в пункте 1 решения задачи 6.2.1).

Обозначим $H_o + p_{\text{и}}/\rho g = H$ и выразим скорость через расход $v = Q/S = 4Q/\pi d^2$.

Тогда получим расчетную формулу для напора:

$$H = \left(\alpha_2 + \lambda \frac{l}{d} + \zeta_{\text{вх}} + \zeta_{\text{вент}} \right) \frac{8Q^2}{\pi^2 d^4 g}. \quad (6.15)$$

3. Вычисляем число Рейнольдса, соответствующее каждому диаметру:

$$\text{Re}_i = \frac{4Q}{\pi d_i \nu} = \frac{4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot d_i \cdot 2,5 \cdot 10^{-6}} = \frac{1,27}{d_i} \cdot 10^3;$$
$$\text{Re}_1 = \frac{1,27}{30 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^3 = 42,3 \cdot 10^3; \quad \text{Re}_2 = \frac{1,27}{40 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^3 = 31,8 \cdot 10^3;$$
$$\text{Re}_3 = \frac{1,27}{50 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^3 = 25,4 \cdot 10^3.$$

Во всех случаях режим движения турбулентный.

Коэффициент кинетической энергии при турбулентном режиме $\alpha_2 = 1,0$.

4. Определяем коэффициент гидравлического трения по универсальной формуле Альтшуля для турбулентного режима

$$\lambda_i = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d_i} + \frac{68}{\text{Re}_i} \right)^{0,25} :$$

$$\lambda_1 = 0,11 \left(0,05 / 30 + 68 / 42,3 \cdot 10^3 \right)^{0,25} = 0,0263 ;$$

$$\lambda_2 = 0,11 \left(0,05 / 40 + 68 / 31,8 \cdot 10^3 \right)^{0,25} = 0,0265 ;$$

$$\lambda_3 = 0,11 \left(0,05 / 50 + 68 / 25,4 \cdot 10^3 \right)^{0,25} = 0,0271 .$$

5. Определяем значения напора по формуле (6.15):

$$H_1 = \left(1 + 0,0263 \frac{5,0}{30 \cdot 10^{-3}} + 0,5 + 4,0 \right) \frac{8 \cdot (2,5 \cdot 10^{-3})^2}{3,14^2 \cdot (30 \cdot 10^{-3})^4 \cdot 9,81} = 6,31 \text{ м};$$

$$H_2 = \left(1 + 0,0265 \frac{5,0}{40 \cdot 10^{-3}} + 0,5 + 4,0 \right) \frac{8 \cdot (2,5 \cdot 10^{-3})^2}{3,14^2 \cdot (40 \cdot 10^{-3})^4 \cdot 9,81} = 1,78 \text{ м};$$

$$H_3 = \left(1 + 0,0271 \frac{5,0}{50 \cdot 10^{-3}} + 0,5 + 4,0 \right) \frac{8 \cdot (2,5 \cdot 10^{-3})^2}{3,14^2 \cdot (50 \cdot 10^{-3})^4 \cdot 9,81} = 0,68 \text{ м}.$$

6. Строим график $H=f(d)$ (рис. 6.2).

Вычисляем заданный напор:

$$H_{\text{зад}} = H_0 + \frac{p_{\text{н}}}{\rho g} = 2,0 + \frac{10,5 \cdot 10^3}{808 \cdot 9,81} = 3,32 \text{ м} .$$

По графику находим искомый диаметр, соответствующий заданному напору, $d_{\text{иск}} = 35 \text{ мм}$.

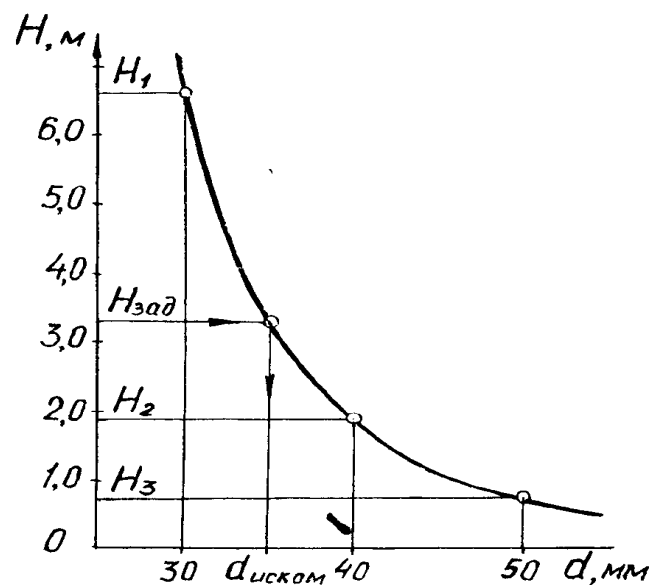


Рис. 6.2

6.3. Задачи

6-1÷2. Из резервуара по трубопроводу (d_1, l_1 и d_2, l_2) подается вода на высоту $H_2=12,0$ м. Шероховатость стенок трубопровода $\Delta = 0,15$ мм. Коэффициент сопротивления для поворотов принять равным $\zeta_{пов} = 0,30$, а для крана - ζ_k .

Какое давление необходимо поддерживать в резервуаре, если уровень воды в нем принять постоянным, равным H_1 , а расход воды через кран равен $Q=1,2$ л/с?

6-3÷4. Из резервуара по трубопроводу (d_1, l_1 и d_2, l_2) подается вода на высоту $H_2=10,0$ м. Шероховатость стенок трубопровода $\Delta = 0,20$ мм. Коэффициент сопротивления для крана принять равным ζ_k , а для поворотов трубопровода - $\zeta_{пов} = 0,40$.

Определить расход воды через кран, если уровень H_1 воды в резервуаре постоянный, а показание манометра составляет p_m .

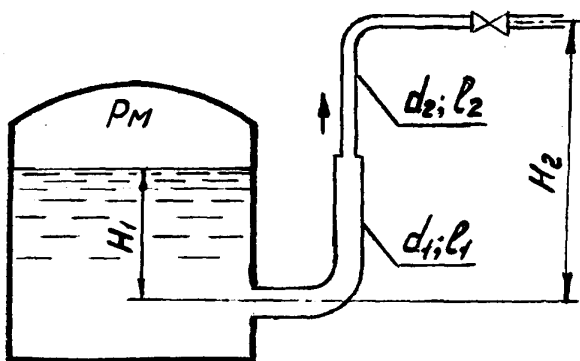
6-5÷6. По трубопроводу длиной l_1 насосом подается топливо ($\rho = 900$ кг/м³) на высоту H_1 . Избыточное давление, создаваемое насосом в начале трубопровода, равно p_m . Трубопровод считать гидравлически гладким. Местные потери в трубопроводе принять равными 10% потерь на трение по длине.

Определить диаметр трубопровода, обеспечивающий расход топлива $Q=10,0$ л/с.

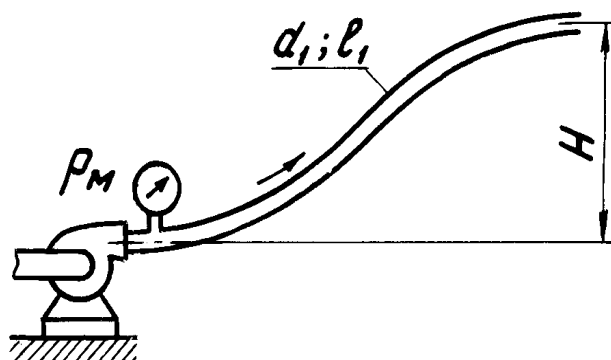
6-7÷8. По напорному трубопроводу диаметром d_1 и длиной l_1 необходимо подавать насосом воду с расходом $Q= 12,5$ л/с. Высота подъема воды H_1 .

Определить увеличение давления нагнетания p_m насоса при возрастающих значениях шероховатости стенок Δ в процессе эксплуатации труб от 0,20мм до 1,2 мм.

К задачам 6-1÷4



К задачам 6-5÷8



6-9÷10. По вертикальной трубе (d_1, l_1 и d_2, l_2), соединяющей закрытый и открытый резервуары, перетекает керосин ($\rho=835 \text{ кг/м}^3$). Верхний резервуар заполнен до уровня H_1 , показание манометра составляет p_m . Коэффициент сопротивления крана ζ_k .

Определить расход керосина, считая шероховатость труб равной $\Delta=0,2\text{мм}$, а уровни керосина в резервуарах постоянными.

6-11÷12. Из закрытого резервуара, заполненного до уровня H_1 , по вертикальной трубе (d_1, l_1 и d_2, l_2) перетекает бензин ($\rho=765 \text{ кг/м}^3$) в нижний открытый резервуар с расходом $Q=1,2 \text{ л/с}$. Шероховатость стенок трубопровода $\Delta=0,10 \text{ мм}$, коэффициент сопротивления крана ζ_k .

Определить показание манометра в верхнем резервуаре, считая уровни бензина в резервуарах постоянными p_m .

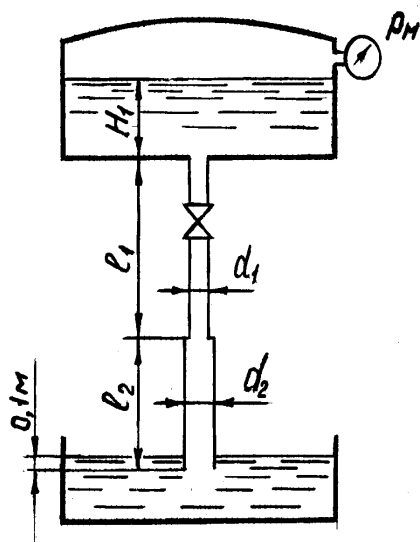
6-13÷14. Из открытого резервуара через вертикальную трубу (d_1, l_1 и d_2, l_2) в атмосферу вытекает вода. Уровень в резервуаре постоянный, глубина H_1 . Шероховатость стенок труб $\Delta=0,35 \text{ мм}$. Коэффициент сопротивления крана ζ_k .

Определить расход воды.

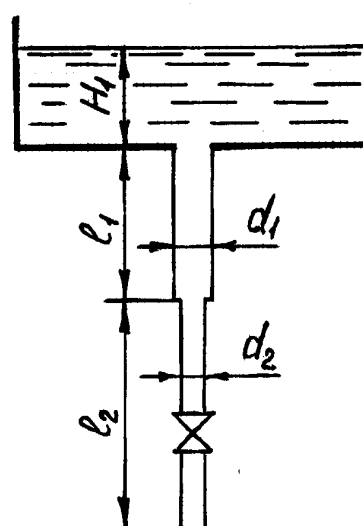
6-15÷16. Из открытого резервуара через вертикальную трубу (d_1, l_1 и d_2, l_2) в атмосферу вытекает вода. Шероховатость стенок труб $\Delta=0,50\text{мм}$. Коэффициент сопротивления крана ζ_k .

Считая уровень H_1 воды в резервуаре постоянным, определить его значение, если расход $Q=4,0 \text{ л/с}$.

К задачам 6-9÷12



К задачам 6-13÷16



6-17÷18. Насос по трубопроводу диаметром d_1 и длиной l_1 перекачивает топливо ($\rho=900 \text{ кг/м}^3$) в резервуар на высоту H_1 . Шероховатость стенок трубопровода $\Delta = 0,15 \text{ мм}$, коэффициент сопротивления колен $\zeta_{\text{кол}} = 0,40$, а вентиля $\zeta_{\text{в}}$.

Определить давление p_m , которое должен создавать насос, чтобы подать топливо с расходом $Q=25 \text{ л/с}$.

6-19÷20. По трубопроводу длиной l_1 насос перекачивает топливо ($\rho=880 \text{ кг/м}^3$) в резервуар на высоту H_1 . Манометрическое давление, создаваемое насосом, равно p_m . Шероховатость стенок трубопровода $\Delta=0,25 \text{ мм}$. Местные потери в трубопроводе принять равными 15% потерь на трение по длине.

Определить диаметр трубопровода, обеспечивающий расход топлива $Q=5,0 \text{ л/с}$.

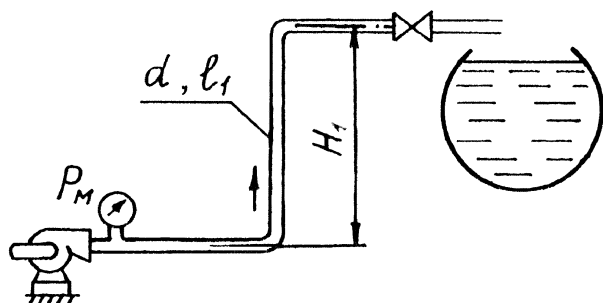
6-21÷22. Вода вытекает в атмосферу из резервуара с постоянным уровнем по трубопроводу (d_1, l_1 и d_2, l_2). Горизонтальный участок заглублен под уровень на H_1 , наклонный участок имеет высоту $H_2=15,0 \text{ м}$. Шероховатость стенок трубопровода $\Delta = 0,20 \text{ мм}$, потерю напора на повороте не учитывать.

Определить, каков должен быть коэффициент сопротивления задвижки ζ при расходе в трубопроводе $Q=17 \text{ л/с}$?

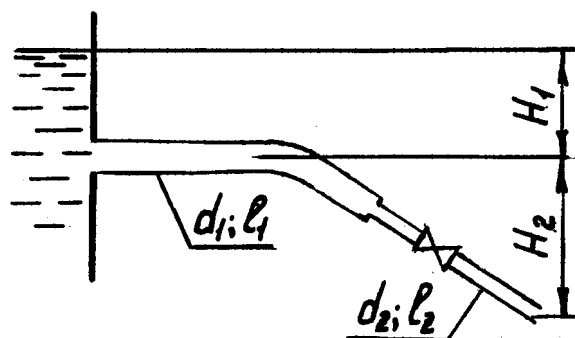
6-23÷24. Вода вытекает в атмосферу из резервуара с постоянным уровнем по трубопроводу (d_1, l_1 и d_2, l_2). Горизонтальный участок заглублен под уровень на H_1 , наклонный участок имеет высоту $H_2=18,0 \text{ м}$. Шероховатость стенок трубопровода $\Delta=0,50 \text{ мм}$, коэффициент сопротивления вентиля $\zeta_{\text{в}}$, поворота - $\zeta_{\text{пов}} = 0,25$.

Определить расход воды.

К задачам 6-17÷20



К задачам 6-21÷24



6-25÷26. Насос забирает масло ($\rho = 920 \text{ кг/м}^3$) из открытого бака по всасывающему трубопроводу диаметром d_1 и длиной l_1 . Уровень масла в баке ниже оси насоса на H_1 . Вакуумметр, установленный перед насосом, показывает $p_{\text{вак}} = 30 \text{ кПа}$.

Определить расход масла, принимая местные потери напора в трубопроводе равными 10% от потерь на трение по длине.

6-27÷28. Насос забирает масло ($\rho = 890 \text{ кг/м}^3$) из открытого бака по всасывающему трубопроводу диаметром d_1 и длиной l_1 . Уровень масла в баке ниже оси насоса на H_1 . Трубопровод считать гидравлически гладким, коэффициент сопротивления приемника $\zeta_{\text{пр}} = 4,0$, колена - $\zeta_{\text{кол}} = 0,5$.

Определить показание вакуумметра перед насосом, если насос обеспечивает расход $Q = 12,0 \text{ л/с}$.

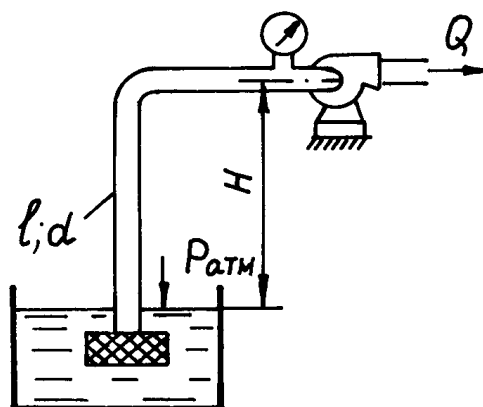
6-29÷30. Из открытого резервуара по трубопроводу (d_1, l_1 и d_2, l_2) происходит истечение воды в атмосферу при постоянном напоре $H = 4,0 \text{ м}$. Коэффициент сопротивления крана $\zeta_{\text{к}}$, шероховатость стенок трубы $\Delta = 0,50 \text{ мм}$.

Определить расход воды, если выходное отверстие трубопровода расположено выше входного на величину H_1 .

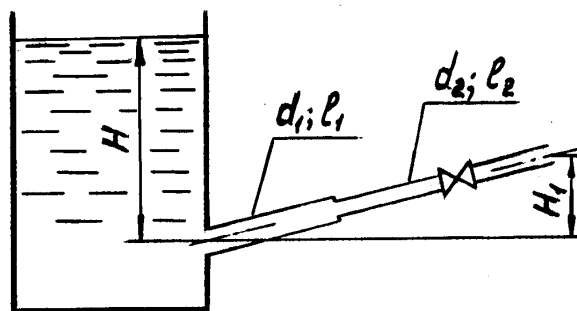
6-31÷32. Из открытого резервуара по трубопроводу (d_1, l_1 и d_2, l_2) происходит истечение воды в атмосферу. Выходное отверстие расположено выше входного на величину H_1 . Шероховатость стенок трубопровода $\Delta = 0,50 \text{ мм}$, коэффициент сопротивления крана $\zeta_{\text{к}}$.

Определить, при каком напоре H можно получить расход $Q = 5,6 \text{ л/с}$?

К задачам 6-25÷28



К задачам 6-29÷32



6-33÷34. Горизонтальная труба (d_1, l_1 и d_2, l_2) соединяет закрытый, где поддерживается избыточное давление p_m , и открытый резервуары с постоянными уровнями H_1 и H_2 ($H_2=1,20$ м).

Определить расход воды, если коэффициент сопротивления вентиля ζ_B , а шероховатость стенок трубы $\Delta=0,50$ мм.

6-35÷36. Закрытый и открытый резервуары с постоянными уровнями H_1 и H_2 ($H_2=0,80$ м) соединены горизонтальной трубой (d_1, l_1 и d_2, l_2), имеющей шероховатость стенок $\Delta=0,50$ мм.

Какое давление p_m необходимо поддерживать в закрытом резервуаре, чтобы расход воды по трубе составлял $Q=10$ л/с, если коэффициент сопротивления вентиля ζ_B ?

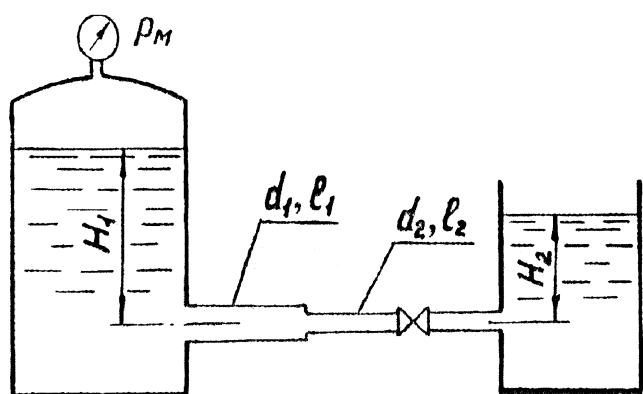
6-37÷38. Определить давление на входе в шестеренный насос системы смазки, подающий расход $Q=1,0$ л/с масла ($\rho=890$ кг/м³). Размеры всасывающего трубопровода d_1 и l_1 , шероховатость его стенок $\Delta=0,10$ мм. Входное сечение насоса расположено ниже свободной поверхности в масляном баке на H_1 . Местные потери в трубопроводе принимать равными 10% потерь на трение по длине.

Как изменится давление перед насосом, если в результате нагрева вязкость масла уменьшится в 20 раз?

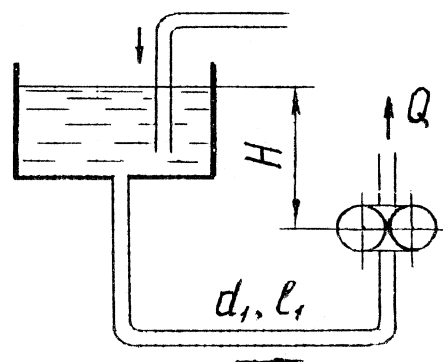
6-39÷40. На входе в шестеренный насос системы смазки обеспечивается вакуум $p_{\text{вак}}=30$ кПа. Входное сечение насоса расположено ниже свободной поверхности в масляном баке на H_1 . Размеры всасывающего трубопровода d_1 и l_1 . Трубопровод считать гидравлически гладким. Местные потери в трубопроводе принимать равными 10% потерь на трение по длине.

Определить расход Q масла ($\rho=900$ кг/м³) в трубопроводе.

К задачам 6-33÷36



К задачам 6-37÷40



6-41÷42. Насос подает масло ($\rho=900 \text{ кг/м}^3$) в гидроцилиндр диаметром $D=150 \text{ мм}$ по трубопроводу длиной l_1 . Давление нагнетания насоса равно p_m . Избыточное давление в гидроцилиндре $p_r=1,5 \text{ МПа}$. Трубопровод считать гидравлически гладким. Местные потери принять равными 20% потерь на трение по длине.

Определить, каким должен быть диаметр трубопровода, чтобы обеспечить скорость движения поршня $v_{\text{п}} = 0,1 \text{ м/с}$?

6-43÷44. Насос по трубопроводу размерами d_1 и l_1 через фильтр ($\zeta_{\text{ф}}=9,0$) подает масло в гидроцилиндр. Давление нагнетания насоса p_m . Коэффициент сопротивления колен $\zeta_{\text{кол}} = 0,40$. Трубы гидравлически гладкие. Скоростью движения поршня гидроцилиндра можно пренебречь.

Определить, как изменится давление в гидроцилиндре при изменении температуры масла от 5°C ($\nu=3,0 \text{ Ст}$; $\rho=890 \text{ кг/м}^3$) до 50°C ($\nu=0,2 \text{ Ст}$, $\rho=850 \text{ кг/м}^3$), если расход масла по трубопроводу $Q=1,7 \text{ л/с}$?

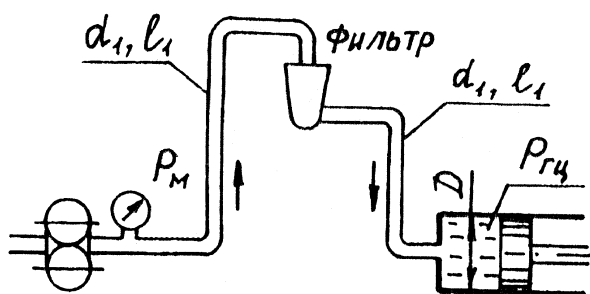
6-45÷46. Для подачи воды в количестве $Q=0,025 \text{ м}^3/\text{с}$ на расстояние $l=500 \text{ м}$ под напором H_1 можно использовать трубы диаметром d_1 и d_2 , шероховатость стенок которых $\Delta=1,0 \text{ мм}$.

Определить необходимые длины участков l_1 и l_2 .

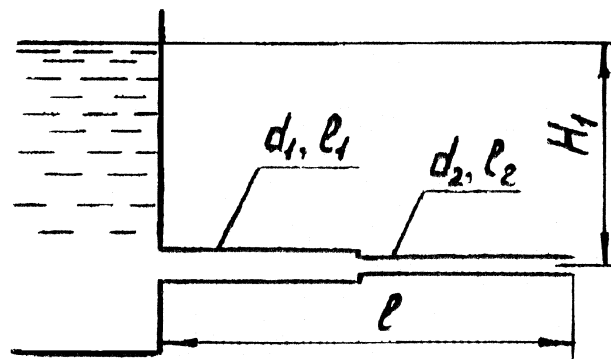
6-47÷48. По трубопроводу размерами d_1, l_1 и d_2, l_2 подается вода под постоянным напором H_1 .

Определить расход воды, если шероховатость стенок трубопровода $\Delta=0,50 \text{ мм}$.

К задачам 6-41÷44



К задачам 6-45÷48



6-49÷50. По горизонтальному трубопроводу длиной l_1 необходимо перекачивать нефть ($\rho=910 \text{ кг/м}^3$) с расходом 60 л/с при условии, чтобы падение давления в трубопроводе не превышало $\Delta p= 4,0 \text{ МПа}$. Шероховатость стенок трубопровода $\Delta=0,20 \text{ мм}$.

Определить диаметр трубопровода.

6-51÷52. По трубопроводу размерами d_1, l_1 и d_2, l_2 подается бензин ($\rho=765 \text{ кг/м}^3$) из бака с избыточным давлением p_M в расположенный выше бак, где поддерживается вакуум $p_{\text{вак}}=20 \text{ кПа}$. Шероховатость стенок трубопровода $\Delta= 0,10 \text{ мм}$. Коэффициент сопротивления вентиля ζ_v .

Определить расход бензина, считая разность уровней в баках постоянной, равной H_1 .

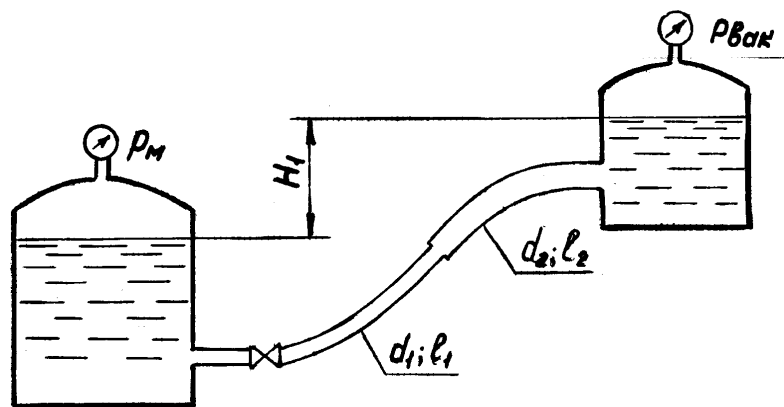
6-53÷54. По трубопроводу (d_1, l_1 и d_2, l_2) подается керосин ($\rho=835 \text{ кг/м}^3$) из бака с избыточным давлением p_M в расположенный выше бак, где поддерживается вакуум $p_{\text{вак}}=10 \text{ кПа}$. Трубопровод считать гидравлически гладким. Коэффициент сопротивления вентиля ζ_v .

Определить, при какой разности уровней H_1 керосина в баках можно получить расход $Q=1,2 \text{ л/с}$?

6-55÷56. Из бака с избыточным давлением p_M необходимо подать по трубопроводу с постоянным диаметром масло ($\rho=910 \text{ кг/м}^3$) в бак, где поддерживается вакуум $p_{\text{вак}}=30 \text{ кПа}$.

Определить максимальную длину трубопровода, чтобы при разности уровней H_1 в баках по трубопроводу проходило 0,20 л/с масла. Местные потери напора в трубопроводе принять равными 10% от потерь по его длине.

К задачам 6-51÷56



Исходные данные к задачам гл. 6

Номер задачи	d_1 , мм	l_1 , м	d_2 , мм	l_2 , м	H_1 , м	$\zeta_K(\zeta_B)$	p_M , кПа	ν , Ст
6-1	40	12,0	28	8,0	1,6	5,0	-	0,013
6-2	22	10,0	35	15,0	1,8	4,0	-	0,012
6-3	35	12,0	50	10,0	1,7	4,0	120	0,013
6-4	44	10,0	28	12,0	1,4	5,0	150	0,011
6-5	-	1000	-	-	15,0	-	330	0,050
6-6	-	800	-	-	25,0	-	370	0,040
6-7	120	2000	-	-	15,0	-	-	0,013
6-8	120	1800	-	-	20,0	-	-	0,013
6-9	20	1,8	40	1,2	0,5	4,0	15	0,032
6-10	30	1,2	20	2,0	0,6	5,0	20	0,030
6-11	20	1,4	30	1,8	0,4	5,0	-	0,007
6-12	20	2,0	40	1,0	0,5	4,0	-	0,006
6-13	60	1,0	40	1,8	0,8	6,0	-	0,013
6-14	40	1,6	60	1,2	0,6	4,0	-	0,015
6-15	50	1,6	30	2,0	-	5,0	-	0,016
6-16	30	1,5	50	1,6	-	6,0	-	0,011
6-17	80	20,0	-	-	12,0	4,0	-	0,080
6-18	75	24,0	-	-	10,0	5,0	-	0,090
6-19	-	30,0	-	-	4,0	-	100	0,070
6-20	-	25,0	-	-	3,0	-	80	0,060
6-21	100	60	80	50	2,0	-	-	0,013
6-22	80	50	90	40	3,0	-	-	0,015
6-23	100	50	80	50	2,4	7,0	-	0,011
6-24	80	50	100	80	2,8	9,0	-	0,013
6-25	36	2,4	-	-	1,0	-	-	0,60
6-26	38	2,6	-	-	1,2	-	-	0,80
6-27	60	2,4	-	-	1,0	-	-	0,36
6-28	65	2,6	-	-	0,8	-	-	0,32

Номер Задачи	d_1 , мм	l_1 , м	d_2 , мм	l_2 , м	H_1 , м	$\zeta_K(\zeta_B)$	p_M , кПа	ν , Ст
6-29	80	10,0	50	10,0	1,2	5,5	-	0,013
6-30	75	12,0	60	15,0	1,5	5,0	-	0,011
6-31	80	10,0	60	12,0	1,0	5,0	-	0,013
6-32	60	12,0	80	15,0	1,4	5,5	-	0,015
6-33	98	20,0	60	10,0	3,2	5,0	20	0,010
6-34	58	15,0	85	12,0	4,0	4,0	30	0,011
6-35	92	12,0	60	10,0	3,8	4,0	-	0,013
6-36	60	12,0	85	12,0	4,3	5,0	-	0,015
6-37	28	4,0	-	-	1,8	-	-	2,0
6-38	30	5,0	-	-	2,0	-	-	2,0
6-39	28	3,6	-	-	1,6	-	-	2,0
6-40	30	4,0	-	-	1,8	-	-	1,5
6-41	-	6,0	-	-	-	-	1700	0,80
6-42	-	8,0	-	-	-	-	1650	0,70
6-43	23	5,6	-	-	-	-	2500	-
6-44	20	3,8	-	-	-	-	3000	-
6-45	200	-	150	-	6,0	-	-	0,013
6-46	150	-	200	-	8,0	-	-	0,010
6-47	150	50	125	30	9,0	-	-	0,013
6-48	150	60	100	40	8,0	-	-	0,012
6-49	-	18000	-	-	-	-	-	0,20
6-50	-	12000	-	-	-	-	-	0,40
6-51	22	4,0	40	6,0	5,0	4,0	60	0,006
6-52	40	5,0	28	4,0	6,0	4,5	80	0,006
6-53	22	5,0	35	5,0	-	5,0	60	0,025
6-54	40	4,0	28	6,0	-	4,0	50	0,025
6-55	16	-	-	-	2,0	-	50	0,50
6-56	18	-	-	-	2,8	-	40	0,50

7. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАКОНОВ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ И МОМЕНТА КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ К ЖИДКОСТЯМ

7.1. Основные сведения из теории, расчетные формулы и методические указания

Теоремы об изменении количества движения и момента количества движения применяют для решения гидромеханических задач, в которых требуется определить главный вектор или главный момент сил взаимодействия между жидкостью и движущимися в ней телами (внешняя задача гидромеханики) или потоком жидкости и ограничивающими его твердыми стенками (внутренняя задача). Эти теоремы являются общими теоремами механики, поэтому они применимы как к невязкой, так и к реальной вязкой жидкости.

Для установившегося течения теорема об изменении количества движения в векторной форме записывается в виде

$$\int_{S_K} \rho v_n \bar{v} dS = \bar{F}, \quad (7.1)$$

или в проекциях на оси прямоугольных координат

$$\int_{S_K} \rho v_n v_x dS = F_x, \quad \int_{S_K} \rho v_n v_y dS = F_y, \quad \int_{S_K} \rho v_n v_z dS = F_z,$$

где S_K - замкнутая контрольная поверхность, охватывающая выделенный объем жидкости (в плоских задачах – замкнутый контур); ρ - плотность жидкости; v_n - проекция скорости на внешнюю нормаль к поверхности S_K по отношению к выделенному объему; \bar{v}, v_x, v_y, v_z - скорость в центре площадки dS и ее проекции; \bar{F}, F_x, F_y, F_z - главный вектор сил, действующих на выделенный объем жидкости, и его проекции.

Главный вектор \bar{F} в общем случае состоит из главного вектора массовых \bar{F}_M и поверхностных \bar{F}_n сил. В обычных условиях массовой силой является сила тяжести, равнодействующая которой - вес жидкости G внутри контрольной поверхности.

Главный вектор поверхностных сил представляет собой результат воздействия нормальных (давления) и касательных напряжений.

При решении задач с помощью теорем об изменении количества движения контрольную поверхность подразделяют на две части. По первой части S'_K , известно распределение \bar{v}, p и могут быть вычислены как поток количества движения, так и интеграл давлений. Заметим, что в невязкой жидкости касательные напряжения равны нулю, а в реальной вязкой жидкости на поверхности S'_K они невелики (в отличие от поверхности тела), поэтому при вычислении главного вектора поверхностных сил рассматривают только давления для невязкой жидкости.

Вторая часть контрольной поверхности $S''_к$ представляет собой поверхность, на которую по условиям задачи необходимо вычислить равнодействующую гидродинамических сил.

На рис. 7.1 приведены примеры выделения расчетного объема жидкости контрольной поверхностью. Первая схема (рис. 7.1, а) применяется для определения главного вектора гидродинамических сил, приложенных к твердому телу со стороны окружающего его потока. Контрольная поверхность представляет собой $S_к = S'_к + S''_к = S_1 + S_T$, где S_1 - замкнутая поверхность вдали от тела; S_T - непроницаемая поверхность тела.

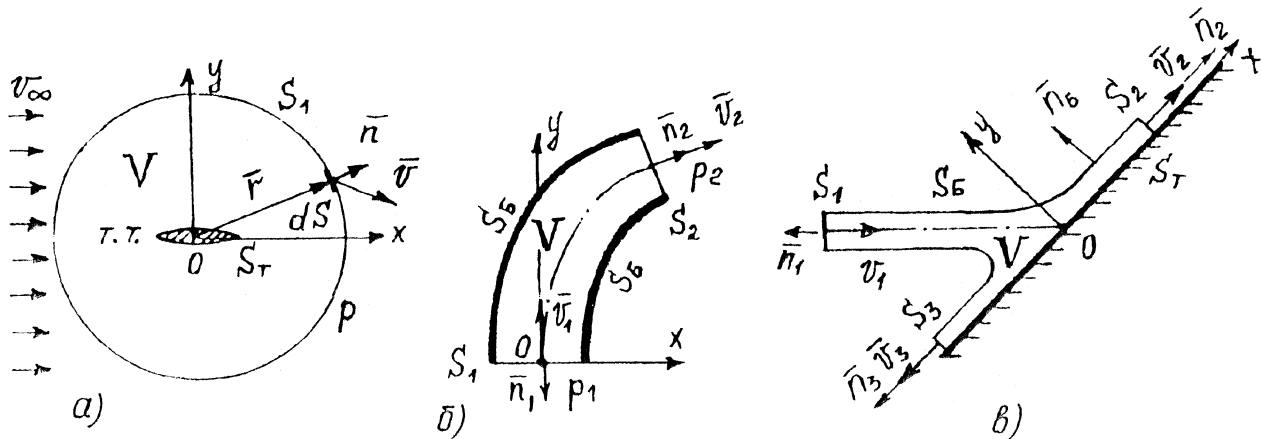


Рис. 7.1

Вторая схема (рис. 7.1, б) используется для вычисления главного вектора и главного момента гидродинамических сил, приложенных к стенкам канала, ограничивающего поток. Объем жидкости V внутри канала выделяется контрольной поверхностью $S_к = S'_к + S''_к = (S_1 + S_2) + S_б$, где S_1 и S_2 - сечения канала на входе и выходе; $S_б$ - поверхность стенок канала.

Схема рис.7.1, в может быть использована в задаче определения силы воздействия свободной струи на преграду. Контрольная поверхность образована боковой поверхностью струи, тремя поперечными сечениями $S'_к = S_1 + S_2 + S_3 + S_б$ и поверхностью преграды $S''_к = S_T$.

Воздействие жидкости при установившемся течении на твердое тело, находящееся в выделенном объеме, или на твердые стенки, ограничивающие часть этого объема, в случае, когда массовыми силами можно пренебречь, определяется по формуле

$$\bar{F}_ж = - \int_{S'_к} \rho v_n \bar{v} dS - \int_{S''_к} p \bar{n} dS, \quad (7.2)$$

или в проекциях на оси координат Ox и Oy :

$$F_{жx} = - \int_{S'_к} \rho v_n v_x dS - \int_{S''_к} p \cos(n, x) dS; \quad F_{жy} = - \int_{S'_к} \rho v_n v_y dS - \int_{S''_к} p \cos(n, y) dS. \quad (7.3)$$

Здесь p – избыточное гидродинамическое давление.

Момент $\bar{M}_ж$ гидродинамической реакции воздействия жидкости на тело относительно выбранного полюса определяют по формуле

$$\bar{M}_{жк} = - \int_{S'_k} \rho(\bar{r} \times \bar{v})v_n dS - \int_{S'_k} p(\bar{r} \times \bar{n})dS, \quad (7.4)$$

где \bar{r} - радиус-вектор из полюса в центр площадки dS .

При решении задач с помощью теорем об изменении количества движения и момента количества движения может возникнуть необходимость в одновременном использовании уравнений неразрывности (4.4), Бернулли (4.5) и Эйлера (4.2) для невязкой жидкости, Бернулли (6.1) для потока реальной жидкости.

Поток количества движения ($\int_{S'_k} \rho v_n \bar{v} dS$) и поток момента количества движения ($\int_{S'} \rho(\bar{r} \times \bar{v})v_n dS$) – величины векторные и могут для замкнутой поверхности отличаться от нуля за счет изменения только величины скорости или ее направления, а в более общем случае – в результате одновременного изменения величины скорости и ее направления.

При вычислении потока количества движения и его момента для плоских участков контрольной поверхности, на которых угол между направлением скорости и внешней нормалью остается постоянным, вводится понятие о коэффициенте неравномерности количества движения β , позволяющем вычисления интегралов для несжимаемой жидкости производить с помощью средней по сечению скорости:

$$\int_{S_{AB}} \rho v_n v_x dS = \rho \cos(v, n) \cos(v, x) \int_{S_{AB}} v^2 dS = \rho \cos(v, n) \cos(v, x) \beta v_{ср}^2 S, \quad (7.5)$$

где $v_{ср} = \int_{S_{AB}} v dS / S_{AB}$ - средняя по сечению скорость. Для сечения, нормального к линиям тока, $\cos(v, n) = \pm 1$.

Для результирующей силы воздействия потока на стенки неподвижного канала (рис. 7.2) при установившемся движении жидкости в случае достаточно равномерного распределения скоростей в сечениях канала уравнение (7.2) может быть приведено к виду:

$$\bar{F}_{жк} = \rho Q \bar{v}_1 - \rho Q \bar{v}_2 - p_1 \bar{n}_1 S_1 - p_2 \bar{n}_2 S_2 + \bar{G}, \quad (7.6)$$

где $\rho Q \bar{v}_1$ и $\rho Q \bar{v}_2$ - векторы секундных количеств движения потока, т.е. количеств движения массы жидкости, протекающей в единицу времени через входное и выходное сечения канала; Q – расход; \bar{G} – вес жидкости, заполняющей канал. Вектор $\bar{F}_{ст} = -p_1 \bar{n}_1 S_1 - p_2 \bar{n}_2 S_2 + \bar{G}$ - статическая составляющая реакции потока, вектор $\bar{F}_{д} = \rho Q \bar{v}_1 - \rho Q \bar{v}_2$ - динамическая составляющая реакции потока на стенки канала. При вычислении статической составляющей обычно используют избыточные давления. Силу $\bar{F}_{жк}$ удобно

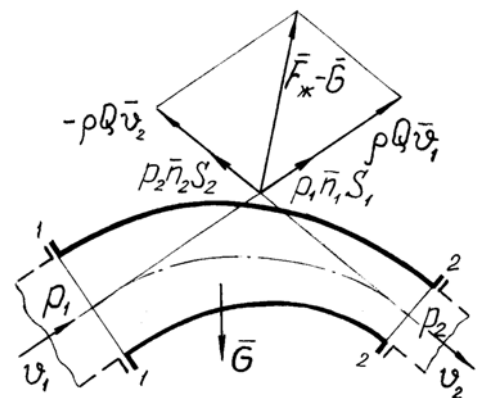


Рис. 7.2

Силу $\bar{F}_{жк}$ удобно

определять через ее проекции на координатные оси, при этом на оси проецируются $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{n}_1, \bar{n}_2, \bar{G}$.

Если рассматривается установившееся движение жидкости в канале, перемещающемся прямолинейно и поступательно с постоянной скоростью v_0 , то сила $\bar{F}_ж$ определяется из уравнения (7.6), в котором динамическая реакция потока равна изменению его секундного количества движения, вычисляемого по отношению к подвижным стенкам:

$$\bar{F}_ж = \rho Q \bar{w}_1 - \rho Q \bar{w}_2 - p_1 \bar{n}_1 S_1 - p_2 \bar{n}_2 S_2 + \bar{G}, \quad (7.7)$$

где \bar{w}_1 и \bar{w}_2 - векторы относительных скоростей во входном и выходном сечениях канала.

При решении задачи со свободной струей (см. рис. 7.1, в) следует учитывать, что давление на всей контрольной поверхности, кроме поверхности преграды, равно атмосферному. Сила давления струи на преграду определяется по избыточному давлению, поэтому второй интеграл в (7.2) оказывается равным нулю. Для определения точки приложения результирующей силы воздействия струи используют допущение, что вектор $\rho Q \bar{v}$ приложен посередине рассматриваемого сечения.

Величина реактивной силы F_p струи, приложенной к соплу, определяется формулой

$$\bar{F}_p = -\rho Q \bar{v}_{ист},$$

где $\bar{v}_{ист}$ - относительная скорость истечения жидкости из сопла, ось которого не поворачивается. Если сопло является частью канала, то используется схема рис. 7.1, б или рис. 7.3.

Рассмотрим установившееся движение жидкости по каналу, который вращается вокруг неподвижной оси с постоянной угловой скоростью ω (рис. 7.3). Распределение относительных скоростей w частиц жидкости по сечениям S_1 и S_2 примем равномерным. В этом случае динамический реактивный момент действия потока на стенки канала относительно оси его вращения может быть получен из (7.4) как изменение секундного момента количества движения потока (7.3):

$$M_ж = \rho Q (r_1 v_{u1} - r_2 v_{u2}), \quad (7.8)$$

где r_1 и r_2 - радиусы вращения центров входного и выходного сечений канала; $v_{u1} = v_1 \cos \alpha_1$ и $v_{u2} = v_2 \cos \alpha_2$ - окружные составляющие абсолютных скоростей потока v_1 и v_2 в указанных точках входа и выхода из канала.

Величина переносной скорости в этих же точках канала находится, как $u_1 = \omega r_1$ и $u_2 = \omega r_2$.

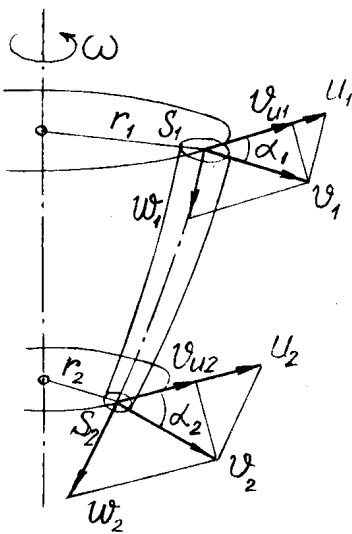


Рис.7.3

Для определения относительных скоростей используют уравнение расхода $w_1 S_1 = w_2 S_2$ и уравнение Бернулли для относительного движения жидкости во вращающемся канале:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} + h_{\text{п}}, \quad (7.9)$$

где потеря напора может быть выражена через суммарный коэффициент потерь $h_{\text{п}} = \zeta w^2 / 2g$.

7.2. Примеры решения задач

Задача 7.2.1. Найти усилие, вызываемое течением воды в схематизированной системе охлаждения судовой энергетической установки (рис. 7.4). Расход охлаждающей воды $Q = 1,0 \text{ м}^3/\text{с}$. Площадь сечения водозаборника $S_1 = 1,0 \text{ м}^2$, площадь выходного сечения, которое можно считать плоским, $S_2 = 1,2 \text{ м}^2$. Угол между нормалью выходного сечения и диаметральной плоскостью $\varepsilon = 75^\circ$. Истечение воды происходит под углом $\delta = 45^\circ$. Закон распределения скорости во входном сечении соответствует коэффициенту кинетической энергии $\alpha_1 = 1,10$ и неравномерности количества движения $\beta_1 = 1,05$; в выходном сечении - $\alpha_2 = 1,25$; $\beta_2 = 1,10$. Избыточное давление во входном сечении $p_1 = 10 \text{ кПа}$, коэффициент суммарного сопротивления канала, отнесенный к средней скорости на входе, $\zeta = 4,6$. Течение можно считать происходящим в горизонтальной плоскости.

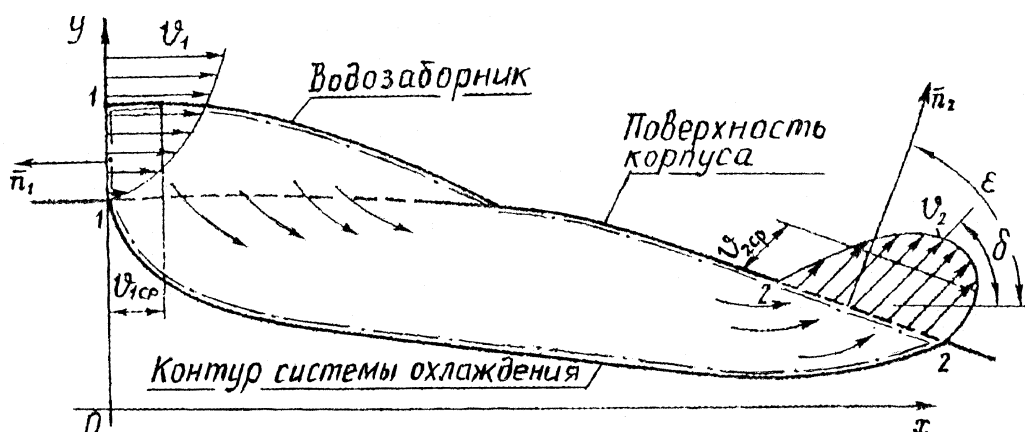


Рис. 7.4

Дано: $Q = 1,0 \text{ м}^3/\text{с}$; $S_1 = 1,0 \text{ м}^2$; $S_2 = 1,2 \text{ м}^2$; $p_1 = 10 \text{ кПа} = 10 \cdot 10^3 \text{ Па}$;
 $\alpha_1 = 1,10$; $\alpha_2 = 1,25$; $\beta_1 = 1,05$; $\beta_2 = 1,10$;
 $\rho = 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$; $\varepsilon = 75^\circ$; $\delta = 45^\circ$; $\zeta = 4,6$.

Определить: $F_{\text{ж}}$.

Решение. Так как в задаче требуется определить равнодействующую гидродинамических сил, а не закон распределения давления по внутренней по-

верхности канала, решение ищем с помощью теоремы об изменении количества движения.

Прежде всего следует выбрать замкнутую контрольную поверхность. Общее правило для ее проведения следующее: часть контрольной поверхности S''_k должна соприкасаться с той поверхностью, на которую определяется равнодействующая гидродинамических сил. Остальная часть контрольной поверхности S'_k должна проходить там, где по условиям задачи можно вычислить поток количества движения и равнодействующую поверхностных сил.

В рассматриваемой задаче такой поверхностью является 1-1-2-2-1, показанная на рис. 7.4 штрихпунктирной линией. Поверхность S''_k в этом случае представляет собой поверхность канала, а S'_k - сумму площадей сечений 1-1 и 2-2, т.е. $S'_k = S_1 + S_2$.

Проекции искомой равнодействующей гидродинамических сил, приложенных к стенкам канала, на основании выражений (7.3) можно записать

$$F_{жх} = \int_{S_1} \rho v_{n1} v_{x1} dS - \int_{S_2} \rho v_{n2} v_{x2} dS - \int_{S_1} p_1 \cos(n_1 x) dS - \int_{S_2} p_2 \cos(n_2 x) dS;$$

$$F_{жу} = \int_{S_1} \rho v_{n1} v_{y1} dS - \int_{S_2} \rho v_{n2} v_{y2} dS - \int_{S_1} p_1 \cos(n_1 y) dS - \int_{S_2} p_2 \cos(n_2 y) dS.$$

Учитывая, что на участке 1-1: $v_{x1} = v$, $v_{y1} = 0$, $v_{n1} = -v$, $\cos(n_1, x) = -1$ и $\cos(n_1, y) = 0$; на участке 2-2: $v_{x2} = v_2 \cos \delta$, $v_{y2} = v_2 \sin \delta$, $v_{n2} = v_2 \cos(\varepsilon - \delta)$, $\cos(n_2, x) = \cos \varepsilon$ и $\cos(n_2, y) = \sin \varepsilon$, получим

$$\left. \begin{aligned} F_{жх} &= \int_{S_1} \rho v_1^2 dS - \int_{S_2} \rho v_2^2 \cos \delta \cos(\varepsilon - \delta) dS + p_1 S_1 - p_2 \cos \varepsilon S_2; \\ F_{жу} &= - \int_{S_1} \rho v_2^2 \sin \delta \cos(\varepsilon - \delta) dS - p_2 \sin \varepsilon S_2. \end{aligned} \right| \quad (7.10)$$

Используя (7.5), выразим проекции потока количества движения через средние по сечениям скорости v_{1cp} и v_{2cp} и коэффициенты β_1 и β_2 . Тогда выражения (7.10) могут быть преобразованы к виду

$$\left. \begin{aligned} F_{жх} &= \rho \beta_1 v_{1cp}^2 S_1 - \rho \beta_2 v_{2cp}^2 S_2 \cos \delta \cos(\varepsilon - \delta) + p_1 S_1 - p_2 \cos \varepsilon S_2, \\ F_{жу} &= -\rho \beta_2 v_{2cp}^2 \sin \delta \cos(\varepsilon - \delta) S_2 - p_2 S_2 \sin \varepsilon, \end{aligned} \right| \quad (7.11)$$

где $v_{1cp} = Q/S_1$, $v_{2cp} \cdot \cos(\varepsilon - \delta) = Q/S_2$.

Формулы (7.11) для $F_{жх}$ и $F_{жу}$ имеют наиболее общий характер для такого типа задач и в частных случаях: при равномерном поле скоростей на входе и выходе ($\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = 1, 0$); при рассмотрении течения невязкой жидкости, при углах $\delta = \varepsilon$ или δ , для которых $\sin \delta = 0$ или $\cos \delta = 0$; для каналов постоянного сечения – упрощаются.

Для вычисления по (7.11) неизвестным является давление p_2 во втором сечении. Не рассматривая наружное обтекание корпуса судна, давление p_2 будем искать по уравнению Бернулли:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_{1cp}^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_{2cp}^2}{2g} + \zeta \frac{v_{1cp}^2}{2g}, \quad (7.12)$$

где принято $z_1 = z_2$ по условию задачи.

Из (7.12) получим

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho v_{1cp}^2}{2} (\alpha_1 - \zeta) - \frac{\rho v_{2cp}^2}{2} \alpha_2.$$

Вычислим значения необходимых тригонометрических функций:

$$\cos \delta = \cos 45^\circ = 0,707; \quad \sin \delta = \sin 45^\circ = 0,707; \quad \cos \varepsilon = \cos 15^\circ = 0,259; \\ \sin \varepsilon = \sin 75^\circ = 0,966; \quad \cos(\varepsilon - \delta) = \cos(75^\circ - 45^\circ) = 0,866.$$

Подстановка числовых значений в полученные формулы приводит к виду:

$$v_{1cp} = 1,0 / 1,0 = 1,0 \text{ м/с}, \quad v_{2cp} = 1,0 / 1,2 \cdot 0,866 = 0,96 \text{ м/с},$$

$$p_2 = 10 \cdot 10^3 + \frac{10^3 \cdot 1,0^2}{2} (1,10 - 4,6) - \frac{10^3 \cdot 0,96^2}{2} 1,25 = 7,67 \cdot 10^3 \text{ Па},$$

$$F_{жх} = 10^3 \cdot 1,05 \cdot 1,0^2 \cdot 1,0 - 10^3 \cdot 1,10 \cdot 0,96^2 \cdot 1,2 \cdot 0,707 \cdot 0,866 + 10 \cdot 10^3 \cdot 1,0 - \\ - 7,67 \cdot 10^3 \cdot 0,259 \cdot 1,2 = 7,92 \cdot 10^3 \text{ Н},$$

$$F_{жу} = -10^3 \cdot 1,10 \cdot 0,96^2 \cdot 0,707 \cdot 0,866 \cdot 1,2 - 7,67 \cdot 10^3 \cdot 1,2 \cdot 0,966 = -9,64 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

Полное усилие, испытываемое стенками канала,

$$F_{ж} = \sqrt{F_{жх}^2 + F_{жу}^2} = \sqrt{7,92^2 + 9,64^2} \cdot 10^3 = 12,5 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

Задача 7.2.2. Определить сопротивление симметричного крыла по расчетам измерения профиля скорости за ним в сечении 2-2 следа (рис.7.5), где давление p_0 постоянно и равно давлению в потоке перед крылом. Профиль скорости в следе аппроксимируется выражением

$$v = v_\infty - \frac{\delta v_m}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi y}{B_{сл}} \right).$$

Скорость набегающего воздушного ($\rho = 1,23 \text{ кг/м}^3$) потока $v_\infty = 50 \text{ м/с}$, максимальный дефицит скорости на оси следа $\delta v_m = 20 \text{ м/с}$, ширина следа $B_{сл} = 0,2 \text{ м}$.

$$\text{Дано: } \rho = 1,23 \text{ кг/м}^3;$$

$$v_\infty = 50 \text{ м/с}; \quad \delta v_m = 20 \text{ м/с}; \quad B_{сл} = 0,2 \text{ м}.$$

Определить: F_x .

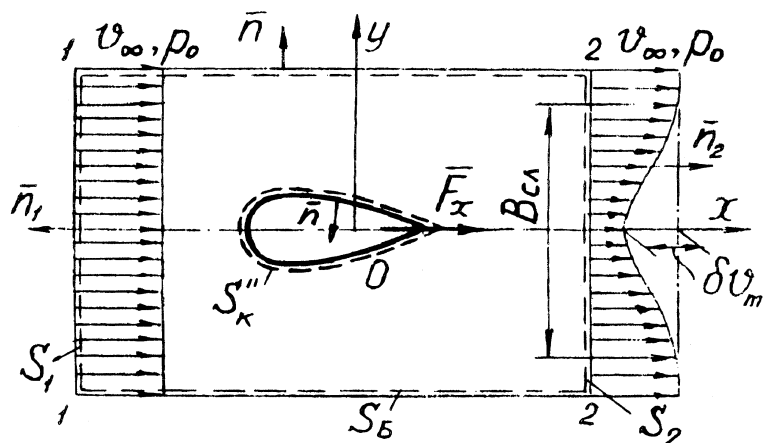


Рис. 7.5

Решение. Крыло считаем длинным, обтекание – плоским, параллельным *Ox*. Будем вычислять сопротивление для единичной длины крыла. Проводим контрольную поверхность, состоящую, как показано штриховыми линиями на рис. 7.5, из двух частей. Первая часть S'_k включает два отдаленных от профиля одинаковых по площади сечения потока 1-1 (S_1) и 2-2 (S_2) и две боковые поверхности 1-2 (S_B), также удаленные от профиля. Вторая часть S''_k контрольной поверхности совпадает с профилем.

На внешней части контрольной поверхности S'_k действуют только нормальные гидродинамические давления, поскольку силы трения (касательные напряжения) проявляются лишь в непосредственной близости к поверхности обтекаемого тела (в пограничном слое). Так как контрольная поверхность S'_k проведена на большом удалении от тела, давления во всех ее точках равны давлению в невозмущенном потоке p_0 . Интеграл постоянных давлений в (7.2) по замкнутой поверхности в проекции на любую ось равен нулю.

По условиям двумерности и симметричности течения относительно оси x силовое воздействие на профиль сводится к силе, направленной вдоль оси x , которая определяется, согласно (7.3), формулой

$$F_x = - \int_{S'_k} \rho v_n v_x dS. \quad (7.13)$$

Вычислим поток количества движения в виде

$$\int_{S'_k} \rho v_n v_x dS = \int_{S_1} \rho v_n v_x dS + \int_{S_2} \rho v_n v_x dS + \int_{S_B} \rho v_n v_x dS.$$

В сечении 1-1 $v_n = -v_\infty$, $v_x = v_\infty$; в сечении 2-2 $v_n = v$, $v_x = v$; на боковой поверхности можно считать $v_x = v_\infty$, а проекция скорости на внешнюю нормаль непосредственно условиями задачи не определена. Следует заметить, что через поверхность S_B жидкость перетекает благодаря оттеснению потока возникшим у профиля пограничным слоем. С учетом сделанных замечаний

$$\int_{S'_k} \rho v_n v_x dS = - \int_{S_1} \rho v_\infty^2 dS + \int_{S_2} \rho v^2 dS + \rho v_\infty \int_{S_B} v_n dS. \quad (7.14)$$

Расход через сечение S_2 из-за дефекта скорости меньше, чем через S_1 .

Напишем условие неразрывности для рассматриваемого объема жидкости внутри контрольной поверхности, полагая ее несжимаемой,

$$- \int_{S_1} v_\infty dS + \int_{S_2} v dS + \int_{S_B} v_n dS = 0,$$

откуда

$$\int_{S_B} v_n dS = \int_{S_1} v_\infty dS - \int_{S_2} v dS = \int_{S_1} (v_\infty - v) dS, \quad (S_1 = S_2).$$

Подставив полученное выражение в уравнение (7.14), получим

$$\int_{S'_k} \rho v_n v_x dS = \rho \int_{S_1} (-v_\infty^2 + v^2 + v_\infty^2 - v_\infty v) dS = \rho \int_{S_1} v(v - v_\infty) dS.$$

Для вычисления сопротивления крыла, т.е. силы, приложенной к движущемуся крылу со стороны жидкости в проекции на направление, противоположное скорости его движения, по (7.13) будем иметь

$$F_x = -\rho \int_{S_1} v(v - v_\infty) dS = \rho v_\infty^2 \int_{S_1} \frac{v}{v_\infty} \left(1 - \frac{v}{v_\infty}\right) dS. \quad (7.15)$$

В рассматриваемой задаче $\frac{v}{v_\infty} = 1 - \frac{\delta v_m}{2v_\infty} \left(1 + \cos \frac{2\pi y}{B_{\text{сл}}}\right)$. Так как сопротивление ищем для единичного элемента, то $dS = dy \cdot 1$. При этом интегрирование по площади в (7.15) заменяем на интегрирование по ширине следа $B_{\text{сл}}$:

$$\begin{aligned} F_x &= 2\rho v_\infty^2 \int_0^{B_{\text{сл}}/2} \left[1 - \frac{\delta v_m}{2v_\infty} \left(1 + \cos \frac{2\pi y}{B_{\text{сл}}}\right)\right] \frac{\delta v_m}{2v_\infty} \left(1 + \cos \frac{2\pi y}{B_{\text{сл}}}\right) dy = \\ &= \rho v_\infty \delta v_m \frac{B_{\text{сл}}}{2} \left(1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{\delta v_m}{v_\infty}\right). \end{aligned}$$

Подстановка числовых данных задачи дает

$$R_x = 1,23 \cdot 50 \cdot 20 \cdot \frac{0,2}{2} \left(1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{20}{50}\right) = 86,1 \text{ Н.}$$

Задача 7.2.3. Вода вытекает из неподвижного сосуда через вращающуюся трубку с насадком диаметром $d=20$ мм под статическим напором $H=1,2$ м (рис. 7.6). Радиус вращения выходного сечения насадка $r=500$ мм. Определить расход через трубку и внешний момент M , который должен быть к ней приложен при частоте вращения $n=200$ об/мин. Гидравлическими и механическими сопротивлениями пренебречь.

Дано: $H=1,2$ м; $r=500$ мм=0,5 м;

$n=200$ об/мин=3,33 об/с.

Определить: Q ; $M_{\text{ж}}$.

Решение. 1. Расход воды через трубку найдем из уравнения неразрывности: $Q = w_2 S_2$, где w_2 - относительная скорость движения воды при выходе из трубки. Для определения w_2 используем уравнение Бернулли для относительного движения жидкости в равномерно вращающемся канале (7.9), которое для сечений 1-1 и 2-2 относительно плоскости сравнения 0-0, проходящей по оси насадка, будет иметь вид

$$H = \frac{w_2^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g}. \quad (7.16)$$

Здесь $p_1 = p_2$, так как на свободной поверхности 1-1 и в выходном сечении струи 2-2 давление атмосферное. На свободной поверхности 1-1 также $w_1 = 0$ и $u_1 = 0$. Гидравлическими потерями по условию задачи пренебрегаем.

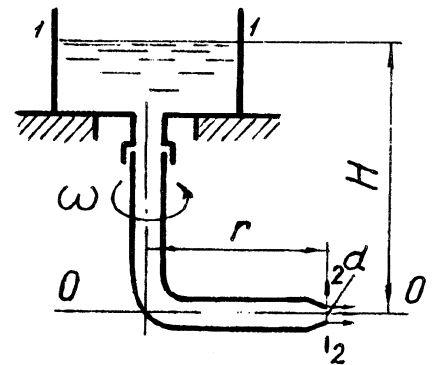


Рис. 7.6

Переносная скорость u_2 определяется через угловую скорость вращения трубки из выражения

$$u_2 = \omega r = 2\pi n r = 2 \cdot 3,14 \cdot 200 \cdot 0,50 = 10,47 \text{ м/с.}$$

Из (7.16) имеем

$$w_2 = \sqrt{2gH + u_2^2} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,2 + 10,47^2} = 11,5 \text{ м/с.}$$

Тогда расход

$$Q = 11,5 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,02^2}{4} = 3,62 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{с.}$$

2. Внешний момент M , равный динамическому реактивному моменту стенки трубки на поток; относительно оси вращения, согласно (7.8), будет

$$M = \rho Q r v_{u_2},$$

где v_{u_2} - окружная составляющая абсолютной скорости потока на выходе из трубки.

Так как относительная скорость истечения воды из трубки совпадает с осью насадка, т.е. с радиусом вращения, то окружная составляющая v_{u_2} абсолютной скорости потока на выходе будет совпадать с переносной скоростью выходного сечения 2-2: $v_{u_2} = u_2$.

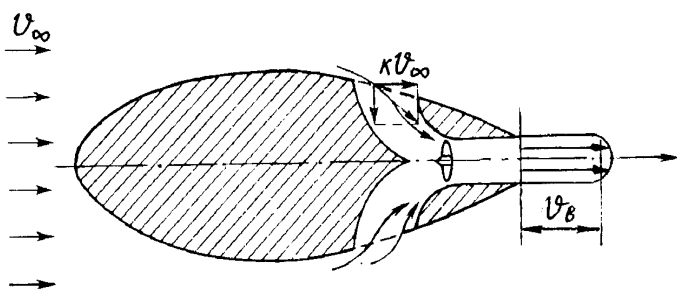
Таким образом, имеем

$$M = \rho Q r u_2 = 10^3 \cdot 3,62 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 \cdot 10,47 = 19,0 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

7.3. Задачи

7-1÷2. Найти упор P и коэффициент полезного действия (КПД) η водометного движителя. Продольная составляющая скорости v_x во входном сечении приемного патрубка площадью S_1 во всех точках равна κv_∞ . Изменением обтекания корпуса за счет работы движителя пренебречь. Коэффициенты, характеризующие скорости в выходном сечении сопла - α_2 и β_2 , во входном сечении - α_1 и β_1 , коэффициент потерь напора внутреннего тракта, отнесенный к средней скорости на выходе, - ζ , площадь выходного сечения сопла $S_2 = 0,5S_1$, скорость набегающего потока v_∞ , средняя скорость выброса воды v_B . Вычислить P и η при $\kappa = 0,7$; $\zeta = 1,0$; $S_1 = 0,2 \text{ м}^2$; $\alpha_1 = 1,25$; $\beta_1 = 1,1$; $\alpha_2 = 1,1$; $\beta_2 = 1,05$.

К задачам 7-1÷2

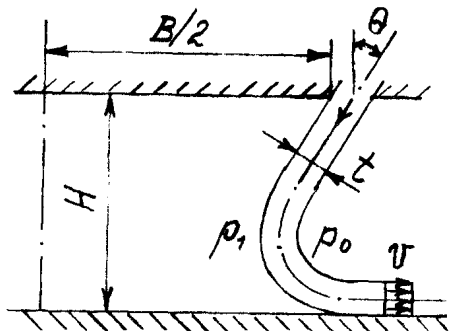


Указание. Под КПД водометного движителя следует понимать отношение его полезной мощности Pv_∞ к гидравлической мощности, которую сообщает движитель - $Q\rho gH$.

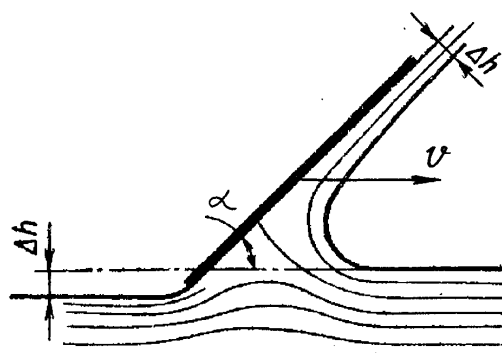
7-3÷4. Найти поддерживающую силу P на единицу длины схематизированного аппарата на воздушной подушке. Вязкостью воздуха пренебречь, толщину струи считать малой по сравнению с высотой парения H , скорость в струе v , давления на внешней p_0 и внутренней p_1 ее поверхностях считать постоянными, угол наклона сопла по отношению к вертикали θ . Найти общее выражение P и ее значение при $\theta = 20^\circ$, $B = 3,2$ м, $t = 0,05$ м, $\rho = 1,23$ кг / м³.

7-5÷6. Пластина, наклоненная к горизонту на угол α , глиссирует по поверхности неподвижной воды со скоростью v , вызывая за собой понижение уровня на $\Delta h = 10$ мм. Пренебрегая вязкостью жидкости и силой тяжести и рассматривая поток как плоский, определить в расчете на единицу ширины пластины гидродинамическую реакцию потока, а также мощность, необходимую для перемещения пластины.

К задачам 7-3÷4



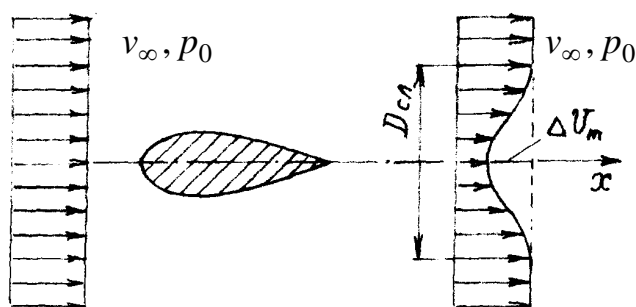
К задачам 7-5÷6



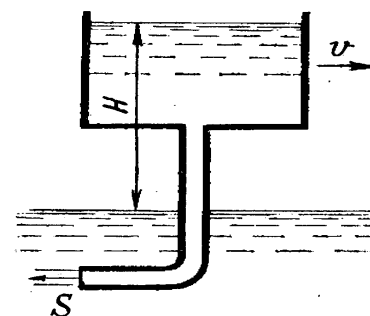
7-7÷8. Определить сопротивление $F_{\text{тх}}$ тела вращения при осесимметричном обтекании водой по измерению скорости в сечении следа, где давление p_0 постоянно и равно давлению в потоке перед телом. Полученный профиль скорости выражается приближенной формулой $v = v_\infty - \Delta v_m [1 + \cos(2\pi r / D_{\text{сл}})]$, где r – расстояние от оси до рассматриваемой точки, $D_{\text{сл}}$ – диаметр следа. Вычислить $F_{\text{тх}}$ при $D_{\text{сл}} = 1,0$ м.

7-9÷10. Определить реакцию и полезную механическую мощность, развиваемую потоком воды на подвижном сосуде, который перемещается со скоростью v и из которого жидкость вытекает через трубу с выходным сечением $S = 25$ см² под постоянным напором H . Гидравлическими сопротивлениями пренебречь.

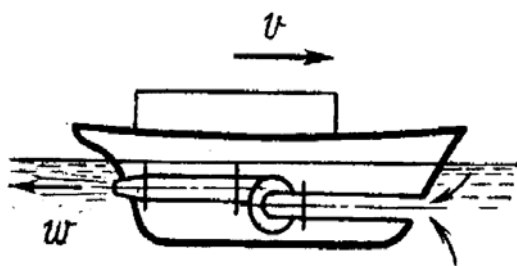
К задачам 7-7÷8



К задачам 7-9÷10



К задачам 7-11÷12



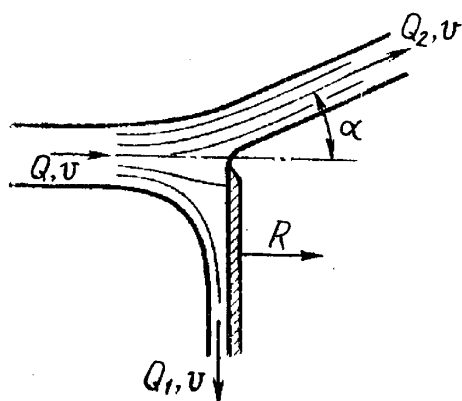
7-11÷12. Водометный движитель судна создает тяговую силу за счет струи воды, забираемой насосом спереди судна и выбрасываемой в корме с относительной скоростью w . Определить силу тяги, создаваемую движителем, и развиваемую им мощность, пренебрегая гидравлическими сопротивлениями в подводящей и отводящей трубах. Скорость судна v , подача насоса $Q=750$ л/с.

7-13÷14. Пластина, введенная в свободную струю воды перпендикулярно ее оси, отсекает часть расхода струи Q_1 и вызывает отклонение остальной части струи на угол α . Определить силу воздействия струи на пластину и угол отклонения α , если скорость струи v , полный расход $Q=36$ л/с. Весомостью жидкости и трением струи о пластину пренебречь.

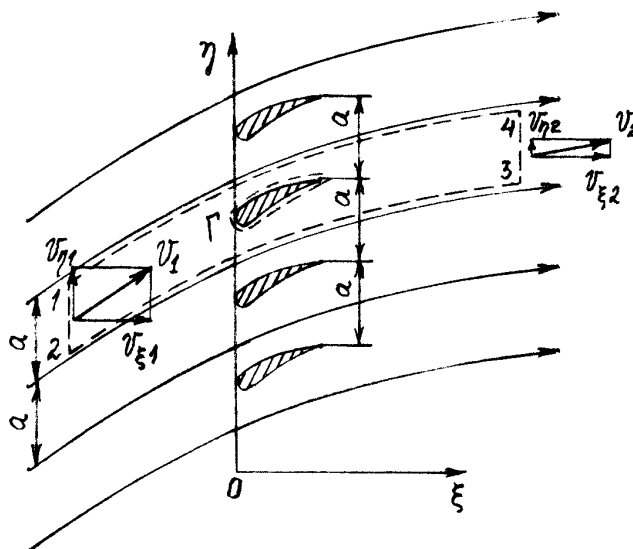
7-15÷16. Пластина, введенная в свободную струю воды перпендикулярно ее оси, отклоняет часть расхода струи на угол α . Определить силу воздействия струи на пластину, если скорость струи v при полном расходе $Q=32$ л/с. Весомостью жидкости и трением струи о пластину пренебречь.

7-17÷18. Определить проекции равнодействующей гидродинамических сил, действующих на единицу длины крылового профиля в бесконечной плоской решетке, имеющей шаг a . Жидкость – невязкая ($\rho = 1,23$ кг / м³), поток – установившийся. Скорость перед решеткой $v_1 = v$ и составляет угол $\alpha_1 = 45^\circ$ с осью $O\xi$, скорость за решеткой - v_2 и угол $\alpha_2 = 15^\circ$. Принять давления перед и за решеткой одинаковыми.

К задачам 7-13÷16



К задачам 7-17÷18

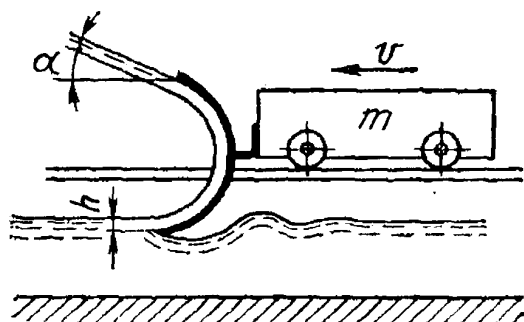


7-19÷20. Для быстрого торможения тележки опытного стенда в канал с водой опускается цилиндрический ковш, который отбрасывает струю воды в сторону движения тележки под углом α к горизонту (на рисунке изображено относительное обтекание ковша). Определить толщину h струи, которую должен захватить ковш, чтобы тележке массой 200 кг, имеющей начальную скорость v , сообщить начальное замедление $a = -10g$. Ширина ковша $B = 20$ см. Силой тяжести струи и потерями напора при обтекании ею ковша пренебречь. С какой силой при этом струя будет прижимать тележку к рельсам?

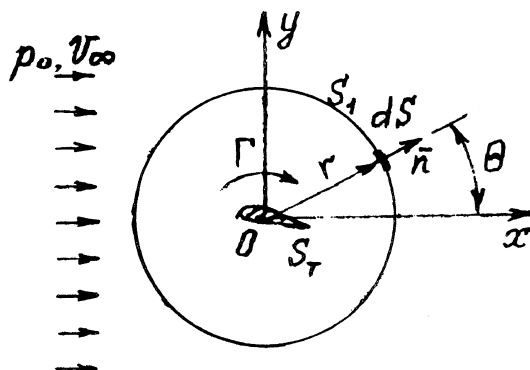
7-21÷22. Определить равнодействующую гидродинамических сил на единицу длины крылового профиля, вокруг которого создана циркуляция Γ . Профиль обтекается установившимся потоком идеальной жидкости ($\rho = 1,23 \text{ кг/м}^3$), имеющим скорость $v_\infty = v$.

Указания. 1. Циркуляцию представить бесконечной вихревой нитью по оси Oz . 2. Давления p_0 и p на бесконечности и на контрольной поверхности S_1 связаны интегралом Эйлера, откуда определяется избыточное гидродинамическое давление $p - p_0$ на S_1 .

К задачам 7-19÷20

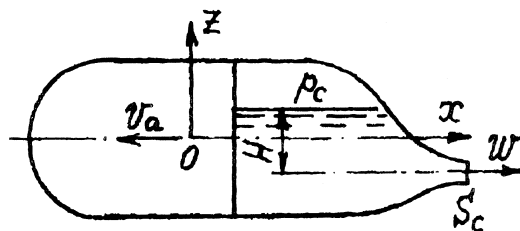


К задачам 7-21÷22



7-23÷24. Найти тягу R_T , создаваемую гидрореактивным двигателем схематизированного подводного аппарата. Скорость движения аппарата v_a постоянна, площадь выходного сечения сопла двигателя S_c , коэффициент потери напора в нем ζ , распределение скорости в выходном сечении сопла принять постоянным; избыточное давление на поверхности воды в цистерне двигателя p_c и ее уровень H считать постоянными. Вычислить R_T при $v_a = v$, $S_c = 0,0028 \text{ м}^2$, $p_c = 1,0 \text{ МПа}$, $\zeta = 0,1$, если погружение оси сопла под свободную поверхность составляет 8,0 м.

К задачам 7-23÷26

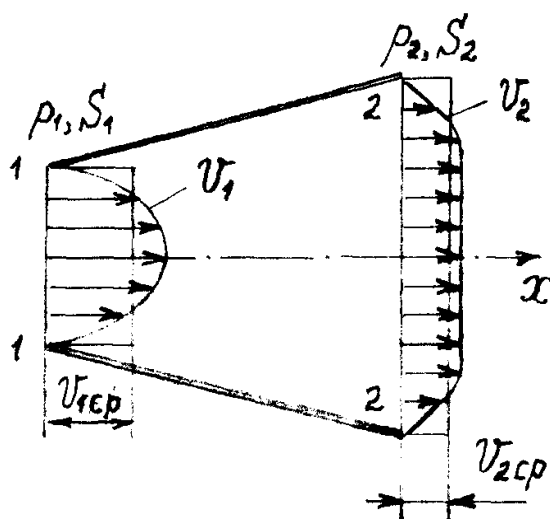


7-25÷26. Какое давление p_c следует создать на поверхности воды в цистерне схематизированного подводного аппарата, чтобы получить гидрореактивным движителем тягу $R_T = 2,0$ кН, если диаметр выходного сечения сопла двигателя d , а ось погружена под свободную поверхность на 10 м. Скорость движения аппарата и уровень воды в цистерне принять постоянными и равными соответственно $v_a = v$ м/с и $H=1,0$ м. Потерями при движении воды в сопле пренебречь.

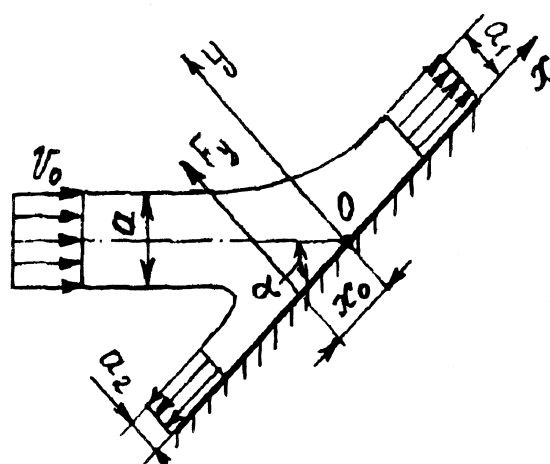
7-27÷28. Найти равнодействующую гидродинамических сил на стенки диффузора, симметричного относительно оси x , если во входном сечении средняя скорость $v_{1cp} = v$ и давление $p_1 = p$. Профили скоростей в сечениях 1-1 и 2-2 характеризуются коэффициентами неравномерности кинетической энергии $\alpha_1 = 1,10$; $\alpha_2 = 1,25$ и количества движения $\beta_1 = 1,03$; $\beta_2 = 1,10$. Площади сечений $S_1 = 0,5S_2 = 0,1$ м², коэффициент потерь, отнесенный к скорости в сечении 1-1, $\zeta = 0,2$.

7-29÷30. Найти общее выражение величины и точку приложения равнодействующей избыточного гидродинамического давления на единицу ширины при косом ударе плоской струи о неподвижную плоскость и вычислить их значение для воды при $a=0,1$ м, $v_0 = v$ и угле α . Потерями энергии при течении жидкости вдоль плоскости пренебречь, профили скорости в удаленных сечениях струи считать равномерными.

К задачам 7-27÷28

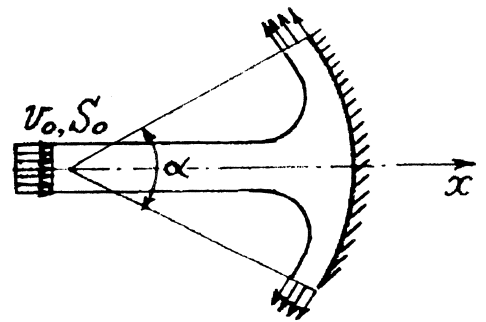


К задачам 7-29÷30



7-31÷32. Найти общее выражение силы из быточного гидродинамического давления, вызываемой струей воды, направленной вдоль оси симметрии на неподвижную криволинейную поверхность. Вычислить ее значение при $S_0 = 0,06 \text{ м}^2$, $v_0 = v$ и угле α , потерями энергии вдоль струи пренебречь, профили скорости в удаленных сечениях струи считать равномерными.

К задачам 7-31÷32



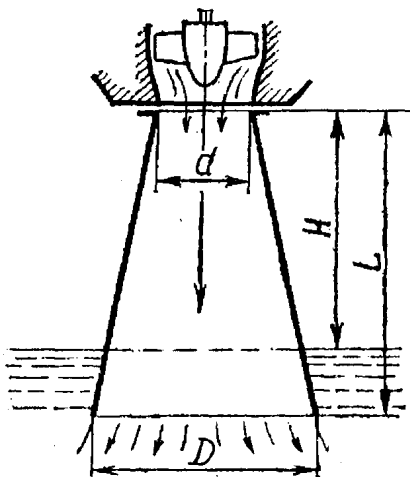
7-33÷34. Отсасывающая труба гидротурбины выполнена в виде вертикального тонкостенного конического диффузора с диаметрами $d=1.0 \text{ м}$, $D=2,0 \text{ м}$ и длиной $L=4 \text{ м}$. Входное сечение трубы расположено на $H \text{ м}$ выше уровня воды в нижнем бьефе, скорость в этом сечении $v_1 = v$, коэффициент потерь в диффузоре $\zeta = 0,25$. Определить гидравлическую осевую силу, действующую на трубу, полагая, что давление на стенки погруженной под уровень части трубы и в выходном сечении равно гидростатическому.

Указания. 1. Потери напора в диффузоре $h_{п.д} = \zeta(v_1 - v_2)^2 / 2g$. 2. Учитывается вес воды в диффузоре до уровня в нижнем бьефе: $G_1 = G - p_2 S_2$, $G = \gamma v_d$, $v_d = \pi L(D^2 + Dd + d^2) / 12$.

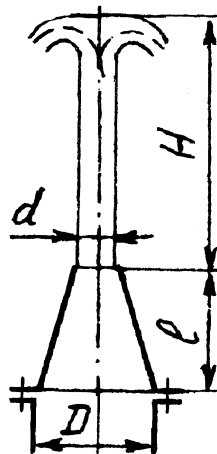
7-35÷36. Фонтан бьет на высоту H , вытекая из сопла, имеющего форму конусного конфузора с диаметрами $D=120 \text{ мм}$ и $d=50 \text{ мм}$ и длиной $l=0.40 \text{ м}$. Вычислить усилия на болтовую систему, пренебрегая потерями при движении воды в сопле. Распределения скоростей по сечениям сопла считать равномерными.

7-37÷38. Найти момент гидродинамических сил, возникающих при вытекании воды из двух противоположно направленных сопел, если скорость истечения v можно считать постоянной по сечению сопел, площадь которых одинакова и равна $S = 0,012 \text{ м}^2$, а расстояние между их осями L . Рассмотреть два случая: сопла неподвижны и сопла вращаются с угловой скоростью $\omega = 1,2 \text{ 1/с}$.

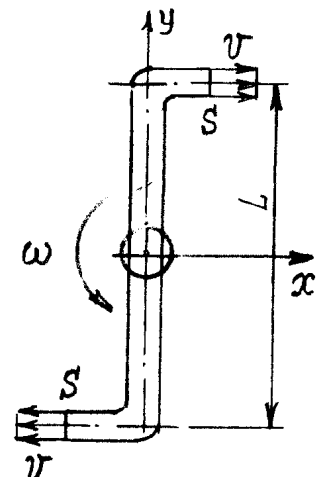
К задачам 7-33÷34



К задачам 7-35÷36



К задачам 7-37÷38



7-39÷40. Вода вытекает из резервуара через изогнутую вращающуюся трубку при постоянном напоре H . Диаметр трубки $d=40$ мм, выходной радиус $r=0,5$ м, выходной угол β . Коэффициент потерь при течении воды по трубке $\zeta=0,2$. Определить момент действия потока на трубку при равномерном вращении с угловой скоростью $\omega=5$ 1/с. При какой скорости вращения момент действия потока на трубку станет равным нулю?

7-41÷42. Из диффузора, входной и выходной диаметры которого $D_1=250$ мм, $D_2=500$ мм, вода поступает в бак с постоянным уровнем H со скоростью $v_2 = v$. Определить осевую силу, действующую на диффузор при коэффициенте потерь в $\zeta=0,25$. При каком вакууме в баке искомая сила будет равна нулю?

Указания. Потери в диффузоре $h_{п.д} = \zeta(v_1 - v_2)^2/2g$. Вакуум p_v вычитается из избыточных давлений в сечениях.

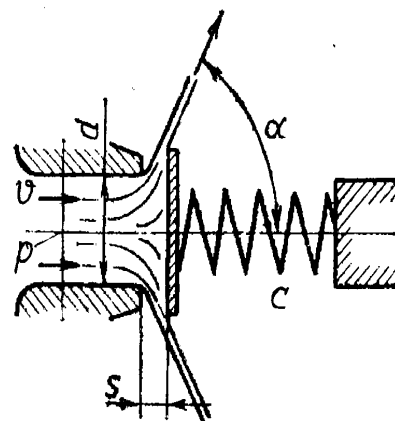
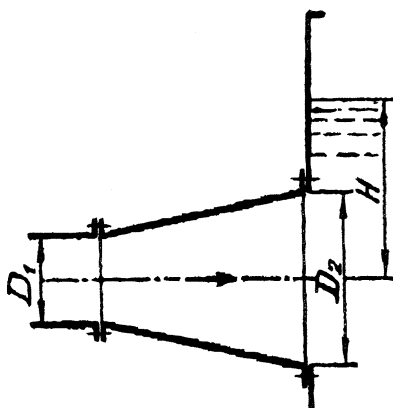
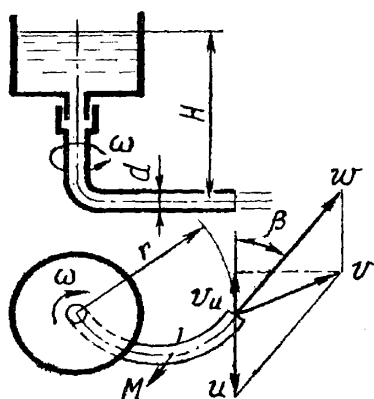
7-43÷44. Предохранительный клапан с седлом диаметром $d=25$ мм пропускает при избыточном давлении в седле $p=3,2$ МПа расход масла ($\rho = 920$ кг / м³), равный Q , при этом открытие клапана $S=5$ мм. Считая жидкость невязкой, определить направление вытекающей из него струи (угол α), если известно, что начальное давление открытия клапана p_0 , а жесткость его пружины $C=20$ Н/мм.

7-45÷46. Предохранительный клапан с седлом диаметром $d=24$ мм пропускает при избыточном давлении в седле $p=3,0$ МПа расход масла ($\rho = 910$ кг / м³), равный Q , при этом открытие клапана $S=5$ мм. Считая жидкость невязкой, рассчитать жесткость пружины клапана, если известно, что начальное давление открытия клапана p_0 , а струя из клапанной щели должна вытекать под углом $\alpha \geq 70^\circ$.

К задачам 7-39÷40

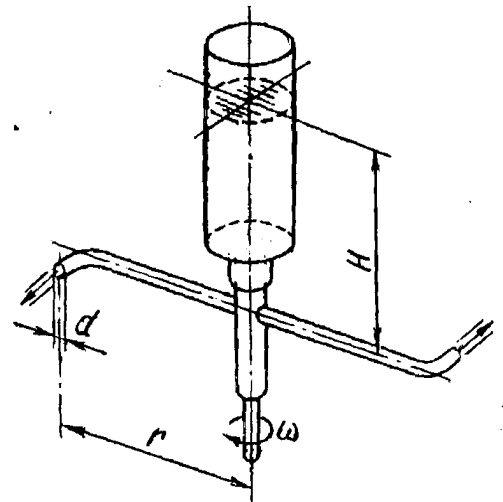
К задачам 7-41÷42

К задачам 7-43÷46



7-47÷48. Сегнерово колесо состоит из двух радиальных трубок, изогнутых на концах по окружности (радиус $r = 400$ мм) и снабженных насадками с выходным диаметром d . Вытекающая в атмосферу вода поступает в трубки из неподвижного сосуда под статическим напором H . Установить зависимость момента, развиваемого потоком на колесе, от угловой скорости его вращения, учитывая гидравлическое сопротивление трубок ($\zeta = 0,1$), и определить момент на заторможенном колесе и угловую скорость, при которой момент на колесе становится равным нулю.

К задачам 7-47÷48

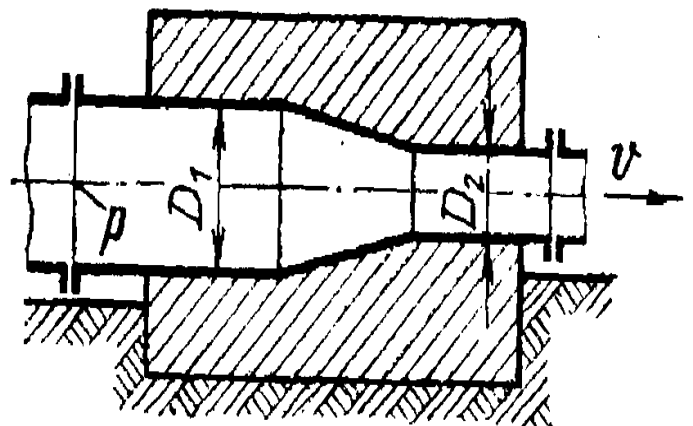
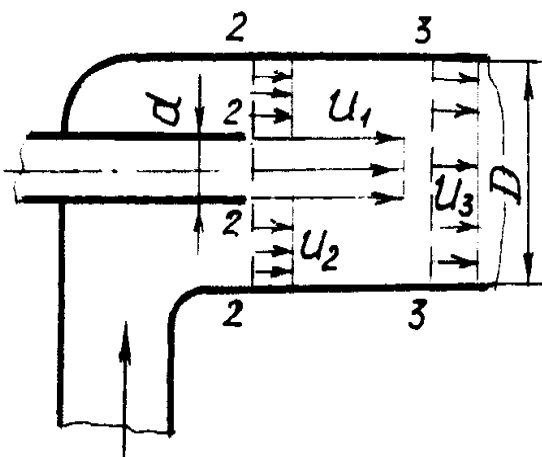


7-49÷50. В струйном водяном насосе (эжекторе) эжектирующий поток подается из сопла диаметром d при давлении $p_1 = p_2 = 80$ кПа со скоростью v_1 и эжектирует (подсасывает эжектируемый поток) со скоростью $v_2 = 10$ м/с через кольцевое сечение диаметром $D = 100$ мм. В цилиндрической камере смешения 2-3 оба потока полностью перемешиваются до постоянной по сечению 3 скорости v_3 и давления p_3 . Пренебрегая трением воды о стенки камеры смешения, определить величины v_3 и p_3 .

7-51÷52. Диаметр трубопровода на участке заделки в опору изменяется от $D_1 = 1,5$ м до $D_2 = 1,0$ м. Определить осевую силу, воспринимаемую опорой на переходном участке при избыточном давлении перед опорой p и расходе воды Q . Потерями в конусе пренебречь, скорости жидкости по сечениям считать постоянными.

К задачам 7-49÷50

К задачам 7-51÷52



Исходные данные к задачам гл. 7

Но- мер за- да- чи	Скорость v или v_{∞} , м/с	Другие параметры
1	10	$v_{\text{вср}}=20\text{ м/с}$
2	12	$v_{\text{вср}}=22\text{ м/с}$
3	30	$H=0,5\text{ м}$
4	40	$H=0,6\text{ м}$
5	10	$\alpha=45^0$
6	15	$\alpha=30^0$
7	10	$\Delta v_m=5\text{ м/с}$
8	8	$\Delta v_m=6\text{ м/с}$
9	15	$H=2\text{ м}$
10	5	$H=5\text{ м}$
11	4,5	$w=7,5\text{ м/с}$
12	3	$w=5,0\text{ м/с}$
13	30	$Q_1=12\text{ л/с}$
14	25	$Q_1=16\text{ л/с}$
15	32	$\alpha=40^0$
16	30	$\alpha=30^0$
17	30	$a=0,04\text{ м}$
18	40	$a=0,05\text{ м}$
19	50	$\alpha=30^0$
20	40	$\alpha=20^0$
21	40	$\Gamma=10\text{ м}^2/\text{с}$
22	50	$\Gamma=8\text{ м}^2/\text{с}$
23	16	$H=1,2\text{ м}$
24	20	$H=1,5\text{ м}$
25	12	$d=0,056\text{ м}$
26	16	$d=0,050\text{ м}$

Но- мер за- да- чи	Скорость v или v_{∞} , м/с	Другие параметры
27	5	$p=0,10\text{ МПа}$
28	3	$p=0,12\text{ МПа}$
29	8	$\alpha=45^0$
30	10	$\alpha=30^0$
31	12	$\alpha=120^0$
32	20	$\alpha=90^0$
33	7	$H=3,0\text{ м}$
34	6	$H=3,5\text{ м}$
35	-	$H=2,8\text{ м}$
36	-	$H=4,0\text{ м}$
37	4	$L=4,0\text{ м}$
38	3	$L=5,0\text{ м}$
39	-	$H=2,0\text{ м}; \beta=30^0$
40	-	$H=3,0\text{ м}; \beta=45^0$
41	2	$H=4,0\text{ м}$
42	2,2	$H=3,0\text{ м}$
43	$p_0=2,85\text{ МПа}$	$Q=10\text{ л/с}$
44	$p_0=2,70\text{ МПа}$	$Q=8,0\text{ л/с}$
45	$p_0=2,80\text{ МПа}$	$Q=9,0\text{ л/с}$
46	$p_0=2,60\text{ МПа}$	$Q=8,0\text{ л/с}$
47	$d=18\text{ мм}$	$H=1,6\text{ м}$
48	$d=20\text{ мм}$	$H=2,4\text{ м}$
49	$d=35\text{ мм}$	$v_1=28\text{ м/с}$
50	$d=32\text{ мм}$	$v_1=30\text{ м/с}$
51	$p=0,40\text{ МПа}$	$Q=1,8\text{ м}^3/\text{с}$
52	$p=0,42\text{ МПа}$	$Q=2,0\text{ м}^3/\text{с}$

8. ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ

8.1. Основные сведения из теории, расчетные формулы и методические указания

Несмотря на высокий уровень развития гидродинамической теории не все задачи в настоящее время могут быть решены с достаточной для практики точностью и надежностью. При создании современных аппаратов (объектов), движущихся в воде или в воздухе, гидравлических и гидродинамических машин, сооружений и приборов гидродинамический расчет является важнейшим и обязательным этапом проектирования, но все же результирующая оценка качеств и характеристик создаваемых объектов производится на основе экспериментальных испытаний.

Экспериментальные исследования обычно связаны с большими материальными затратами, трудоемки и на натуральных объектах иногда невыполнимы. Поэтому в научно-технической практике, как правило, эксперименты проводят с моделями. При этом возникают вопросы: как правильно смоделировать данное гидродинамическое явление и как пересчитать данные эксперимента, чтобы получить достоверную картину для натурального объекта.

Прежде всего, натура и модель должны быть геометрически подобны. Для соблюдения **геометрического подобия** необходимо, чтобы все сходственные размеры модели и природы были пропорциональны. Кроме того, должны соблюдаться условия кинематического и динамического подобия. **Кинематическое подобие** состоит в том, что скорости жидкости в сходственных точках природы и модели в сходственные моменты времени пропорциональны. **Динамическое подобие** включает в себя пропорциональность сил, действующих на сходственные частицы жидкости, и пропорциональность масс этих частиц.

Заметим, что два физических явления называют подобными, если величины одного явления могут быть получены из соответствующих величин другого, взятых в сходственных пространственно-временных точках, простым умножением на одинаковые для всех точек множители, называемые коэффициентами подобия.

Выделяют три основных коэффициента подобия, согласно принятым в Международной системе единиц основным физическим величинам (длина L , время t и масса m): линейный масштаб $K_L = L_H / L_M$, масштаб времени $K_t = t_H / t_M$ и масштаб масс $K_m = m_H / m_M$. Масштабы всех остальных (производных) физических величин выражаются через основные в соответствии с формулами размерности этих величин. Так, масштаб площадей $K_S = S_H / S_M = K_L^2$, скоростей $K_v = K_L / K_t$, плотностей $K_\rho = K_m / K_L^3$, сил одинаковой физической природы $K_F = K_m K_L / K_t^2$ и т.д.

Используя выражения масштабов K_v и K_ρ , можно получить для масштаба сил зависимость $K_F = K_\rho K_v^2 K_L^2$, которая дает общий закон динамического подобия Ньютона:

$$\frac{F_H}{F_M} = \frac{\rho_H v_H^2 L_H^2}{\rho_M v_M^2 L_M^2}.$$

Этот закон можно представить в форме

$$Ne = F / \rho v^2 L^2 = idem,$$

согласно которой безразмерная величина Ne (**число Ньютона**), пропорциональная отношению действующих на подобные частицы сил к силам инерции этих частиц, имеет одинаковое значение в сходственных точках подобных потоков.

Для существования гидродинамического подобия необходимыми и достаточными условиями являются: геометрическое подобие граничных поверхностей, омываемых потоками; подобие кинематических краевых (начальных и граничных) условий; одинаковые значения критериев динамического подобия - безразмерных величин, пропорциональных отношениям сил инерции частиц жидкости к действующим на них силам вязкости, тяжести, упругости и т.д.

Критерии эти следующие:

- критерий подобия (**число Рейнольдса**) $Re = vL/\nu$, где ν – характерная скорость; L – характерный размер; ν - кинематический коэффициент вязкости. Число Рейнольдса характеризует отношение сил инерции и вязкости и служит основным критерием моделирования течений, в которых определяющую роль играет вязкость, например, установившееся течение в напорных трубопроводах и каналах;

- критерий подобия (**число Фруда**) $Fr = v^2 / gL$ характеризует отношение сил инерции и сил тяжести. Он используется при моделировании течений, в которых эти силы играют решающую роль, например, при моделировании поверхностных волн, при испытаниях моделей надводных судов, сопровождающихся волнообразованием, моделировании водосливов и т.д.;

- критерий подобия (**число Эйлера**) $Eu = p / \rho v^2$ характеризует отношение сил давления и инерции и применяется в тех случаях, когда интересуют только силы давления, или при исследовании гидравлических сопротивлений в трубах и каналах. В последнем случае критерий имеет вид $Eu = \Delta p / \rho v^2$, где Δp - разность давлений в разных точках течения.

Заметим, что в однородной несжимаемой жидкости равенство чисел Eu для натурального и модельного потоков обеспечивается, если для них равны числа Fr или Re .

Критерий Эйлера играет главную роль при моделировании течений с кавитацией. В этом случае в качестве характерной разности давлений принимают разность между давлением в потоке p_∞ и давлением насыщенных паров $p_{н.п.}$ и критерий Эйлера записывается в форме **числа кавитации** $\chi = 2(p_\infty - p_{н.п.}) / \rho v^2$;

- критерий подобия (**число Струхалия**) $Sh = L/vt$ характеризует отношение сил инерции, вызываемых локальными и конвективными ускорениями, и при-

меняется при моделировании нестационарных, в том числе периодически повторяющихся, течений. При испытании моделей гребных винтов и лопастных гидравлических машин он используется в несколько измененном виде, именуемом **относительной поступью**, $\lambda = v / nD$, где n – частота вращения, D – диаметр.

Согласно теории подобия, гидродинамическая сила и ее момент могут быть представлены с использованием безразмерных коэффициентов в виде:

$$F_j = c_j (\rho v^2 / 2) S; \quad M_j = c_{mj} (\rho v^2 / 2) SL,$$

где $j=x, y, z$; c_j - коэффициент силы; c_{mj} - коэффициент момента.

Для гребных винтов их осевую силу-упор P и момент относительно оси винта M представляют через безразмерные коэффициенты упора K_1 и момента K_2 следующими формулами:

$$P = K_1 \rho n^2 D^4; \quad M = K_2 \rho n^2 D^5. \quad (8.1)$$

В потоках жидкостей одновременно действуют разные силы: вязкости, тяжести, упругости и другие. Соблюдение пропорциональности всех этих разнородных сил означает так называемое **полное динамическое подобие**. При этом все безразмерные характеристики потока (например, коэффициенты сопротивления ζ , скорости φ , расхода μ и т.д.) и безразмерные коэффициенты сил и моментов имеют для натуре и модели одинаковое численное значение.

В большинстве случаев реализация полного гидродинамического подобия технически весьма затруднительна или невозможна. Так, одновременное выполнение условий подобия по Fr и Re приводит к тому, что в модели жидкость должна обладать вязкостью $\nu_m = \nu_n / K_L^{3/2}$. Поэтому в практике моделирования обычно осуществляют **частичное подобие** потоков, при котором выполняется условие подобия главных сил, наиболее существенных для рассматриваемого гидромеханического явления. В этом случае равными оказываются не коэффициенты суммарных сил, а только те их составляющие, которые связаны с соответствующим критерием подобия. Например, при равенстве только чисел Фруда равны коэффициенты волнового сопротивления судна и его модели, но не полного сопротивления.

Задачи моделирования несколько облегчаются в случае автомодельности, которая заключается в том, что при очень больших значениях какого-нибудь критерия подобия безразмерные характеристики течения перестают от него зависеть. Наибольший практический интерес представляет собой автомодельность, связанная с числом Рейнольдса. В зоне турбулентной автомодельности, наблюдаемой при достаточно больших значениях Re , силы вязкостного трения, действующие в потоке, малы по сравнению с силами инерции частиц жидкости. Безразмерные коэффициенты потерь, сопротивлений, сил вязкостной природы в этой зоне не зависят от числа Re . Для таких потоков линейный масштаб K_L , масштабы вязкости K_ν и скорости K_v независимы. Они должны выбираться с таким расчетом, чтобы значение числа Re в модели соответствовало зоне турбулентной автомодельности.

Следует отметить, что для судостроительных задач полное гидродинамическое подобие осуществить нельзя, и возможно лишь частичное подобие потоков. Поэтому коэффициенты сил для природы и модели, строго говоря, всегда неравны. Для их приближенного определения в процессе модельных испытаний используют рабочую гипотезу, согласно которой гидродинамические коэффициенты, в частности коэффициенты сопротивления, представляются в виде

$$C_x = C_{x1}(\text{Re}) + C_{x2}(\text{Fr}).$$

Это позволяет порознь определять коэффициенты, связанные с вязкостью (первое слагаемое) и с волнообразованием (второе слагаемое). При движении тела в вязкой жидкости, когда влияние волнообразования на гидродинамику процесса невелико, полагают $C_x \cong C_x(\text{Re})$, добиваются равенства Re у модели и природы. При движении тела вблизи или по свободной поверхности жидкости, когда влияние волнообразования значительно, полагают $C_x \cong C_x(\text{Fr})$, добиваются равенства Fr у модели и природы.

Таким же образом поступают в том случае, когда по одному из критериев наблюдается автомодельность. Например, в случае проведения модельных испытаний в зоне турбулентной автомодельности считается, что коэффициенты сопротивления $C_{x1}(\text{Re})$, связанные с вязкостью, для модели и природы равны, и достаточно выполнить условие $\text{Fr}_M = \text{Fr}_H$.

Методическое указание по выполнению контрольных заданий: решение задачи по данному разделу необходимо начинать с обоснования выбора критерия подобия, которое должно быть приведено в работе.

8.2. Примеры решения задач

Задача 8.2.1. Модель надводного судна с работающими гребными винтами, выполненная в масштабе 1:25, испытывается в бассейне. Предполагая, что при испытаниях обеспечено гидродинамическое подобие в зоне турбулентной автомодельности, определить:

- 1) скорость буксировки модели, если скорость движения натурального судна $v_H = 12,5 \text{ м/с}$;
- 2) число оборотов модели гребного винта n_M , если $n_H = 5 \text{ об/с}$;
- 3) масштаб мощности на валу гребного винта $(N_H : N_M)_B$, считая плотность в натуральных и модельных испытаниях одинаковой.

Дано: $K_L = 25$; $v_H = 12,5 \text{ м/с}$; $n_H = 5,0 \text{ об/с}$.

Определить: v_M ; n_M ; N_M ; N_H .

Решение. 1. При проведении буксировочных испытаний моделей надводных судов необходимо учитывать силы, связанные и с вязкостью (критерий Re), и с волнообразованием (критерий Fr). По условию задачи испытания проводятся в зоне турбулентной автомодельности, где безразмерные параметры потока, обусловленные вязкостью жидкости, постоянны. Следовательно, моделировать рассматриваемый процесс достаточно с точки зрения волнообразования, т.е. по критерию Fr . Приравняв числа Фруда модели и природы

$$Fr_M = Fr_H \text{ или } v_M^2 / g_M L_M = v_H^2 / g_H L ,$$

находим скорость буксировки модели

$$v_M = v_H \sqrt{L_M / L_H} = v_H / \sqrt{K_L} = 12,5 / \sqrt{25} = 2,5 \text{ м/с.}$$

2. Для определения числа оборотов гребного винта модели приравняем относительные поступи модели и натуре

$$v_M / n_M D_M = v_H / n_H D_H .$$

Отсюда

$$n_M = n_H \frac{v_M D_H}{v_H D_M} = n_H \sqrt{K_L} ,$$

так как $D_H / D_M = K_L$ и $v_H / v_M = \sqrt{K_L}$.

Следовательно, гребной винт должен вращаться в пять раз быстрее натурального

$$n_M = 5 \cdot 5 = 25 \text{ об/с.}$$

3. Мощность на валу гребного винта может быть найдена с помощью известной из механики формулы:

$$N = M\omega ,$$

где M – момент относительно оси; ω - угловая скорость.

Используя вторую формулу (8.1), выразим масштаб мощности для гребного винта

$$K_N = \frac{N_H}{N_M} = \frac{M_H \omega_H}{M_M \omega_M} = \frac{K_{2H} \rho_H n_H^2 D_H^5 \omega_H}{K_{2M} \rho_M n_M^2 D_M^5 \omega_M} .$$

Так как по условиям задачи $K_{2M} = K_{2H}$ (зона турбулентной автомодельности), $\rho_M = \rho_H$, $\omega_H / \omega_M = n_H / n_M$, то получим

$$K_N = \frac{n_H^3 D_H^5}{n_M^3 D_M^5} = \frac{1}{K_L^{3/2}} \cdot K_L^5 = K_L^{7/2} = 25^{7/2} = 78125 .$$

Задача 8.2.2. Для получения характеристик дискового затвора (рис. 8.1) произведены испытания его модели диаметром $D_M = 250$ мм на воздухе. При расходе воздуха $Q_M = 1,6 \text{ м}^3/\text{с}$ (плотность $\rho_M = 1,25 \text{ кг/м}^3$) для определенного угла установки затвора α получены данные: потеря давления в модели $\Delta p_M = 2,7 \text{ кПа}$; сила действия потока на затвор $F_M = 140 \text{ Н}$; момент этой силы относительно оси вращения затвора $M_M = 3,0 \text{ Нм}$.

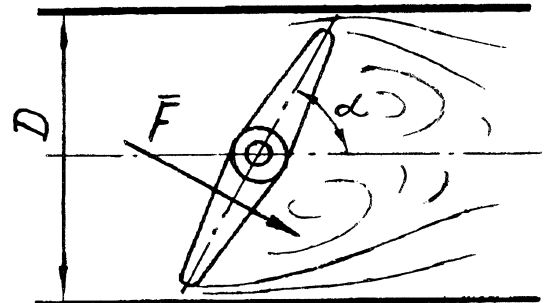


Рис. 8.1

Предполагая, что испытания модели произведены в зоне турбулентной автомодельности, определить для натуральных условий потерю напора h_{Π} , силу F и момент M действия потока на затвор диаметром $D = 2,5$ м при расходе воды $Q = 8,0 \text{ м}^3/\text{с}$ и том же угле установки затвора.

Дано: $D_M = 250 \text{ мм} = 0,25 \text{ м}$; $D = 2,5 \text{ м}$; $Q_M = 1,6 \text{ м}^3/\text{с}$;
 $\rho_M = 1,25 \text{ кг}/\text{м}^3$; $\Delta p_M = 2,7 \text{ кПа}$;
 $Q = 8,0 \text{ м}^3/\text{с}$; $F_M = 140 \text{ Н}$; $M_M = 3,0 \text{ Нм}$.

Определить: h_{Π} ; F ; M .

Решение. 1. По условию задачи испытания модели проведены в зоне турбулентной автомодельности. Следовательно, коэффициенты сопротивления ζ модели затвора и натуре будут одинаковыми. Используя формулу местных потерь напора $h_{\Pi} = \zeta v^2 / 2g$, имеем

$$\left(\frac{h_{\Pi}}{v^2 / 2g} \right)_M = \left(\frac{h_{\Pi}}{v^2 / 2g} \right),$$

где h_{Π} - величина потерь напора в метрах столба жидкости, связана с потерей давления соотношением $h_{\Pi} = \Delta p / \rho g$.

Вычислим скорости воздушного потока

$$v_M = \frac{Q_M}{S_M} = \frac{4Q_M}{\pi D_M^2} = \frac{4 \cdot 1,6}{3,14 \cdot 0,25^2} = 32,6 \text{ м/с}$$

и потока воды в натуре

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 8,0}{3,14 \cdot 2,5^2} = 1,63 \text{ м/с}.$$

Из формулы равенства коэффициентов сопротивления найдем величину потери напора

$$h_{\Pi} = \left(\frac{\Delta p}{\rho g} \right)_M \frac{v^2}{v_M^2} = \frac{2,7 \cdot 10^3}{1,25 \cdot 9,81} \cdot \frac{1,63^2}{32,6^2} = 0,55 \text{ м}.$$

2. Для определения силы действия потока воды на затвор приравняем числа Ньютона для модели и натуре $Ne = Ne_M$ или

$$\frac{F}{\rho v^2 D^2} = \frac{F_M}{\rho_M v_M^2 D_M^2},$$

откуда $F = F_M \cdot \frac{\rho v^2 D^2}{\rho_M v_M^2 D_M^2} = 140 \cdot \frac{1000 \cdot 1,63^2 \cdot 2,5^2}{1,25 \cdot 32,6^2 \cdot 0,25^2} = 28 \text{ кН}$.

3. Момент силы в натуре $M = Fl$,

где l – плечо силы относительно оси вращения.

Величину l найдем из условия геометрического подобия

$$\frac{l}{l_M} = K_L = \frac{D}{D_M}.$$

Отсюда

$$l = l_M \frac{D}{D_M} = \frac{M_M}{F_M} \frac{D}{D_M} = \frac{3 \cdot 2,5}{140 \cdot 0,25} = 0,214 \text{ м}.$$

Тогда момент силы $M = 28 \cdot 0,214 = 6,0 \text{ кНм}$.

Задача 8.2.3. Диафрагма (рис. 8.2.) размерами $d=100\text{мм}$ и $D=200\text{мм}$, предназначенная для измерения расхода воды, испытывается воздухом. Определить:

- 1) расход воздуха Q_M , соответствующий расходу воды $Q_B=16,0\text{л/с}$;
- 2) показания ртутного дифманометра $h_{рт}$, измеряющего перепад давлений воды на диафрагме, если при испытаниях на воздухе вместо ртути использовалась вода и получено $h_B=160\text{мм}$.

Кинематические коэффициенты вязкости воды $\nu_B=0,010\text{Ст}$ и воздуха $\nu_M=0,156\text{Ст}$. Плотность воздуха $\rho_M=1,22\text{кг/м}^3$.

Дано: $d=100\text{мм}=0,10\text{м}$;

$$Q_B=16,0\text{л/с}=0,016\text{м}^3/\text{с};$$

$$h_B=160\text{мм}=0,160\text{м};$$

$$\nu_B=0,010\text{Ст}=0,010 \cdot 10^{-4}\text{м}^2/\text{с};$$

$$\nu_M=0,156\text{Ст}=0,156 \cdot 10^{-4}\text{м}^2/\text{с};$$

$$\rho_M=1,22\text{кг/м}^3.$$

Определить: Q_M ; $h_{рт}$.

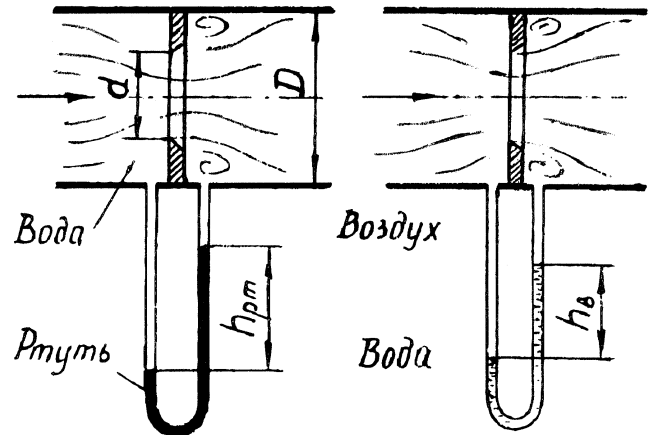


Рис. 8.2

Решение. 1. При течении жидкости через диафрагму определяющими являются силы вязкости, поэтому необходимо выполнить условие подобия по этим силам, т.е. по критерию Рейнольдса

$$\text{Re}_M = \text{Re}_H \text{ или } \frac{v_M d_M}{\nu_M} = \frac{v_B d_H}{\nu_B}.$$

Так как в обоих случаях рассматривается одна и та же диафрагма, то $d_M = d_H$.

Перейдя от скоростей к расходам по формуле $v = Q / \pi d^2 / 4$, вычислим расход воздуха

$$Q_M = Q_B \nu_M / \nu_B = 0,016 \cdot 0,156 \cdot 10^{-4} / 0,010 \cdot 10^{-4} = 0,250\text{м}^3/\text{с}.$$

2. Для определения показания ртутного дифманометра $h_{рт}$ найдем перепад давлений в точках его присоединения. В случае работы диафрагмы на воде с ртутным дифманометром имеем $\Delta p_H = (\rho_{рт} - \rho_B) g h_{рт}$, а при работе на воздухе $\Delta p_M = \rho_B g h_B$, где $\rho_{рт}$ и ρ_B - плотность ртути и воды соответственно.

Используем теперь число Эйлера для разности давлений в двух точках, так как для напорного потока оно является производным от критерия Рейнольдса

$$\frac{\Delta p_H}{\rho_H v_H^2} = \frac{\Delta p_M}{\rho_M v_M^2} \text{ или } \frac{(\rho_{рт} - \rho_B) g h_{рт}}{\rho_B v_B^2} = \frac{\rho_B g h_B}{\rho_M v_M^2}.$$

При $d_H = d_v$ имеем $v_B / v_M = Q_B / Q_M$.

Подставив численные значения, получим

$$h_{рт} = 0,160 \frac{1000}{1,22} \cdot \frac{10^3}{13,6 \cdot 10^3 - 10^3} \cdot \frac{0,016^2}{0,250^2} = 0,043\text{м} = 43\text{мм}.$$

8.3. Задачи

8-1÷2. Силовое воздействие воды на сегментный затвор изучается на модели в масштабе K_L . Напор в натуре равен $H_H = 5,0\text{м}$.

Определить: 1) напор H_M воды, который необходимо поддерживать в модели;

2) силу воздействия потока на затвор F_H , если для модели она оказалось равной $F_M = 80\text{Н}$.

8-3÷4. Участок трубы диаметром D_H для подачи керосина ($\rho_H = 850\text{кг/м}^3$) испытывается продувкой воздуха ($\rho_M = 1,16\text{кг/м}^3$, $\nu_M = 0,156\text{Ст}$).

Определить: 1) скорость продувки, если скорость керосина в трубопроводе v_H ;

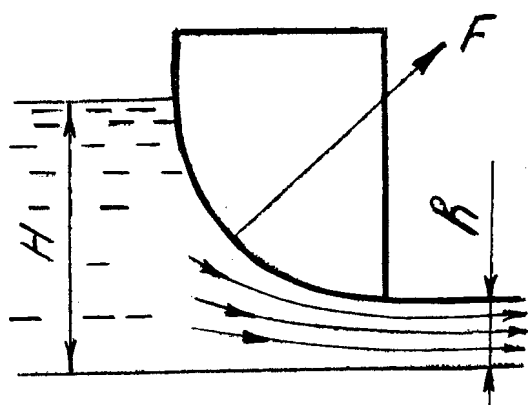
2) потерю напора h_H на дроссельной шайбе при работе на керосине, если при испытании на воздухе потеря давления составила p_M .

8-5÷6. В трубопроводе диаметром D_H и пропускающем расход воды Q_H при $t_H = 60^\circ$ (давление насыщенных паров $p_{t_H} = 20,2\text{кПа}$, $\rho_H = 983\text{кг/м}^3$), установлена дроссельная шайба. Определение критического абсолютного давления p перед шайбой, при котором в трубопроводе за шайбой возникает кавитация, проводится на бензине при $t_M = 60^\circ$ ($p_{t_M} = 16,3\text{кПа}$, $\rho_M = 710\text{кг/м}^3$, $\nu_M = 0,0093\text{Ст}$). В опыте получено p_M . Зона автомодельности при $Re \geq 10^5$.

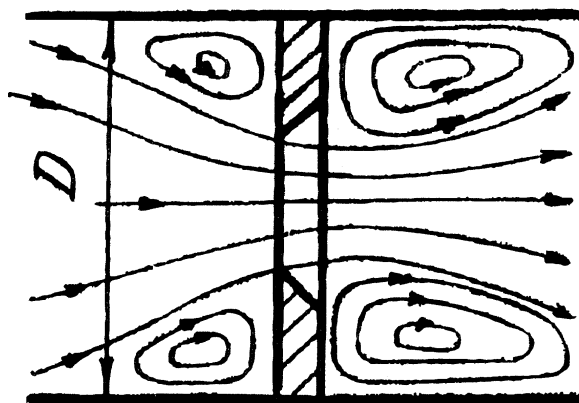
Определить: 1) расход бензина в модели Q_M ;

2) абсолютное критическое давление перед шайбой в натуре p_H .

К задачам 8-1÷2



К задачам 8-3÷6



8-7÷8. Выравнивание потока в теплообменном аппарате, пропускающего Q_H воды, осуществляется с помощью решетки, установленной в обечайке диаметром D_H . Определение гидравлического сопротивления решетки производится на модели, выполненной в масштабе K_L и работающей на воздухе ($\rho_M = 1,25 \text{ кг/м}^3$, $\nu_M = 0,156 \text{ Ст}$).

Определить: 1) расход для модельной установки Q_M ;

2) потерю напора в натурном теплообменнике, если потеря давления в модели составила p_M .

8-9÷10. Гидравлический демпфер (гаситель колебаний) представляет собой гидроцилиндр, полости которого соединены обводной трубкой диаметром d_H с дросселем. Диаметры поршня D_{1H} и штока D_{2H} . Статические характеристики демпфера (зависимость скорости равномерного движения ν_H штока от постоянной нагрузки F_H), работающего на масле ($\rho_H = 880 \text{ кг/м}^3$), исследуются на модели, выполненной в масштабе K_L и работающей на 50%-м растворе глицерина ($\rho_M = 1135 \text{ кг/м}^3$, $\nu_M = 0,06 \text{ Ст}$).

Определить: 1) скорость движения штока гидроцилиндра модели ν_M , если скорость движения штока в натуре ν_H ;

2) нагрузку, приложенную к штоку гидроцилиндра, если на модели получено усилие $F_M = 6500 \text{ Н}$.

8-11÷12. Для определения сопротивления обратного клапана с проходным диаметром D_H , изготовлена его модель в масштабе K_L .

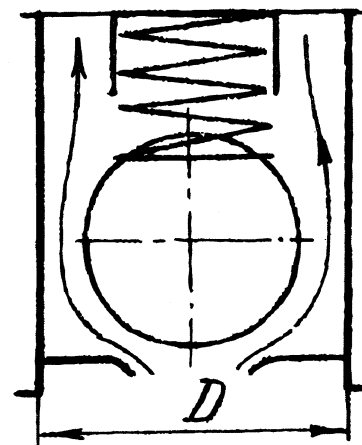
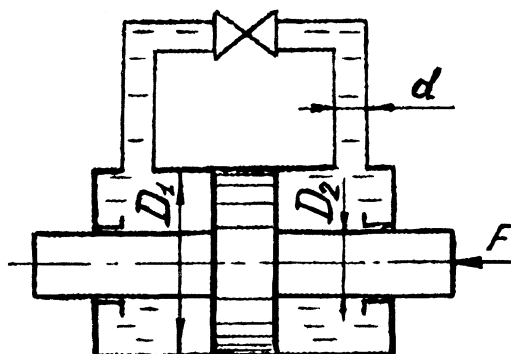
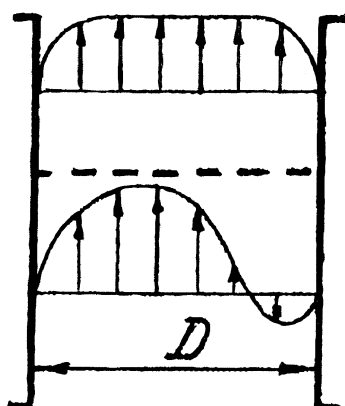
Определить: 1) расход воздуха ($\rho_M = 1,2 \text{ кг/м}^3$, $\nu_M = 0,154 \text{ Ст}$) в модели, если в натуре через клапан протекает Q_H воды;

2) потерю напора в натуре h_H , если в модели потеря давления составила p_M .

К задачам 8-7÷8

К задачам 8-9÷10

К задачам 8-11÷12



8-13÷14. Для определения силового воздействия со стороны потока воды Q_H на дисковый затвор, установленный в трубопроводе диаметром D_H , изготовлена модель в масштабе K_L , работающая на воздухе ($\rho_M = 1,17 \text{ кг/м}^3$, $v_M = 0,156 \text{ Ст}$). Зона турбулентной автомодельности при $Re \geq 10^5$.

Определить: 1) выполнение условий подобия, если расход воздуха в модели составляет $Q_M = 0,65 \text{ м}^3 / \text{с}$;

2) силу, действующую на дисковой затвор в натуре, если в модели она составила $F_M = 8,7 \text{ Н}$.

8-15÷16. Для определения момента, действующего на шарнирную захлопку, установленную в трубопроводе диаметром D_H и пропускающую Q_H нефти ($\rho_H = 830 \text{ кг/м}^3$), изготовлена модель в масштабе K_L .

Определить: 1) расход воды ($v_M = 0,010 \text{ Ст}$) в модельной установке Q_M ;

2) момент, приложенный к оси шарнирной захлопки в натуре, если в модели этот момент составил $0,072 \text{ Нм}$.

8-17÷18. Для улучшения работы короткого диффузора с диаметром D_H в нем установлен направляющий аппарат. В натуре по диффузору протекает Q_H воздуха ($\rho_H = 1,17 \text{ кг/м}^3$).

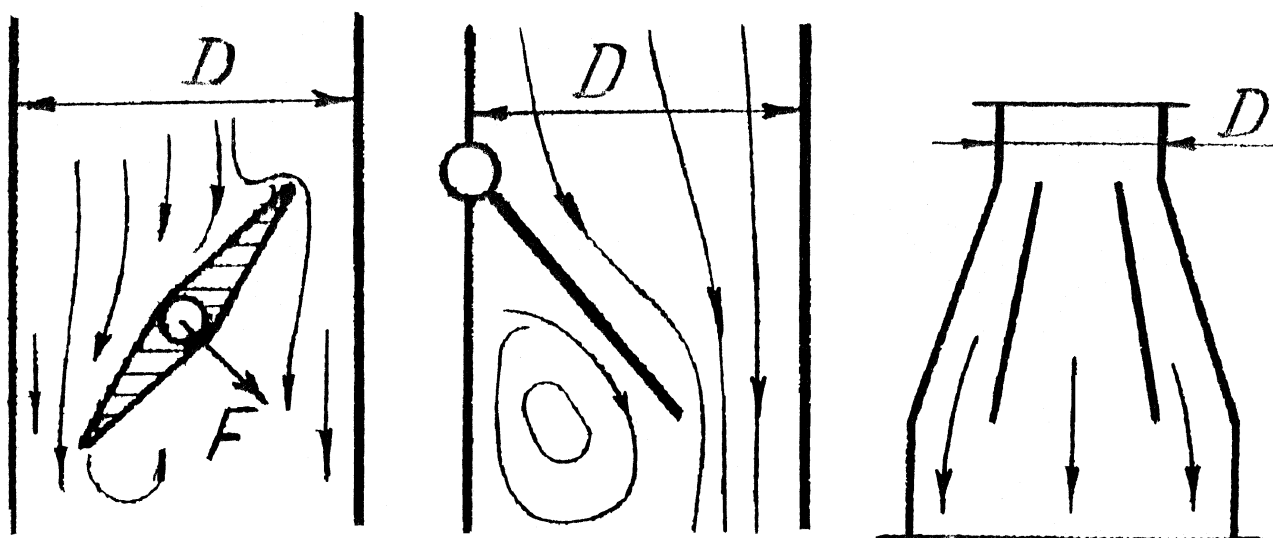
Определить: 1) расход Q_M в модельном диффузоре, работающем на воде ($v_M = 0,010 \text{ Ст}$);

2) перепад давления в натуре p_H , если в модели потеря напора составила h_M .

К задачам 8-13÷14

К задачам 8-15÷16

К задачам 8-17÷18



8-19÷20. Работа ротаметра, имеющего диаметр трубки D_H и пропускающего Q_H керосина ($\rho_H = 790 \text{ кг/м}^3$), основана на уравнивании веса поплавка в жидкости силой действия потока.

Определить: 1) расход воды ($v_M = 0,010 \text{ Ст}$) в модельном ротаметре, выполненном в масштабе K_L , если зоне турбулентной автомодельности соответствует условие $Re \geq 10^5$;

2) плотность материала поплавка модельного ротаметра, если в натурном ротаметре он сделан из алюминия ($\rho_{\text{пн}} = 2700 \text{ кг/м}^3$).

8-21÷22. Истечение воды из резервуара под напором $H_H = 1,0 \text{ м}$ происходит через выпускающий коллектор D_H , который перекрыт дисковым затвором.

Определить: 1) напор в модельной установке, если модель выполнена в масштабе K_L и работает на воде;

2) расход в модельной установке Q_M при одинаковом с натурой открытием дискового затвора, если в натуре расход равен Q_H ;

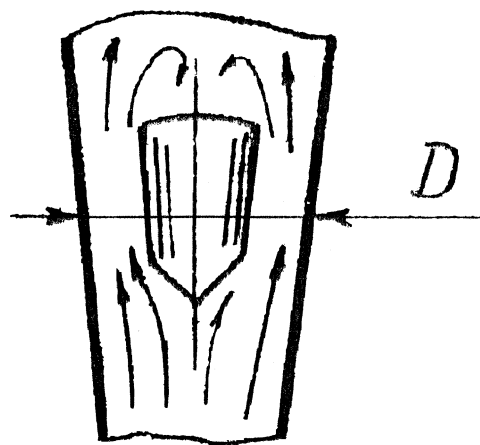
3) силу F_H , действующую на дисковый затвор, если в модели эта сила составила $F_M = 2,2 \text{ Н}$.

8-23÷24. Аэродинамическое сопротивление автомобиля высотой $h_H = 1,4 \text{ м}$ определяется продувкой его модели в аэродинамической трубе. Кинематический коэффициент вязкости воздуха $\nu = 0,156 \text{ Ст}$; зона автомодельности при $Re \geq 5 \cdot 10^5$.

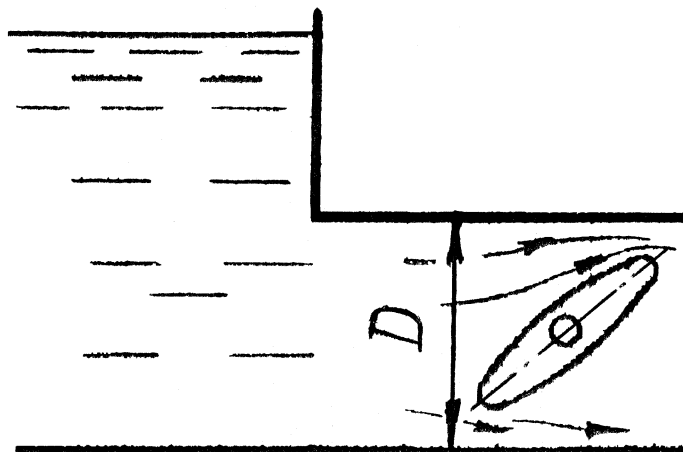
Определить: 1) максимальный масштаб модели K_L , если скорость автомобиля v_H , а скорость продувки модели 45 м/с ;

2) отношение сил сопротивления модели и натуре.

К задачам 8-19÷20



К задачам 8-21÷22



8-25÷26. Измерительная диафрагма диаметром D и отношением $d/D=0,65$ испытывается на воде ($\nu_M = 0,010\text{Ст}$). Зона турбулентной автомодельности (постоянство градуировочного коэффициента) начинается при расходе воды $Q_M = 11,8\text{л/с}$, при этом показание ртутного дифманометра составило h_M .

Определить: 1) расход Q_H , соответствующий началу зоны турбулентной автомодельности, при работе диафрагмы на воздухе ($\rho_H = 1,17\text{кг/м}^3$);

2) показание водяного дифманометра при работе диафрагмы на воздухе.

8-27÷28. Трубка Вентури с входным диаметром D_H и соотношением $d/D=0,55$ используется для измерения расхода керосина.

Определить: 1) расход воды ($\nu_M = 0,010\text{Ст}$) Q_M в модельной трубке Вентури, выполненной в масштабе K_L , если расход керосина ($\rho_H = 820\text{кг/м}^3$) в натуре равен Q_H ;

2) разность показаний пьезометров в натуре h_H , если в модели она составила h_M .

8-29÷30. Расходомер в виде сопла с входным диаметром D_H и $d/D=0,45$ используется для измерения расхода нефти.

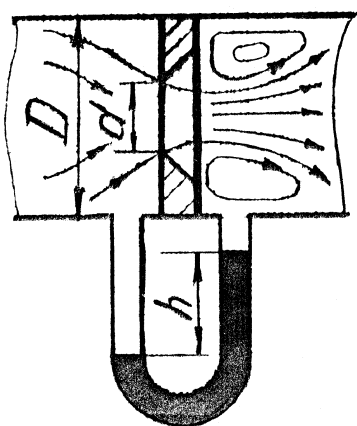
Определить: 1) расход воздуха ($\rho_M = 1,17\text{кг/м}^3$, $\nu_M = 0,16\text{Ст}$) в модели, выполненной в масштабе K_L , если расход нефти ($\rho_H = 810\text{кг/м}^3$) в натуре составил Q_H ;

2) разность показаний ртутного дифманометра в натуре h_H , если в модели разность давлений составила p_M .

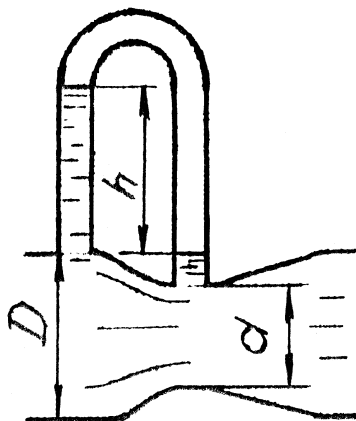
8-31÷32. Истечение нефти через насадок диаметром D_H при малом напоре $H_H = 2,5D_H$ исследуется на модели, работающей на воде ($\nu = 0,010\text{Ст}$).

Определить: 1) диаметр модельного насадка D_M ; 2) расход через натуральный насадок Q_H , если на модели получен расход воды $Q_M = 0,056\text{ м/с}$.

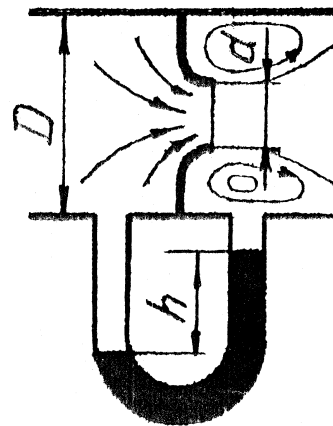
К задачам 8-25÷26



К задачам 8-27÷28



К задачам 8-29÷30



8-33÷34. Вентиляция закрытых помещений при сварке производится с помощью гибких металлических труб – металлорукавов.

Определить: 1) расход воздуха в модельном металлорукаве, выполненном в масштабе K_L , если в натуре средняя скорость воздуха составила $v_H = 5,2\text{ м/с}$ при диаметре D_H ;

2) перепад давления в натуре p_H , если в модели он составил p_M .

8-35÷36. Определить скорость буксировки модели надводного судна, если модель выполнена в масштабе K_L . Длина натурального судна $L_H = 100\text{ м}$, а его скорость v_H . Модель испытывается в зоне турбулентной автомодельности – при температуре 15°C ($\nu_M = 0,0114\text{ Ст}$).

Вычислить также числа Фруда и Рейнольдса для натуре и модели.

8-37÷38. Скорость буксировки модели в бассейне ограничена величиной $v_M = 5,0\text{ м/с}$. Определить длину и массу модели надводного судна, имеющего длину $L_H = 100\text{ м}$, объемное водоизмещение $V_H = 3000\text{ м}^3$ и скорость хода v_H . Считать, что испытания проводятся в зоне турбулентной автомодельности ($Re \geq 2 \cdot 10^6$) при температуре воды 15°C ($\nu_M = 0,0114\text{ Ст}$).

8-39÷40. Модель надводного судна с работающими гребными винтами, выполненная в масштабе K_L , испытывается в бассейне. Предполагая, что при испытаниях обеспечено гидродинамическое подобие в зоне турбулентной автомодельности, определить: 1) скорость буксировки модели, если скорость движения натурального судна v_H ;

2) масштаб сил $F_H : F_M$, действующих на корпус судна, считая плотность воды в натуральных и модельных условиях одинаковой;

3) масштаб буксировочной мощности $N_H : N_M$.

8-41÷42. Для проведения буксировочных испытаний модели озерного теплохода длиной $L_H = 62\text{ м}$ и объемным водоизмещением $V_H = 635\text{ м}^3$ необходимо установить масштаб, массу и скорость буксировки модели при обеспечении гидродинамического подобия, если скорость движения натуре v_H , а начало зоны турбулентной автомодельности соответствует $Re = 2 \cdot 10^6$. Температура воды при модельных испытаниях 20°C ($\nu_M = 0,010\text{ Ст}$).

8-43÷44. Модель подводного судна, имеющего длину $L_H = 30\text{ м}$, изготовлена в масштабе K_L . Скорость натурального судна v_H . Определить скорость буксировки модели при испытаниях в бассейне и скорость продувки модели в аэродинамической трубе. Кинематический коэффициент вязкости воды при модельных испытаниях $\nu_M = 0,0114\text{ Ст}$, воздуха $\nu_{\text{воз}} = 0,146\text{ Ст}$.

8-45÷46. Модель надводного судна, выполненная в масштабе K_L с работающими гребными винтами, испытывается в бассейне. Предполагая, что при испытаниях обеспечено гидродинамическое подобие в зоне турбулентной автомодельности, определить: 1) скорость буксировки модели, если скорость движения натурального судна v_H ;

2) число оборотов n_M модели гребного винта, если $n_H = 10 \text{ об/с}$;

3) масштаб мощности на валу гребного винта $N_H : N_M$.

8-47÷48. Для проведения испытаний на качку необходимо определить массу, аппликату центра масс и момент инерции массы модели, если для натурной сходственные величины равны: $m_H = 12,0 \cdot 10^6 \text{ кг}$, $z_g = 11,8 \text{ м}$ и $I_H = 5,52 \cdot 10^9 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Масштаб модели K_L . Принять, что при качке главными силами являются массовые и инерционные, плотность воды в натуральных и модельных условиях одинакова. Каким будет отношение периодов собственной качки натурной и модели?

8-49÷50. Модель судового гребного винта изготовлена в масштабе K_L . Испытания в бассейне проводятся по условиям подобия сил тяжести при температуре воды 20°C ($\nu_M = 0,010 \text{ Ст}$). Определить число оборотов модели n_M , если для натурального гребного винта $n_H = 10 \text{ об/с}$, его диаметр D_H . Скорость натурального судна v_H . Вычислить значения Re_H и Re_M .

8-51÷52. Модель надводного судна, выполненная в масштабе K_L , испытывается с работающими гребными винтами в бассейне. Предполагая, что при испытаниях обеспечивается гидродинамическое подобие в зоне турбулентной автомодельности, определить: 1) скорость буксировки модели, если скорость движения натурального судна v_H ;

2) число оборотов модели гребного винта n_M , если $n_H = 6,25 \text{ об/с}$;

3) соотношение чисел кавитации для гребного винта натурной и модели $\chi_H : \chi_M$, если ось гребного винта в натуре находится на глубине $h = 5,0 \text{ м}$, давление насыщенных паров воды в натуральных условиях $(p_{H,п})_H = 1,0 \text{ кПа}$, а при модельных испытаниях $(p_{H,п})_M = 1,8 \text{ кПа}$. Давление на свободной поверхности воды в обоих случаях атмосферное, равное $98,1 \text{ кПа}$.

8-53÷54. Необходимо определить масштаб, длину и массу модели судна длиной $L_H = 140 \text{ м}$ и объемным водоизмещением $V_H = 4800 \text{ м}^3$ для испытаний в бассейне, где скорость буксировки ограничена $1,5 \text{ м/с}$. Скорость хода натурального судна v_H . Начало зоны турбулентной автомодельности соответствует $Re = 2 \cdot 10^6$. Предполагаемая температура воды при модельных испытаниях 20°C ($\nu_M = 0,010 \text{ Ст}$).

8-55÷56. Модель надводного судна, выполненная в масштабе K_L , испытывается с работающими гребными винтами в бассейне. Предполагая, что при испытаниях обеспечивается гидродинамическое подобие в зоне турбулентной автомодельности, определить: 1) скорость буксировки модели, если скорость движения натурального судна v_H ;

2) буксировочное сопротивление натуре, если оно для модели $F=4,45$ кН;

3) мощность на валу гребного винта модели, если мощность натурального судна составляет 736кВт.

Таблица 8.1

Исходные данные к задачам гл. 8

Номер задачи	K_L	D_H , м	Q_H , л/с	v_H , м/с	p_M , кПа	h_M , м	v_H , Ст
8-1	10	-	-	-	-	-	-
8-2	5	-	-	-	-	-	-
8-3	1	0,08	-	1,7	0,69	-	0,027
8-4	1	0,10	-	1,9	0,92	-	0,029
8-5	1	0,030	2,0	-	71	-	0,010
8-6	1	0,050	3,0	-	27	-	0,010
8-7	2	0,30	14	-	0,23	-	0,010
8-8	3	0,40	22	-	0,41	-	0,010
8-9	5	0,25	-	0,13	-	-	0,20
8-10	8	0,12	-	0,17	-	-	0,22
8-11	2	0,10	6,3	-	11,2	-	0,010
8-12	8	0,50	35	-	8,6	-	0,010
8-13	8	2,5	8000	-	-	-	0,013
8-14	6	2,0	5000	-	-	-	0,011
8-15	5	0,25	520	-	-	-	0,45
8-16	6	0,36	740	-	-	-	0,35
8-17	5	0,20	640	-	-	1,0	0,156
8-18	7	0,14	260	-	-	1,2	0,154
8-19	2,7	0,070	20	-	-	-	0,027
8-20	2	0,050	10	-	-	-	0,030
8-21	6	0,60	300	-	-	-	-

Окончание табл. 8.1

Номер задачи	K_L	$D_H, \text{ м}$	$Q_H, \text{ л/с}$	$v_H, \text{ м/с}$	$p_M, \text{ кПа}$	$h_M, \text{ м}$	$\gamma_H, \text{ Ст}$
8-22	4	0,40	200	-	-	-	-
8-23	-	-	-	32	-	-	-
8-24	-	-	-	38	-	-	-
8-25	1	0,08	-	-	-	0,167	0,154
8-26	1	0,12	-	-	-	0,073	0,146
8-27	3	0,27	55	-	-	0,635	0,027
8-28	4	0,32	70	-	-	0,930	0,030
8-29	4	0,12	100	-	0,717	-	0,25
8-30	3	0,08	60	-	0,728	-	0,30
8-31	-	0,10	0,056	-	-	-	0,25
8-32	-	0,12	-	-	-	-	0,28
8-33	3	0,35	-	-	0,576	-	-
8-34	4	0,35	-	-	1,86	-	-
8-35	16	-	-	10,5	-	-	0,0157
8-36	20	-	-	10,5	-	-	0,0157
8-37	-	-	-	20,0	-	-	-
8-38	-	-	-	16,0	-	-	-
8-39	16	-	-	20,0	-	-	-
8-40	20	-	-	16,0	-	-	-
8-41	-	-	-	6,0	-	-	-
8-42	-	-	-	6,4	-	-	-
8-43	10	-	-	5,0	-	-	0,0157
8-44	12	-	-	6,0	-	-	0,0157
8-45	20	-	-	16,0	-	-	-
8-46	22	-	-	18,0	-	-	-
8-47	80	-	-	-	-	-	-
8-48	100	-	-	-	-	-	-
8-49	4	1,6	-	10,0	-	-	0,0157
8-50	5	2,0	-	12,5	-	-	0,0157
8-51	20	-	-	15,0	-	-	-
8-52	24	-	-	16,0	-	-	-
8-53	-	-	-	10,0	-	-	-
8-54	-	-	-	9,2	-	-	-
8-55	30	-	-	6,0	-	-	-
8-56	36	-	-	6,8	-	-	-

9. РАБОТА НАСОСОВ НА СЕТЬ

9.1. Основные сведения из теории, расчетные формулы и методические указания

В данной главе насосы рассматриваются как элементы гидросистем, сообщающие жидкости энергию. Приведем определения основных технических показателей насосов, хотя сам рабочий процесс здесь не рассматривается.

Объемная подача насоса Q_H (м³/с) - расход жидкости через напорный (выходной) патрубок насоса.

Напор насоса H_H (м столба жидкости) – приращение удельной механической энергии H (энергии, отнесенной к единице веса) жидкости при прохождении ее через насос. Он равен разности удельных энергий жидкости при выходе из насоса $H_{\text{ВЫХ}}$ и на входе в него $H_{\text{ВХ}}$:

$$H_H = H_{\text{ВЫХ}} - H_{\text{ВХ}} = (z_{\text{ВЫХ}} - z_{\text{ВХ}}) + \frac{p_{\text{ВЫХ}} - p_{\text{ВХ}}}{\rho g} + \frac{v_{\text{ВЫХ}}^2 - v_{\text{ВХ}}^2}{2g}, \quad (9.1)$$

где $z_{\text{ВЫХ}}$ и $z_{\text{ВХ}}$ - высоты центров тяжести сечений на выходе и входе в насос; $p_{\text{ВЫХ}}$ и $p_{\text{ВХ}}$ - давления на выходе и входе; $v_{\text{ВЫХ}}$ и $v_{\text{ВХ}}$ - средние скорости жидкости в соответствующих сечениях; ρ - плотность жидкости.

Если разность уровней входного и выходного сечений патрубков насоса невелика ($z_{\text{ВХ}} \cong z_{\text{ВЫХ}}$), а диаметр всасывающего и напорного патрубков близки по величине $d_{\text{ВХ}} \cong d_{\text{ВЫХ}}$, и, следовательно, $v_{\text{ВХ}} \cong v_{\text{ВЫХ}}$, что обычно имеет место, то выражение для напора насоса упрощается $H_H \cong (p_{\text{ВЫХ}} - p_{\text{ВХ}}) / \rho g$.

Давление насоса p_H (Па) – величина, определяемая зависимостью

$$p_H = \rho g H_H.$$

Полезная мощность насоса $N_{\text{пол}}$ (Вт) – мощность, сообщаемая насосом подаваемой жидкости

$$N_{\text{пол}} = \rho g Q_H H_H = p_H Q_H.$$

Мощность насоса N_H (Вт) - мощность, потребляемая насосом. Она может быть определена по формуле

$$N_H = \frac{N_{\text{пол}}}{\eta_H} = \frac{\rho g Q_H H_H}{\eta_H}, \quad (9.2)$$

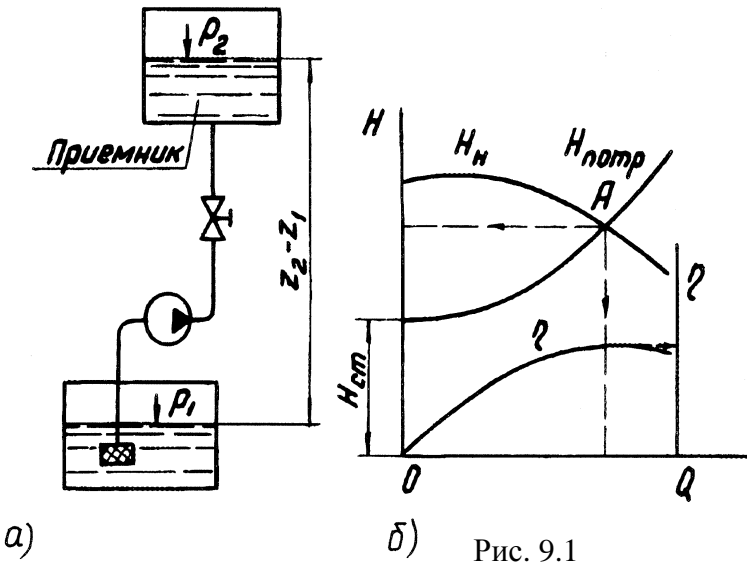
где η_H - коэффициент полезного действия (КПД) насоса.

При установившемся режиме работы насосной установки, когда расход в системе трубопроводов не изменяется со временем, развиваемый насосом напор равен потребному напору установки:

$$H_H = H_{\text{потр}}. \quad (9.3)$$

Потребным напором установки $H_{\text{потр}}$ называют энергию, которую необходимо сообщить единице веса жидкости для ее перемещения из расходного резервуара в приемник по трубопроводу установки при заданном расходе

(рис. 9.1 и рис. 9.2). Пренебрегая малыми скоростными напорами в расходном резервуаре и приемнике, имеем



б) Рис. 9.1

$$H_{\text{понтр}} = H_{\text{ст}} + \sum h \quad (9.4)$$

где $H_{\text{ст}}$ - статический напор установки, представляющий собой разность гидростатических напоров жидкости в приемнике и расходном резервуаре, т.е.

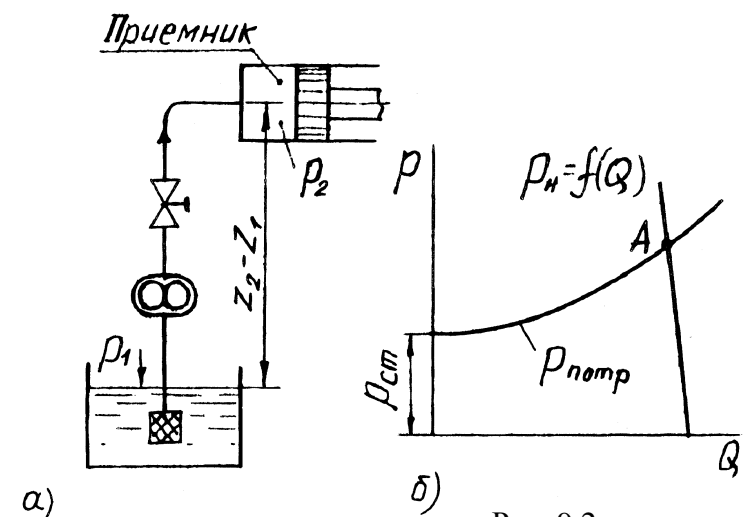
$$H_{\text{ст}} = (z_2 + p_2 / \rho g) - (z_1 + p_1 / \rho g);$$

$\sum h$ - сумма потерь напора во всасывающем и напорном трубопроводах.

При вытекании жидкости из напорной трубы в атмосферу в правой части выражения (9.4) прибавляется член $\alpha v^2 / 2g$ - скоростной напор на выходе из трубы.

Сумма потерь напора в (9.4) может быть выражена формулой

$$\sum h = kQ^2 = \left[\frac{1}{d_{\text{вс}}^4} \left(\lambda_{\text{вс}} \frac{l_{\text{вс}}}{d_{\text{вс}}} + \sum \zeta_{\text{вс}} \right) + \frac{1}{d_{\text{н}}^4} \left(\lambda_{\text{н}} \frac{l_{\text{н}}}{d_{\text{н}}} + \sum \zeta_{\text{н}} \right) \right] \frac{8}{g\pi^2} Q^2, \quad (9.5)$$



б) Рис. 9.2

где индексами «вс» и «н» обозначены соответствующие величины всасывающего и напорного трубопроводов насосной установки; d и l - диаметр и длина трубопровода; λ - коэффициент гидравлического трения, определяемый по соответствующей формуле в зависимости от числа Рейнольдса (Re) и относительной шероховатости Δ/d (см. п. 6.1) или по графику $\lambda_T = f(Re, \Delta/d)$, приведенному в прил. 5; ζ - коэффициент местного сопротивления. Значения эквивалентной шероховатости Δ стенок трубы для некоторых видов труб приведены в прил. 6. Если диаметры всасывающего и напорного трубопроводов равны, то формула (9.5) упрощается:

$$\sum h = kQ^2 = \frac{1}{d^4} \left[\lambda \frac{l_{\text{вс}} + l_{\text{н}}}{d} + \sum (\zeta_{\text{вс}} + \zeta_{\text{н}}) \right] \frac{8}{g\pi^2} Q^2.$$

При вычислении потерь напора может быть использована приведенная длина L трубопровода вместо фактической l , равная $L = l + l_{\text{эКВ}}$, где $l_{\text{эКВ}}$ -

длина, эквивалентная всем местным гидравлическим сопротивлениям в трубопроводе.

Если движение в трубопроводе является ламинарным, то потери напора

$$\text{удобнее выразить в виде } \sum h = \frac{128\nu L}{\pi g d^4} Q.$$

В задачах, связанных с подбором насоса для данной установки при заданной подаче Q_H , напор насоса определяют по (9.1) или (9.3). При решении задач о работе насоса на сложный трубопровод (с параллельными ветвями или разветвленный с концевой раздачей в тех случаях, когда перепады статических напоров $z + p/\rho g$ в ветвях, расходящихся из одного узла, равны) следует использовать соотношения:

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad \text{и} \quad \sum h_1 = \sum h_2,$$

где Q – расход в точке разветвления; $\sum h_1$ и $\sum h_2$ – потери напора на параллельных (разветвленных) ветвях трубопровода. О более сложных случаях изложено в гл. 11.

Определение режима работы насоса с заданной характеристикой основано на совместном построении в координатах $Q-H$ для центробежных насосов и в координатах $Q-p$ для объемных насосов характеристики насосной установки (кривой потребного напора $H_{\text{потр}}$ или давления $p_{\text{потр}}$) и характеристики насоса (см. рис. 9.1, б и рис. 9.2, б).

Для построения кривой потребного напора задаются рядом значений расхода Q . В общем случае для каждого значения Q вычисляют:

- 1) числа Рейнольдса $Re_{\text{вс}} = 4Q/\pi d_{\text{вс}} \nu$ и $Re_H = 4Q/\pi d_H \nu$;
- 2) $\lambda_{\text{вс}}$ и λ_H по соответствующей формуле в зависимости от режима течения, (см. формулы (6.6) ÷ (6.9));
- 3) сумму потерь $\sum h = kQ^2$ по (9.5);
- 4) величину потребного напора $H_{\text{потр}}$ по (9.4).

При использовании других выражений для $\sum h$ порядок расчета остается таким же.

Затем на одном и том же графике в одном и том же масштабе строят характеристики насоса $H_H = f(Q_H)$ и кривую потребного напора $H_{\text{потр}} = f(Q)$. Точка их пересечения A и определяет режим работы (рабочие параметры) насоса на заданный трубопровод (см. рис. 9.1, б).

Так как для объемных насосов их характеристику приводят в координатах $Q-p$, то при решении задач, в которых рассматриваются объемные гидромашины, следует пользоваться величиной

$$p_{\text{потр}} = \rho g (H_{\text{ст}} + \sum h) = p_{\text{ст}} + \sum \Delta p$$

и строить кривую потребного давления (см. рис. 9.2, б).

По рабочей точке A определяют подачу Q_H , напор H_H (давление p_H), КПД η_H , а затем вычисляют мощность N_H насоса.

Чтобы изменить режим работы центробежного насоса, необходимо изменить характеристику насосной установки (кривую $H_{\text{потр}} = f(Q)$) или характеристику насоса (кривую $H_{\text{н}} = f(Q_{\text{н}})$). Для объемного насоса соответственно кривые $p_{\text{потр}} = f(Q)$ и $p_{\text{н}} = f(Q)$. Первую характеристику можно изменять с помощью регулирующей задвижки: например, если задвижку прикрыть, то сопротивление увеличится, и рабочая точка сместится влево. Изменение характеристики насоса может быть достигнуто изменением частоты вращения или обточкой рабочего колеса центробежного насоса.

Пересчет рабочих характеристик центробежного насоса на другую частоту вращения можно производить по формулам закона подобия:

$$\frac{Q_{\text{н1}}}{Q_{\text{н2}}} = \frac{n_1}{n_2}; \quad \frac{H_{\text{н1}}}{H_{\text{н2}}} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2; \quad \frac{N_{\text{н1}}}{N_{\text{н2}}} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3. \quad (9.6)$$

При этом предполагается: подобные режимы находятся в зоне турбулентной автомодельности; значения КПД насоса можно приближенно принимать одинаковыми ($\eta_{\text{н1}} \cong \eta_{\text{н2}}$); насос работает на одной и той же жидкости ($\rho_1 \cong \rho_2$). В этом случае точки $(H_{\text{н1}}, Q_{\text{н1}})$ и $(H_{\text{н2}}, Q_{\text{н2}})$ лежат на одной линии – параболе подобных режимов $H = sQ^2$ (рис. 9.3).

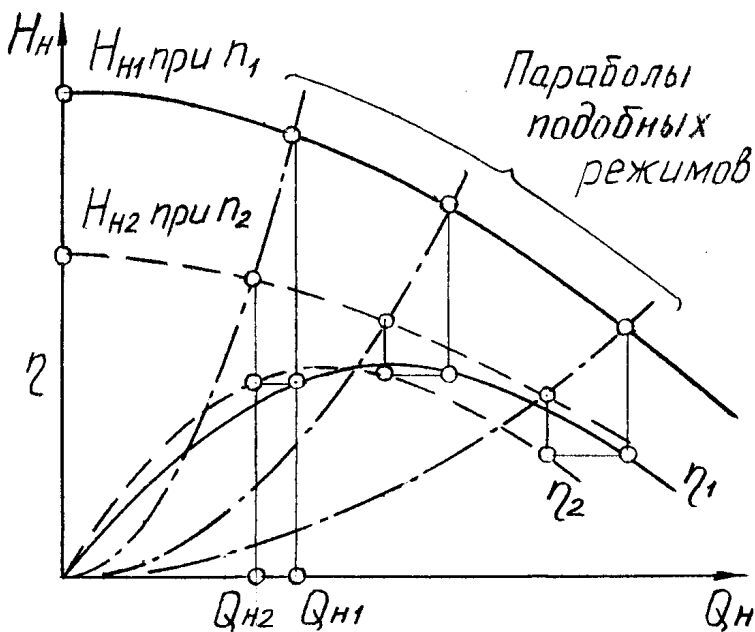


Рис. 9.3

Для увеличения напора применяют последовательное соединение насосов. Суммарная характеристика двух насосов в этом случае строится путем сложения ординат кривых $H_{\text{н1}} = f(Q_{\text{н}})$ и $H_{\text{н2}} = f(Q_{\text{н}})$ при одинаковых значениях подачи $Q_{\text{н}}$ насосов, т. е. $H_{\text{н}} = H_{\text{н1}} + H_{\text{н2}}$. Для увеличения расхода в сети применяют параллельное соединение насосов. Если длинами ветвей трубопровода от насосов до узла соединения этих ветвей можно пренебречь, то суммарная характеристика двух насосов строится сложением абсцисс кривых $H_{\text{н1}} = f(Q_{\text{н}})$ и $H_{\text{н2}} = f(Q_{\text{н}})$ при одинаковых значениях напора насосов, т. е. $Q_{\text{н}} = Q_{\text{н1}} + Q_{\text{н2}}$ (в узле соединения и далее в сеть).

Для увеличения напора применяют последовательное соединение насосов. Суммарная характеристика двух насосов в этом случае строится путем сложения ординат кривых $H_{\text{н1}} = f(Q_{\text{н}})$ и $H_{\text{н2}} = f(Q_{\text{н}})$ при одинаковых значениях подачи $Q_{\text{н}}$ насосов, т. е. $H_{\text{н}} = H_{\text{н1}} + H_{\text{н2}}$.

Для увеличения расхода в сети применяют параллельное соединение насосов. Если длинами ветвей трубопровода от насосов до узла соединения этих ветвей можно пренебречь, то суммарная характеристика двух насосов строится сложением абсцисс кривых $H_{\text{н1}} = f(Q_{\text{н}})$ и $H_{\text{н2}} = f(Q_{\text{н}})$ при одинаковых значениях напора насосов, т. е. $Q_{\text{н}} = Q_{\text{н1}} + Q_{\text{н2}}$ (в узле соединения и далее в сеть).

9.2. Примеры решения задач

Задача 9.2.1. Центробежный насос, расположенный на уровне с отметкой $\nabla B=4,0$ м, перекачивает воду из открытого резервуара с уровнем $\nabla A=2,0$ м в резервуар с уровнем $\nabla C=14,0$ м и избыточным давлением на поверхности $p_{изб}=120$ кПа (рис.9.4). Всасывающий и напорный трубопроводы имеют длины $l_1=6,0$ м и $l_2=60,0$ м и диаметры $d_1=100$ мм и $d_2=80$ мм.

Определить подачу, напор и мощность насоса, если манометр, установленный на выходе из него, показывает 250 кПа. При расчетах принять коэффициенты сопротивления трения трубопроводов $\lambda_1=0,025$ и $\lambda_2=0,028$. Коэффициент сопротивления всасывающей коробки с обратным клапаном $\zeta_k=7,0$ и частично закрытой задвижки $\zeta_3=8,0$. Сопротивление отводов не учитывать, КПД насоса $\eta=0,78$.

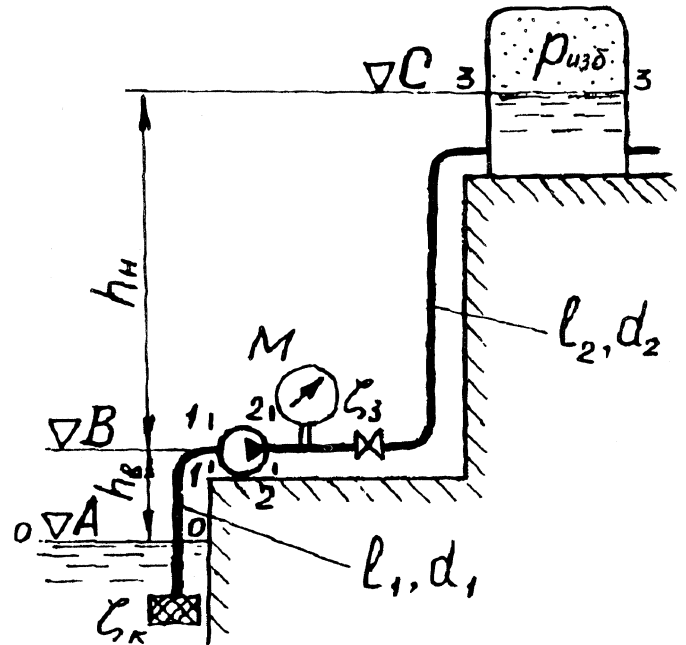


Рис. 9.4

Дано: $h_B=4,0-2,0=2,0$ м; $p_{изб}=120$ кПа $=120 \cdot 10^3$ Па;
 $h_H=14,0-2,0=12,0$ м; $p_M=250$ кПа $=250 \cdot 10^3$ Па;
 $l_1=6,0$ м; $d_1=100$ мм $=0,100$ м;
 $l_2=60,0$ м; $d_2=80$ мм $=0,080$ м;
 $\lambda_1=0,025$; $\zeta_k=7,0$; $\eta=0,78$.
 $\lambda_2=0,028$; $\zeta_3=8,0$;

Определить: Q_H ; H_H ; N_H .

Решение. В основе решения задачи лежит использование уравнения Бернулли отдельно для всасывающего и напорного трубопроводов.

1. Уравнение Бернулли для всасывающего трубопровода применительно к свободной поверхности 0-0 в открытом резервуаре и к сечению 1-1 трубопровода перед насосом относительно плоскости сравнения, лежащей на свободной поверхности 0-0, запишется в виде

$$\frac{p_{атм}}{\rho g} = \frac{p_1}{\rho g} + h_B + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + \sum h_{0-1}, \quad (9.7)$$

где h_B - высота всасывания; $\sum h_{0-1}$ - сумма потерь напора в трубопроводе между сечениями 0 и 1.

Уравнение Бернулли для напорного трубопровода применительно к сечению 2-2 трубопровода после насоса и к свободной поверхности 3-3 в резервуаре

$$\frac{p_2}{\rho g} + h_{\text{в}} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} = \frac{p_3}{\rho g} + (h_{\text{в}} + h_{\text{н}}) + \sum h_{2-3}, \quad (9.8)$$

где $h_{\text{н}}$ - геометрическая высота нагнетания; $\sum h_{2-3}$ - сумма потерь напора в трубопроводе между сечениями 2-3.

2. Подача насоса или расход жидкости по трубопроводу равна $Q = v_2 S_2 = v_2 \pi d_2^2 / 4$. Потери в трубопроводе выразим в виде суммы потерь на трение и потерь на местные сопротивления

$$\sum h_{2-3} = h_{\text{дл}} + h_{\text{м}} = \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} + \sum \zeta_{23} \frac{v_2^2}{2g}.$$

Подставив выражение $\sum h_{2-3}$ в (9.8), будем иметь

$$\frac{v_2^2}{2g} \left(\alpha_2 - \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} - \sum \zeta_{2-3} \right) = \frac{p_3}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} + h_{\text{н}},$$

откуда находим

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_3 - p_2)/\rho + 2gh_{\text{н}}}{\alpha_2 - \lambda_2 l_2 / d_2 - \sum \zeta_{2-3}}}.$$

Местные потери в напорном трубопроводе состоят из потерь в частично открытой задвижке ($\zeta_3=0,8$) и потерь при выходе жидкости из трубопровода в резервуар. Предполагая режим движения турбулентным, будем иметь $\alpha_2 = \zeta_{\text{вых}}=1,0$.

Таким образом, подача насоса равна

$$Q = \frac{\pi d_2^2}{4} \sqrt{\frac{2(p_3 - p_2)/\rho + 2gh_{\text{н}}}{1 - \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} - \zeta_3 - \zeta_{\text{вых}}}} = \frac{3,14 \cdot 0,080^2}{4} \sqrt{\frac{2(120 \cdot 10^3 - 250 \cdot 10^3)/10^3 + 2 \cdot 9,81 \cdot (14,0 - 4,0)}{1 - 0,028 \frac{60,0}{0,080} - 8,0 - 1,0}} = 7,45 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Проверим предположение о режиме движения

$$\text{Re} = \frac{4Q}{\pi d v} = \frac{4 \cdot 7,45 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,080 \cdot 0,010 \cdot 10^{-4}} = 11,9 \cdot 10^7,$$

где $v = 0,010 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ - кинематический коэффициент вязкости воды при $T = 20^\circ \text{С}$. Так как $\text{Re} > \text{Re}_{\text{кр}} = 2300$, то режим турбулентный.

3. Напор насоса, т.е. энергия, сообщаемая насосом единице веса перекачиваемой им жидкости, может быть определена как разность энергий жидкости в трубопроводе после насоса и перед ним:

$$H = \left(\frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \right) - \left(\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} \right).$$

Используя соотношение (9.7), имеем

$$H = \left(\frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \right) - \left(\frac{p_{\text{атм}}}{\rho g} - h_{\text{в}} - \sum h_{0-1} \right)$$

или
$$H = \frac{p_2 - p_{\text{атм}}}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{\text{в}} + \sum h_{0-1},$$

где $p_2 - p_{\text{атм}} = p_{2\text{изб}}$ - избыточное давление на выходе из насоса ($p_{\text{м}}$ манометра). Потери во всасывающем трубопроводе также представим в виде потерь на трение и потерь во всасывающей коробке с клапаном ($\zeta_{\text{к}} = 7,0$). Принимая во внимание уравнение расходов $Q = v_1 \pi d_1^2 / 4 = v_2 \pi d_2^2 / 4$, получим

$$\begin{aligned} H &= \frac{p_{\text{м}}}{\rho g} + \frac{16Q^2}{2g\pi^2 d_2^4} + h_{\text{в}} + \frac{16Q^2}{2g\pi^2 d_1^4} \left(\lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + \zeta_{\text{к}} \right) = \\ &= \frac{250 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 9,81} + 0,0827 \frac{(7,45 \cdot 10^{-3})^2}{0,080^4} + 2,0 + 0,0827 \frac{(7,45 \cdot 10^{-3})^2}{0,100^4} (0,025 \frac{6,0}{0,100} + 7,0) = \\ &= 28,0 \text{ м.} \end{aligned}$$

4. Мощность насоса определяется по формуле

$$N = \rho g H Q / \eta = 10^3 \cdot 9,81 \cdot 28,0 \cdot 7,45 \cdot 10^{-3} / 0,78 = 2,62 \cdot 10^3 \text{ Вт.}$$

Задача 9.2.2. Центробежный насос подает воду из колодца в емкость с избыточным давлением $p_0 = 450 \text{ кПа}$ (рис.9.5). Уровни воды в колодце и емкости постоянны и относительно оси насоса составляют соответственно $-2,0$ и $6,0$ м. Определить подачу, напор и мощность насоса, если всасывающий трубопровод имеет диаметр $d_{\text{вс}} = 100$ мм, длину $l_{\text{вс}} = 6,0$ м и приемную сетку с коэффициентом сопротивления $\zeta_{\text{с}} = 4,0$, а напорный трубопровод - $d_{\text{н}} = 75$ мм, $l_{\text{н}} = 25,0$ м и вентиль с коэффициентом сопротивления $\zeta_{\text{в}} = 4,7$. Трубы стальные бесшовные новые. Коэффициент сопротивления поворота $\zeta_{\text{пов}} = 0,3$. Температура воды $T = 15^{\circ} \text{ C}$.

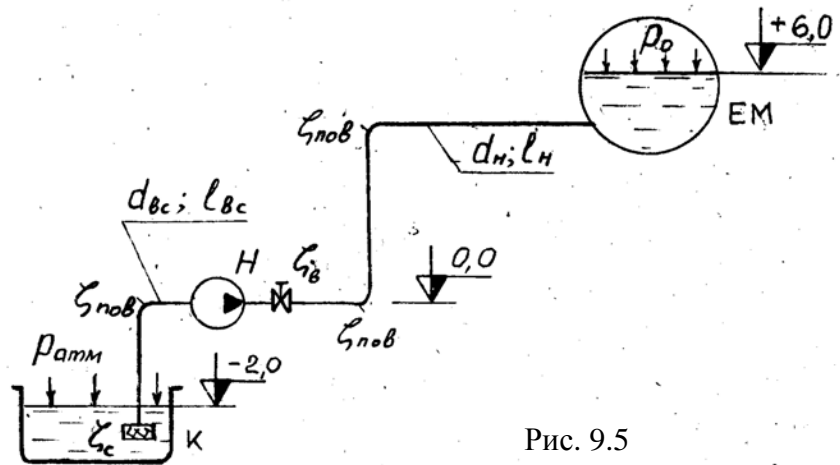


Рис. 9.5

Определить подачу, напор и мощность насоса, если всасывающий трубопровод имеет диаметр $d_{\text{вс}} = 100$ мм, длину $l_{\text{вс}} = 6,0$ м и приемную сетку с коэффициентом сопротивления $\zeta_{\text{с}} = 4,0$, а напорный трубопровод - $d_{\text{н}} = 75$ мм, $l_{\text{н}} = 25,0$ м и вентиль с коэффициентом сопротивления $\zeta_{\text{в}} = 4,7$. Трубы стальные бесшовные новые. Коэффициент сопротивления поворота $\zeta_{\text{пов}} = 0,3$. Температура воды $T = 15^{\circ} \text{ C}$.

Как изменяется напор и подача насоса, если частота вращения рабочего колеса увеличится на 5%?

При какой частоте вращения рабочего колеса насос не обеспечит подачу воды в емкость?

Характеристика насоса при частоте вращения $n=2900$ об/мин:

Q_H , л/с	0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0
H_H , м	60,0	61,0	61,5	61,0	59,7	57,5	54,5	51,0
η	0	0,24	0,43	0,58	0,68	0,72	0,71	0,66

Дано: $h_{вс} = 0 - (-2,0) = 2,0$ м; $h_H = 6,0$ м;
 $d_{вс} = 100$ мм = 0,100 м; $l_{вс} = 6,0$ м;
 $d_H = 75$ мм = 0,075 м; $l_H = 25,0$ м;
 $\zeta_c = 4,0$; $\zeta_B = 5,0$; $\zeta_{пов} = 0,3$; $T = 15^0$ С.

Определить: Q_H , H_H ; N_H ; Q_H' , H_H' ; N_H' при $n' = 1,05n$; n_2 при $Q_H = 0$.

Решение. 1. Для определения рабочих параметров насоса необходимо совместно (на одном графике и в одинаковых масштабах) построить характеристику насоса $H_H = f(Q_H)$ и характеристику насосной установки (кривую потребного напора) $H_{потр} = f(Q)$. Характеристика насоса задана в виде таблицы по условиям задачи. Потребный напор представим в виде

$$H_{потр} = H_{ст} + \sum h.$$

Здесь $H_{ст}$ - статический напор, равный разности гидростатических напоров в емкости и колодце,

$$H_{ст} = z_{ем} - z_{к} + \frac{P_{ем} - P_{к}}{\rho g} = 6,0 - (-2,0) + \frac{450 \cdot 10^3 - 0}{10^3 \cdot 9,81} = 53,9 \text{ м.}$$

Сумму потерь напора определяем по формуле

$$\sum h = \frac{8Q^2}{g\pi^2} \left[\frac{1}{d_{вс}^4} \left(\lambda_{вс} \frac{l_{вс}}{d_{вс}} + \sum \zeta_{вс} \right) + \frac{1}{d_H^4} \left(\lambda_H \frac{l_H}{d_H} + \sum \zeta_H \right) \right],$$

где $\sum \zeta_{вс} = \zeta_c + \zeta_{пов} = 4,0 + 0,3 = 4,3$ - сумма коэффициентов местных потерь на линии всасывания; $\sum \zeta_H = \zeta_B + 2\zeta_{пов} + \zeta_{вых} = 4,7 + 2 \cdot 0,3 + 1,0 = 6,3$ - сумма коэффициентов местных потерь на линии нагнетания.

Подставим в выражение для $\sum h$ имеющиеся данные:

$$\sum h = \frac{8}{9,81 \cdot 3,14^2} \left[\frac{1}{0,100^4} \left(\lambda_{вс} \frac{6,0}{0,100} + 4,3 \right) + \frac{1}{0,075^4} \left(\lambda_H \frac{25,0}{0,075} + 6,3 \right) \right] \cdot Q^2 =$$

$$= 0,0827 \left[10^4 (60\lambda_{вс} + 4,3) + 3,16 \cdot 10^4 (333\lambda_H + 6,3) \right] \cdot Q^2. \quad (9.9)$$

2. Для построения кривой $H_{потр} = f(Q)$ зададимся рядом значений Q .

Пусть $Q = 4,0$ л/с = $4,0 \cdot 10^{-3}$ м³ / с. Вычисляем числа Рейнольдса:

$$Re_{вс} = \frac{4Q}{\pi d_{вс} \nu} = \frac{4 \cdot 4,0 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,100 \cdot 0,0114 \cdot 10^{-4}} = 4,47 \cdot 10^4;$$

$$Re_H = \frac{4Q}{\pi d_H v} = \frac{4 \cdot 4,0 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,075 \cdot 0,0114 \cdot 10^{-4}} = 5,96 \cdot 10^4.$$

Здесь $v = 0,0114 \text{ Ст} = 0,0114 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ - кинематический коэффициент вязкости воды при $T = 15^\circ \text{С}$ (прил. 2).

Так как $Re_{\text{вс}} > Re_{\text{кр}}$ и $Re_H > Re_{\text{кр}}$, то в трубах режим движения жидкости турбулентный. Для определения коэффициента гидравлического трения используем формулу $\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}$.

Значение эквивалентной шероховатости в прил. 6 для новых бесшовных стальных труб составляет $\Delta = 0,03 \text{ мм}$. Будем иметь

$$\lambda_{\text{вс}} = 0,11 \left(\frac{68}{Re_{\text{вс}}} + \frac{\Delta}{d_{\text{вс}}} \right) = 0,11 \left(\frac{68}{4,47 \cdot 10^4} + \frac{0,03}{100} \right)^{0,25} = 0,0227;$$

$$\lambda_H = 0,11 \left(\frac{68}{Re_H} + \frac{\Delta}{d_H} \right) = 0,11 \left(\frac{68}{5,96 \cdot 10^4} + \frac{0,03}{75} \right)^{0,25} = 0,0218.$$

Находим сумму потерь по (9.9)

$$\sum h = 0,0827 \left[10^4 (60 \cdot 0,0227 + 4,3) + 3,16 \cdot 10^4 (333 \cdot 0,0218 + 6,3) \right] \cdot (4,0 \cdot 10^{-3})^2 = 0,64 \text{ м}.$$

Таким образом, получим

$$H_{\text{потр}} = 53,9 + 0,64 = 54,5 \text{ м}.$$

Результаты расчета для других значений Q приведены в табл. 9.1.

Таблица 9.1

Значения потребного напора

Q , л/с	4,0	8,0	10,0	12,0	14,0
$Re_{\text{вс}}$	$4,47 \cdot 10^4$	$8,94 \cdot 10^4$	$11,2 \cdot 10^4$	$13,4 \cdot 10^4$	$15,6 \cdot 10^4$
Re_H	$5,96 \cdot 10^4$	$11,9 \cdot 10^4$	$14,9 \cdot 10^4$	$17,9 \cdot 10^4$	$20,9 \cdot 10^4$
$\lambda_{\text{вс}}$	0,0227	0,0199	0,0191	0,0185	0,0180
λ_H	0,0218	0,0194	0,0188	0,0184	0,0180
$\sum h$, м	0,64	2,42	3,73	5,34	7,16
$H_{\text{потр}}$, м	54,5	56,3	57,6	59,2	61,1

На рис. 9.6 построены графики $H_H = f(Q_H)$ и $H_{\text{потр}} = f(Q)$. Там же приведена кривая КПД $\eta = f(Q_H)$. Пересечение кривых H_H и $H_{\text{потр}}$ определяет рабочую точку насоса А, для которой соответствуют $H_H = 57,5 \text{ м}$, $Q_H = 9,9 \text{ л/с}$, $\eta_H = 0,72$. Мощность насоса будет равна

$$N_H = \frac{\rho g Q_H H_H}{\eta_H} = \frac{10^3 \cdot 9,81 \cdot 9,9 \cdot 10^{-3} \cdot 57,5}{0,72} = 783 \text{ Вт}.$$

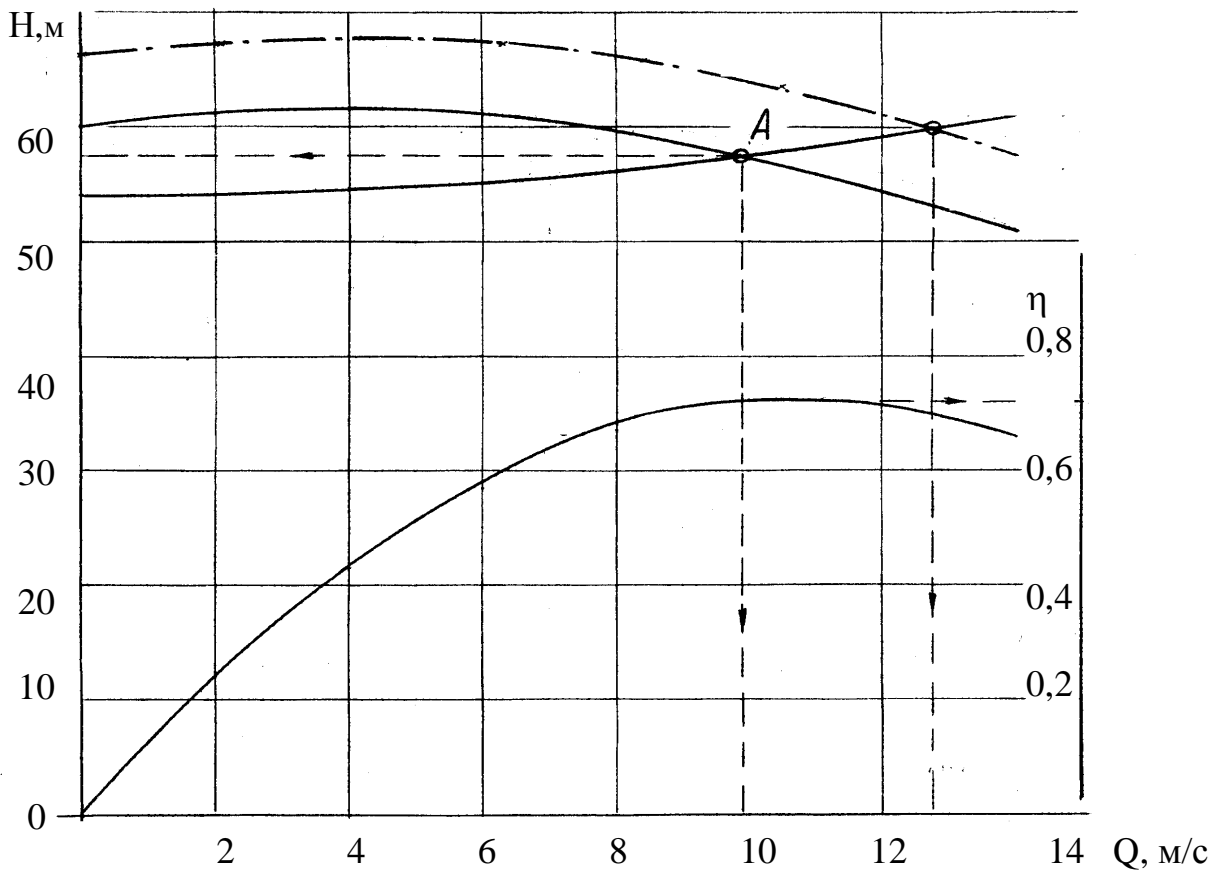


Рис. 9.6

3. При увеличении частоты вращения рабочего колеса изменятся все характеристики насоса. Используя формулы пересчета $\frac{Q_1}{Q} = \frac{n_1}{n}$ и $\frac{H_1}{H} = \left(\frac{n_1}{n}\right)^2$,

где $n_1 = 1,05n$, вместо характеристики для $n = 2900$ об/мин получим

$Q_{н1}$, л/с	0	2,1	4,2	6,3	8,4	10,5	12,6	14,7
$H_{н1}$, м	66,2	67,3	67,8	67,3	65,8	63,4	60,1	56,2

Приведем эту характеристику на том же рис. 9.6. Пересечение кривой $H_{потр} = f(Q)$ с характеристикой насоса при новом числе оборотов $H_{н1} = f(Q_{н1})$ дает новую рабочую точку A_1 , соответствующую подаче насоса $Q_{н1} = 12,8$ л/с и его напору $H_{н1} = 60,0$ м.

4. Насос не обеспечит подачу воды в расположенную на высоте $\nabla 6$ м емкость с избыточным давлением 450 кПа, если напор при $Q=0$ будет меньше $H_{ст} = 53,9$ м.

Из формулы пересчета $H / H_2 = (n / n_2)^2$ находим

$$n_2 \leq n / \sqrt{H / H_2} = 2900 / \sqrt{60 / 53,9} = 2748 \text{ об/мин.}$$

9.3. Задачи

9-1÷2. Определить подачу и напор центробежного насоса (рабочую точку) при перекачивании воды в открытый резервуар из колодца на высоту H_2 по чугунному трубопроводу диаметром d_1 , длиной l_1 . Температура воды T . Местные сопротивления соответствуют эквивалентной длине $l_{\text{эКВ}}=8$ м. Как изменятся подача и напор насоса, если частота вращения рабочего колеса уменьшится на 10%?

Данные, необходимые для построения характеристики $Q-H$ центробежного насоса:

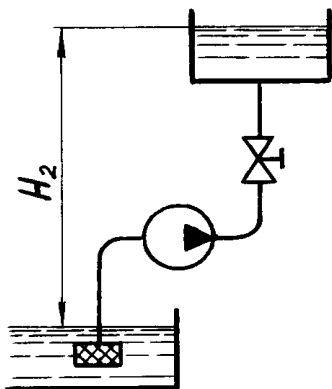
Q/Q_0	1,00	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
H/H_0	1,0	1,05	1,00	0,88	0,65	0,35

Здесь Q_0 - подача насоса при $H=0$; H_0 - напор, развиваемый при $Q=0$.

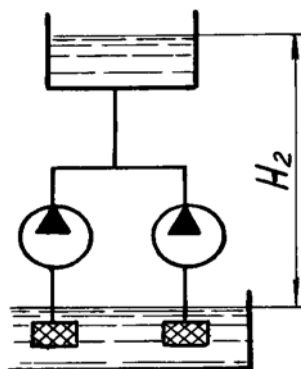
9-3÷4. Два одинаковых центробежных насоса работают параллельно и подают воду в открытый резервуар из колодца на высоту H_2 по чугунному трубопроводу диаметром d_1 , длиной l_1 . Температура воды T . Суммарный коэффициент местных сопротивлений $\sum \zeta=30$. Определить рабочую точку (подачу и напор) при совместной работе насосов на сеть. Как изменятся суммарная подача и напор, если частота вращения рабочего колеса одного из насосов увеличится на 10%? Данные, необходимые для построения характеристик $Q-H$, те же, что и в задачах 9-1-2.

9-5÷6. Два одинаковых центробежных насоса работают последовательно и подают воду в открытый резервуар из колодца на высоту H_2 . Определить рабочую точку (подачу и напор) при совместной работе насосов на сеть, если коэффициент потерь напора сети $\lambda l/d_1 + \sum \zeta=1200$, а диаметр трубопровода d_1 . Как изменятся суммарный напор и подача, если частота вращения рабочего колеса одного из насосов увеличится на 12%? Данные, необходимые для построения характеристики $Q-H$, те же, что и в задачах 9-1÷2.

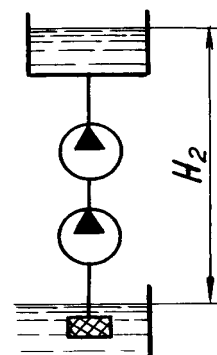
К задачам 9-1÷2



К задачам 9-3÷4



К задачам 9-5÷6



9-7÷8. Центробежный насос подает воду на высоту H_2 . Стальные трубы всасывания и нагнетания соответственно имеют диаметр d_1 и d_2 , а длину l_1 и l_2 . Температура подаваемой воды T . Найти рабочую точку при работе насоса на сеть. Определить, как изменятся напор и мощность насоса при уменьшении задвижкой подачи воды на 25%. Местные сопротивления учтены эквивалентными длинами, включенными в заданные длины труб.

Характеристика насоса:

Q , л/с	0	10	20	30	40	50	60	70
H , м	12,5	13,2	13,5	13,2	12,7	11,5	9,5	7,5
η , %	0	48	68	78	82	80	74	60

9-9÷10. Центробежный насос перекачивает легкую нефть из открытого резервуара A в закрытый бак B цилиндрической формы, высота бака H_2 . Температура перекачиваемой жидкости T . Стальные трубы всасывания и нагнетания соответственно имеют диаметр d_1 и d_2 , длину l_1 и l_2 . В каких пределах изменяются напор и подача насоса в начале и в конце наполнения бака жидкостью от $h_n = 0,1H_2$ до $h_k = 0,7H_2$, полагая, что в начале наполнения давление воздуха в баке равнялось атмосферному, а сжатие воздуха происходит по изотермическому закону.

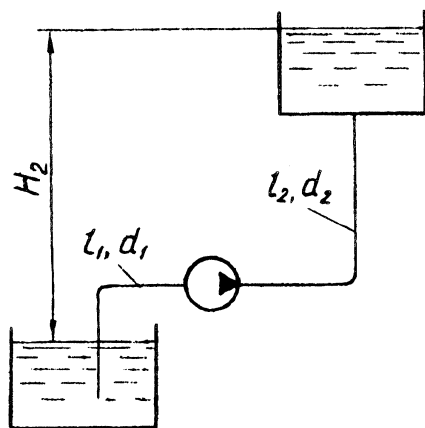
Считать, что высота всасывания $h_b = 1,6$ м в процессе работы насоса остается постоянной. Принять, что движение жидкости в начальный и конечный моменты наполнения бака является установившимся. Местными гидравлическими сопротивлениями можно пренебречь.

Данные, необходимые для построения характеристики насоса:

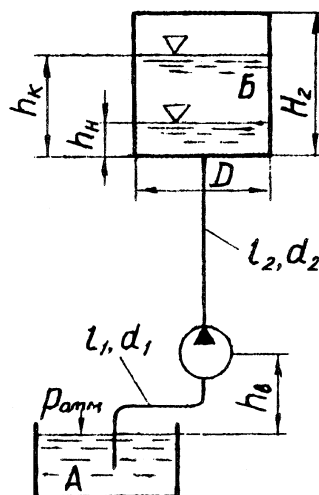
Q/Q_0	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
H/H_0	1,0	1,06	1,00	0,88	0,66	0,00.

Здесь Q_0 - подача насоса при $H=0$; H_0 - напор, развиваемый при $Q=0$.

К задачам 9-7÷8



К задачам 9-9÷10



9-11÷12. Шестеренный насос подает масло (турбинное 30) из открытого гидробака в полость гидроцилиндра, где избыточное давление $p_{ц} = 2,40$ МПа. Температура перекачиваемого масла T . Линии всасывания и нагнетания, выполненные из алюминиевых труб, соответственно имеют диаметр d_1 и d_2 , длину l_1 и l_2 . На линии всасывания имеется фильтр с коэффициентом сопротивления $\zeta_{\phi} = 5$.

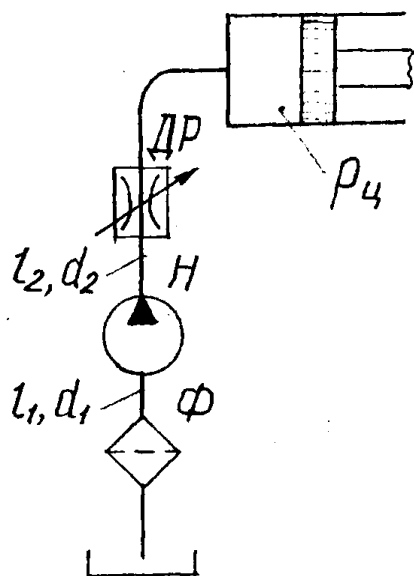
Определить давление и подачу насоса для двух случаев перекрытия дросселя, установленного на линии нагнетания: коэффициент его сопротивления $\zeta_{др} = 9$ и $\zeta_{др} = 200$. Местными сопротивлениями, кроме фильтра и дросселя, пренебречь. Характеристика насоса с клапаном $Q_H = f(p_H)$ задана:

Q_H , л/с	0,00	0,52	0,60
p_H , МПа	3,5	3,2	0,00

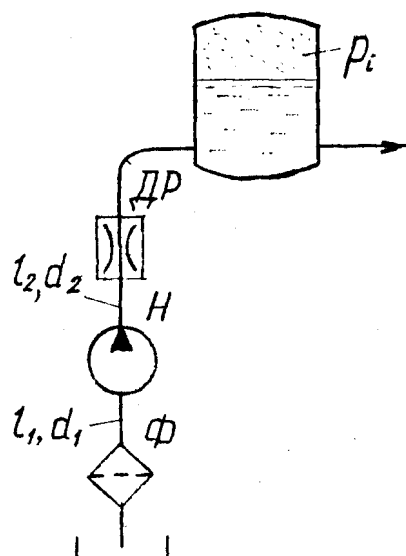
9-13÷14. Как изменятся рабочие параметры (давление и подача) шестеренного насоса при зарядке пневмогидроаккумулятора маслом АМГ-10, если давление воздуха в начале зарядки в аккумуляторе $p_H = 0,3$ МПа, а в конце зарядки - $p_K = 2,0$ МПа, температура масла T . Длина трубопровода, изготовленного из латуни, от гидробака до насоса l_1 , а диаметр d_1 , соответственно размеры трубопровода от насоса до аккумулятора l_2 и d_2 . Коэффициент сопротивления фильтра $\zeta_{\phi} = 6$, дросселя $\zeta_{др} = 40$. Остальными местными сопротивлениями пренебречь.

Характеристика насоса такая же, что и в задачах 9-11÷12.

К задачам 9-11÷12



К задачам 9-13÷14



9-15÷16. На рисунке показана упрощенная схема системы охлаждения автомобильного двигателя, состоящая из центробежного насоса H , охлаждающей рубашки блока цилиндров B , термостата T , радиатора P и трубопроводов. Черными стрелками показано движение охлаждающей жидкости при прогревом двигателя, а светлыми стрелками - при холодном двигателе, когда радиатор посредством термостата отключен.

Определить расход охлаждающей жидкости в системе в двух случаях: двигатель прогрет и двигатель холодный. Известны следующие величины: длина трубы от радиатора до насоса l_1 ; от блока до радиатора l_2 ; от блока до насоса $l_3=0,2$ м; диаметр всех труб d_1 ; коэффициенты сопротивлений охлаждающей рубашки $\zeta_1=2,2$, радиатора $\zeta_2=1,4$, термостата при отключенном радиаторе $\zeta_3=1,2$ и при включенном радиаторе $\zeta'_3=0,3$; плотность охлаждающей жидкости можно принять постоянной $\rho=1010$ кг/м³, а ее кинематический коэффициент вязкости на прогревом двигателе $\nu=0,26$ Ст и на холодном двигателе $\nu'=0,55$ Ст. Трубы можно считать гидравлически гладкими. Частоту вращения вала насоса для обоих случаев принять одинаковой, при которой характеристика насоса имеет параметры:

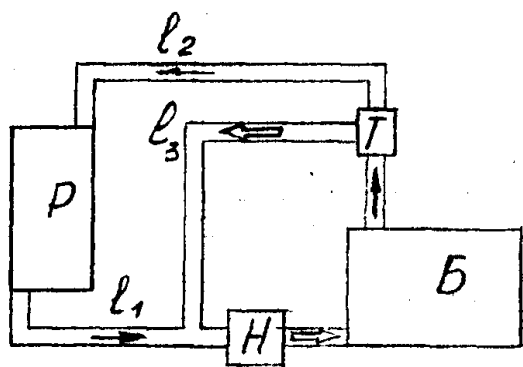
Q , л/мин	0,00	100	200	300	400	500	600
H , м	14,0	13,7	13,3	13,0	12,2	10,8	9,5

9-17÷18. Центробежный насос перекачивает керосин T_1 при температуре T из резервуара в бак на высоту H_2 по трубопроводам размерами l_1, d_1 и l_2, d_2 . Трубы стальные сварные новые. Суммарные коэффициенты местных сопротивлений - $\sum \zeta_1=3$ и $\sum \zeta_2=8$. Определить подачу, напор и мощность насоса при $n=1600$ об/мин. Найти также частоту вращения насоса, необходимую для увеличения его подачи на 50%.

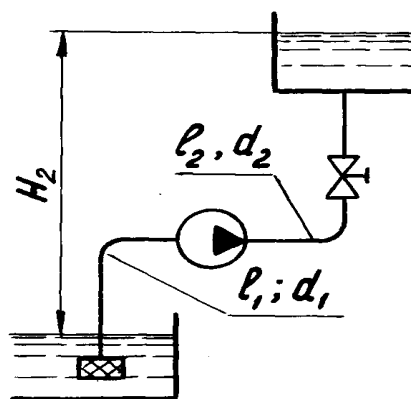
Характеристика насоса при частоте вращения $n=1600$ об/мин задана:

Q , л/с	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0	16,0
H , м	15,0	15,5	15,4	15,0	14,0	12,5	10,4	7,8	4,6
η , %	0,0	40,0	64,0	74,0	75,0	70,0	58,0	40,0	16,0

К задачам 9-15÷16



К задачам 9-17÷18



9-19÷20. Из резервуара с постоянным уровнем бензин авиационный при температуре T подается центробежным насосом в бак. Определить подачу насоса для случая, когда уровень жидкости в баке располагается на высоте H_2 . Диаметр трубопровода d_1 . Суммарный коэффициент сопротивления трубопровода $(\lambda l / d_1 + \sum \zeta) = 16$.

До какого уровня может подняться жидкость в баке, если из него она отбирается в количестве $q = 3,0$ л/с? Какими будут в этот момент подача и напор насоса?

Данные, необходимые для построения характеристики $Q-H$:

Q / Q_0	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
H / H_0	1,0	1,10	1,09	1,00	0,83	0,58

Здесь Q_0 - подача насоса при $H=0$; H_0 - напор, развиваемый при $Q=0$.

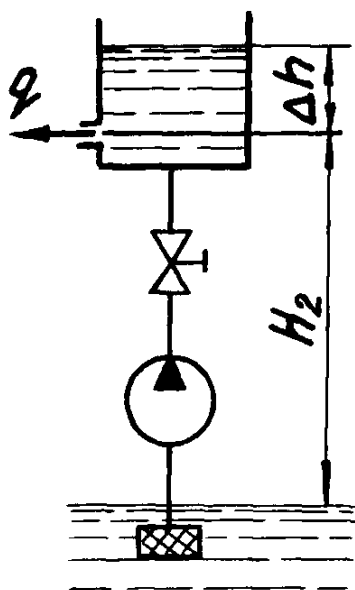
9-21÷22. Центробежный насос откачивает воду из колодца в резервуар с постоянным уровнем H_2 по трубопроводам размерами l_1, d_1 и l_2, d_2 . Трубы стальные оцинкованные. На какой глубине h установится уровень воды в колодце, если приток в него Q_0 , а частота вращения насоса $n = 1450$ об/мин? Найти также наименьшую частоту вращения насоса, которая обеспечит отсутствие переполнения колодца при том же притоке.

При расчетах принять суммарные коэффициенты местных сопротивлений в трубопроводах $\zeta_1 = 6,0$ и $\zeta_2 = 10,0$. Температура перекачиваемой воды T .

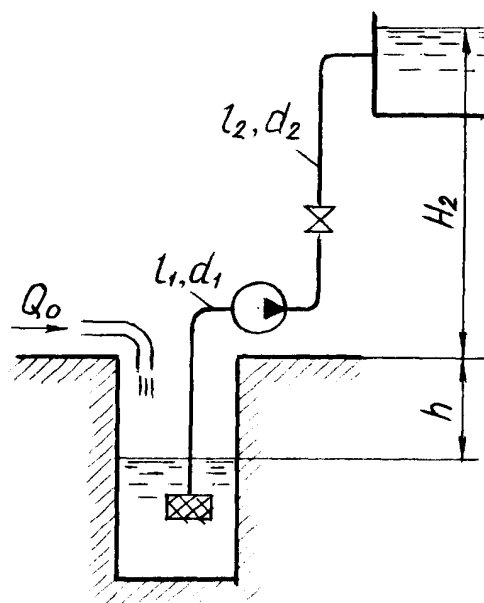
Характеристика насоса при $n = 1450$ об/мин:

$Q_H, \text{ л/с}$	0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0
$H_H, \text{ м}$	22,0	22,4	22,6	22,4	21,5	20,0	18,0	15,0

К задачам 9-19÷20



К задачам 9-21÷22



9-23÷24. Центробежный насос, характеристика которого задана при $n=2900$ об/мин, перекачивает воду по сифонному трубопроводу диаметром d_1 с восходящей и нисходящей ветвями длиной соответственно l_1 и l_2 . Разность уровней в баках $h=2,0$ м, верхняя точка сифона расположена на высоте H_2 .

Определить наименьшую частоту вращения насоса, при которой в точке K не будет вакуума. Коэффициент сопротивления трения трубопровода принять $\lambda=0,030$, а местными потерями напора пренебречь.

Данные, необходимые для построения характеристики насоса при $n=2900$ об/мин:

Q/Q_0	0,00	0,14	0,28	0,42	0,56	0,70
H/H_0	1,00	1,00	0,93	0,87	0,73	0,50

Здесь Q_0 - подача насоса при $H=0$; H_0 - напор, развиваемый при $Q=0$.

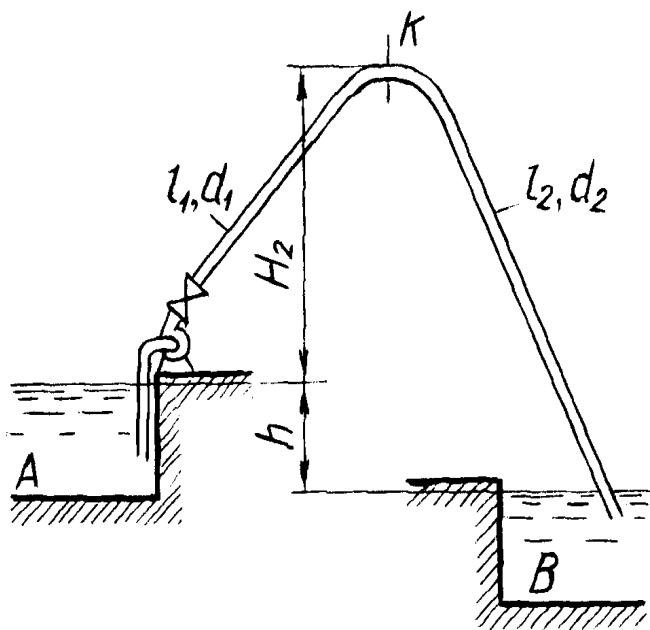
9-25÷26. Определить подачу и мощность центробежного пожарного насоса при $n=3000$ об/мин, если насос подает воду по шлангам размерами l_1, d_1 ($\lambda_1 = 0,025$; $\zeta_1 = 4,0$) и l_2, d_2 ($\lambda_2 = 0,035$; $\zeta_2 = 10,0$) через сходящийся насадок диаметром $d=40$ мм ($\zeta = 0,08$) на высоту H_2 .

Как изменятся подача и напор насоса, если частота вращения рабочего колеса уменьшится на 15%?

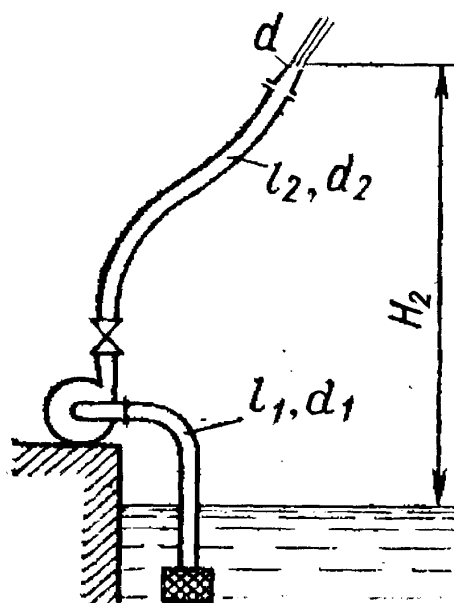
Характеристика насоса при $n=3000$ об/мин:

$Q_n, \text{ л/с}$	0,0	5	10	15	20	25	30	35
$H_n, \text{ м}$	140	140	136	130	121	110	98	83
$\eta, \%$	0	34	55	68	75	77	73	65

К задачам 9-23÷24



К задачам 9-25÷26



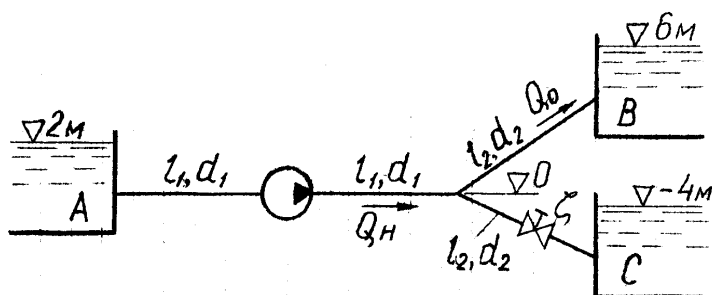
9-27÷28. Поршневой насос перекачивает воду из резервуара A в резервуар B и C , отметки уровней в которых соответственно равны $\nabla 2,0$ м; $\nabla 6,0$ м и $\nabla -4,0$ м (отметку оси насоса принять за нуль). Подача в резервуар B равна Q_0 . Трубопровод состоит из двух участков труб диаметром d_1 и длиной l_1 и двух участков размерами d_2 и l_2 . На трубе, идущей к нижнему резервуару, установлен кран, открытый настолько, что его коэффициент сопротивления $\zeta = 120$.

Определить подачу, напор и мощность насоса, пренебрегая всеми местными сопротивлениями, за исключением сопротивления крана и, принимая коэффициент сопротивления трения в трубах $\lambda = 0,030$, а КПД насоса $\eta = 0,75$.

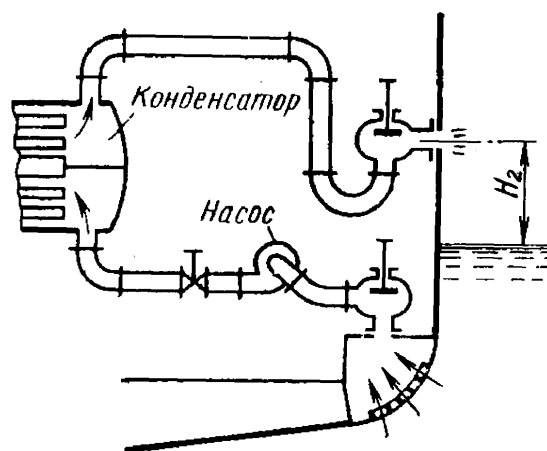
При каких значениях коэффициента сопротивления ζ крана подача в верхний резервуар будет равна нулю?

9-29÷30. Центробежный насос подает в конденсатор паровой турбины морского судна охлажденную забортную воду ($\rho = 1025$ кг/м³, $\nu = 0,010$ Ст) в количестве 1800 м³ / ч. Общая длина трубопровода, выполненного из меди, l_1 , его диаметр d_1 . Суммарное значение коэффициентов местных сопротивлений, отнесенное к скорости в трубопроводе, $\zeta = 16,4$. Коэффициент полезного действия насоса $\eta = 0,80$. Определить мощность насоса, если забортный клапан расположен выше ватерлинии на H_2 . Как изменится мощность насоса, если при осадке судна и той же подаче насоса заборный клапан окажется ниже ватерлинии?

К задачам 9-27÷28



К задачам 9-29÷30



9-31÷32. Два последовательно соединенных одинаковых центробежных насоса перекачивают воду при $n_1 = n_2 = 1000$ об/мин. из водохранилища A с отметкой уровня $\nabla=0$ в бассейн B с отметкой уровня ∇H_2 по стальному трубопроводу общей длиной $2l_1$ и диаметром d_1 . Суммарный коэффициент местных сопротивлений $\zeta=12$. Температура воды T .

Определить подачу насосов и потребляемую каждым из них мощность. Как необходимо изменить частоту вращения одного из насосов, чтобы увеличить расход в трубопроводе на 25%?

Характеристика насоса при $n=1000$ об/мин:

Q_H , л/с	0	50	100	150	200	250
H_H , м	40,0	40,0	38,4	36,4	32,6	25,0
η	0	0,50	0,80	0,84	0,83	0,70

9-33÷34. Центробежный насос, работая при $n=1450$ об/мин, подает воду из резервуара A в баки C и D . Расстояния между уровнями в резервуаре и баках $H_1=25,0$ м и H_2 . Система трубопроводов состоит из трубы AB размерами d_1 и l_1 и двух одинаковых ветвей BC и BD размерами d_2 и l_2 . Трубы стальные сварные. Местные сопротивления учтены эквивалентными длинами, включенными в заданные длины труб. Температура воды T .

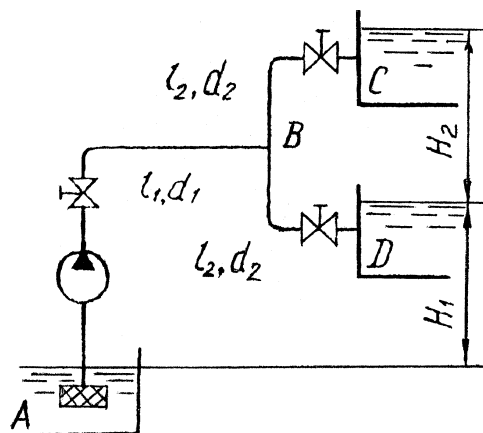
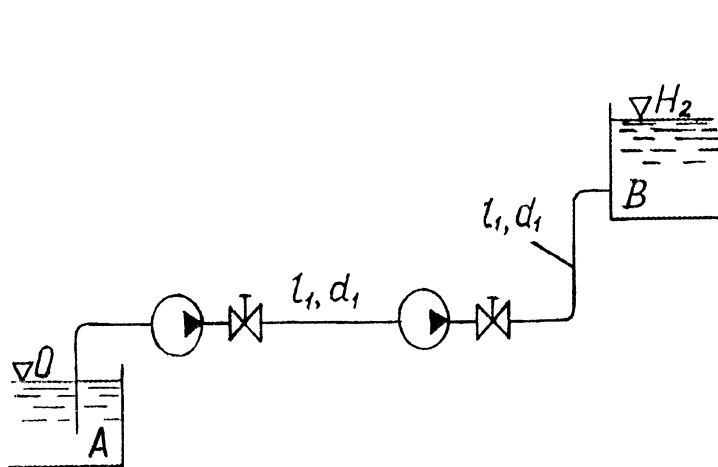
Определить подачу воды в баки C и D и мощность насоса. При какой частоте вращения насоса (в случае тех же открытий вентилей) подача в бак C прекратится.

Характеристика насоса при $n=1450$ об/мин:

Q_H , л/с	0	4	8	12	16	20	24	28	32
H_H , м	52	54	55	54	52	49	44	38	30
η , %	0	30	50	63	71	75	75	70	58

К задачам 9-31÷32

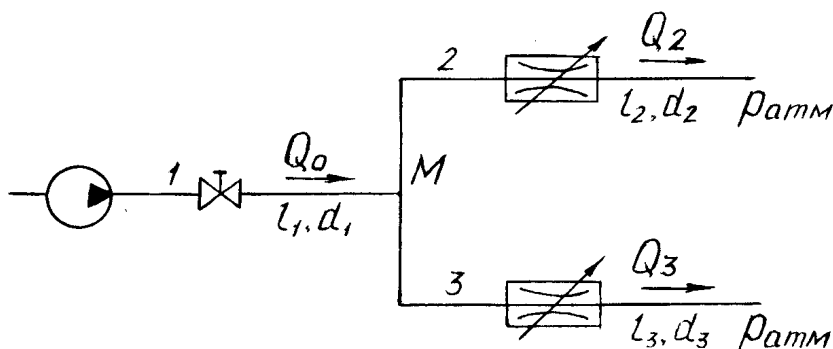
К задачам 9-33÷34



9-35÷36. Насос обеспечивает расход Q_0 по трубопроводу длиной l_1 (включая линию всасывания) и диаметром d_1 , в котором установлен вентиль с коэффициентом сопротивления $\zeta_b=2,0$. В точке M трубопровод разветвляется на две ветви, одна из которых размерами l_2 и d_2 содержит дроссель с коэффициентом сопротивления $\zeta_2=5,0$, а другой размерами $l_3=1,2l_2$ и $d_3=d_2$ - дроссель с $\zeta_3=4\zeta_2$. Трубы стальные бесшовные. Определить расходы бензина в ветвях, давление и полезную мощность насоса, если температура бензина T . Давление в конечных сечениях труб атмосферное и геометрические высоты одинаковы.

Как изменятся параметры насоса, если дроссель на линии 2 полностью закрыть?

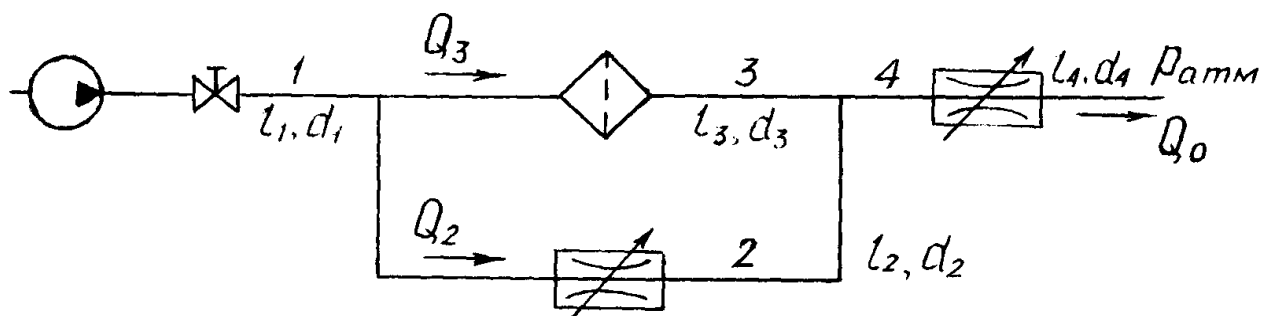
К задачам 9-35÷36



9-37÷38. Определить давление и полезную мощность насоса, если известна его подача Q_0 при работе на трубопровод размерами: l_1 (включая линию всасывания) и d_1 , l_2 и d_2 , $l_3=1,5l_2$ и $d_3=d_2$, $l_4=l_1$ и $d_4=d_1$. Трубы изготовлены из латуни, перекачиваемая жидкость – масло трансформаторное при температуре T . Коэффициенты сопротивления фильтра $\zeta_3=10$, дросселей $\zeta_2=5$ и $\zeta_4=4$, вентиля $\zeta_1=3$. В конечных сечениях труб давление атмосферное и геометрические высоты одинаковы.

Как изменятся параметры насоса, если линия 3 из-за загрязненности фильтра полностью перекроется?

К задачам 9-37÷38

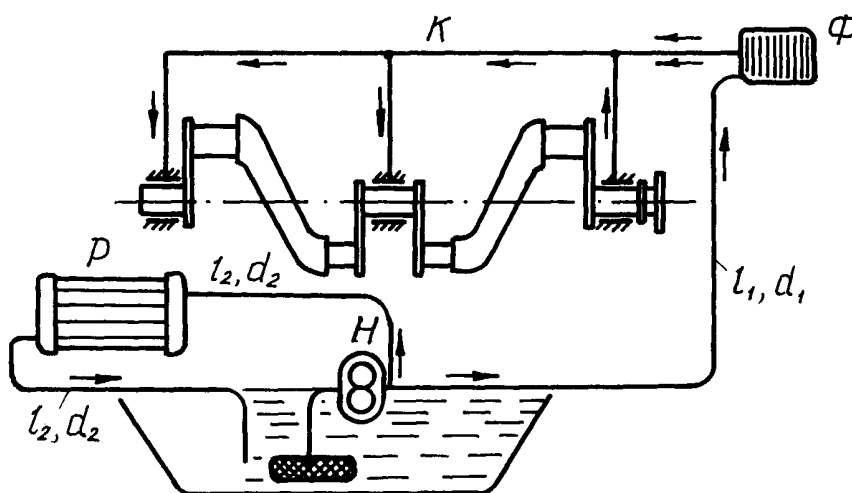


9-39÷40. В двигателе внутреннего сгорания подача масла для смазки коренных подшипников коленчатого вала производится насосом H по трубке размерами l_1 и d_1 через фильтр Φ и распределительный канал K , от которого отходят отводные каналы к серединам подшипников. Часть подачи насоса по трубке размерами l_2 и d_2 подается в радиатор P , из которого по такой же трубке сливается в картер. Определить давление насоса и расход масла через подшипники и радиатор. Сопротивление фильтра и радиатора принять эквивалентным сопротивлению трубок длиной $l_\Phi = 100d_1$ и $l_p = 1300d_2$, а суммарное сопротивление распределительного канала с отводными каналами и подшипниками – сопротивлению трубки длиной $l_K = 0,80$ м при диаметре $d = 4$ мм. Плотность масла $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$, кинематический коэффициент вязкости $\nu = 0,3 \text{ Ст}$.

Характеристика насоса задана:

Q_H , л/с	0	0,10	0,12
p_H , МПа	0,7	0,6	0

К задачам 9-39÷40



Исходные данные к задачам гл. 9

Номер задачи	$H_2, \text{м}$	$H_0, \text{м}$	$Q_0, \text{л/с}$	$l_1, \text{м}$	$d_1, \text{мм}$	$l_2, \text{м}$	$d_2, \text{мм}$	$T^0, \text{С}$
9-1	50,0	100	70,0	60,0	200	-	-	20
9-2	55,0	150	100	85,0	200	-	-	15
9-3	40,0	80	50,0	320	240	-	-	10
9-4	50,0	100	60,0	190	200	-	-	20
9-5	60,0	100	50,0	-	100	-	-	-
9-6	24,0	80	50,0	-	200	-	-	-
9-7	6,0	-	-	20,0	200	80	150	20
9-8	5,5	-	-	15,0	180	100	120	25
9-9	1,0	45	33,0	3,0	100	5,0	80	20
9-10	1,2	50	40,0	3,2	80	8,0	60	15
9-11	-	-	-	0,8	16,0	4,6	12,0	40
9-12	-	-	-	1,0	15,0	3,6	10,0	45
9-13	-	-	-	0,8	15,0	4,4	10,0	40
9-14	-	-	-	1,0	16,0	4,0	12,0	50
9-15	-	-	-	0,40	30,0	0,38	-	-
9-16	-	-	-	0,50	20,0	0,36	-	-
9-17	11,0	-	-	10,0	100	30	80	20
9-18	10,5	-	-	8,0	80	32	60	15
9-19	9,0	11,0	10,0	-	80	-	-	30
9-20	12,0	15,0	20,0	-	100	-	-	20
9-21	12,0	-	8,0	8,0	100	16,0	75	15
9-22	10,0	-	10,0	7,0	100	18,0	80	10
9-23	8,0	30	14,0	10,0	40	12,0	-	-
9-24	7,0	35	16,0	12,0	50	16,0	-	-
9-25	16,0	-	-	6,0	100	40	90	-
9-26	20,0	-	-	5,0	90	36	80	-
9-27	-	-	2,0	50	50	36	40	-
9-28	-	-	2,5	40	50	60	40	-
9-29	1,0	-	-	20,0	500	-	-	-
9-30	1,2	-	-	18,0	400	-	-	-
9-31	20,0	-	-	1000	250	-	-	10
9-32	25,0	-	-	800	200	-	-	15
9-33	15,0	-	-	40,0	100	20,0	60	15
9-34	12,0	-	-	30,0	80	16,0	50	10
9-35	-	-	4,0	8,0	50	9,0	40	20
9-36	-	-	5,0	6,0	60	7,8	50	40
9-37	-	-	2,4	2,5	25	1,4	20	45
9-38	-	-	1,8	2,4	20	1,6	16	40
9-39	-	-	-	1,0	10,0	1,0	5,0	-
9-40	-	-	-	0,9	12,0	1,0	6,0	-

10. ОБЪЕМНЫЙ ГИДРОПРИВОД

10.1. Основные сведения из теории, расчетные формулы и методические указания

Объемный гидропривод (ОГП) используется для передачи энергии и преобразования движения посредством жидкости. В состав ОГП входят объемные гидромашины, гидроаппараты и вспомогательные устройства, соединенные гидролиниями. К гидромашинам относятся гидродвигатели и насосы. Гидродвигатели преобразуют энергию потока жидкости в энергию движения выходного звена, которое преодолевает внешнюю для ОГП нагрузку. Поступательное движение штока, нагруженного силой F , реализуется в гидроцилиндре, а вращение - в гидромоторе, который на валу создает момент M .

В насосных ОГП насос вращается от приводящего двигателя и создает поток с избыточным давлением p_n и подачей $Q_n = nV_o\eta_{он}$ (n - частота вращения вала, V_o - рабочий объем, $\eta_{он}$ - объемный коэффициент подачи насоса, для несжимаемой жидкости он равен объемному коэффициенту полезного действия насоса).

К гидроаппаратам ОГП относятся распределители, клапаны и дроссели. Распределители (золотниковые, клапанные, крановые) служат для изменения направления потока жидкости при реверсировании гидродвигателя, они также выполняют роль запорных и дросселирующих устройств и управляются извне.

Клапаны используются для защиты гидросистемы от чрезмерно высоких давлений (предохранительный клапан), для слива части расхода в бак при повышении давления (переливной), для ограничения потока в одном направлении (обратный), для стабилизации давления после клапана (редукционный). Клапаны работают автоматически.

Дроссели бывают регулируемые и нерегулируемые, они выполняют роль местных сопротивлений. В ОГП регулируемые дроссели используются для управления скоростью выходного звена.

Вспомогательные устройства - это гидробаки, фильтры, теплообменники, гидропневмоаккумуляторы. Они служат для размещения необходимых объемов рабочей жидкости (масла), ее очистки, поддержания температуры и вязкости в заданных пределах, для сглаживания пульсаций давления.

Рабочий процесс в ОГП определяют следующие основные величины: давление p_n и подача Q_n насоса, нагрузка F на штоке и скорость v_n поршня гидроцилиндра, момент M и частота вращения n вала гидромотора, расход $Q_{гд}$ и перепад давления $\Delta p_{гд}$ в гидродвигателе, потеря давления $\Delta p_{га}$ на гидроаппаратах, расход Q_i и потеря давления Δp_i для участка гидролинии i . Расчет ОГП заключается в нахождении значений указанных в задаче величин при известных размерах и гидравлических параметрах гидромашин, гидролиний, гидроаппаратов и рабочей жидкости.

Исходным для получения системы разрешающих уравнений является уравнение Бернулли в давлениях. Оно составляется для ряда участков гидро-

передачи (силовой части гидропривода: насос – гидролинии - гидродвигатель) с учетом специфики ОГП: при рабочих давлениях можно не учитывать разность геометрических высот и скоростных давлений в сопоставляемых сечениях. В учебных задачах ввиду отсутствия конструктивной схемы, как правило, из местных потерь учитываются только сопротивления в гидроаппаратах. Вместе с уравнением Бернулли используются уравнения: неразрывности одномерного потока, баланса расходов в узлах разветвления гидролиний, равновесия поршня гидроцилиндра.

При установившемся движении для ОГП как гидросистемы с насосной подачей получается основное уравнение

$$p_n = p_{\text{пот}}, \quad (10.1)$$

т. е. давление, создаваемое насосом, равно потребному давлению гидропередачи.

Обе части равенства (10.1) зависят от расхода Q . Функция $p_n = f(Q_n)$ - характеристика насоса (задается), функция $p_{\text{пот}} = f(Q)$ - характеристика гидросистемы, ее получение - наиболее трудоемкая часть расчета ОГП.

На рис. 10.1 приведена схема ОГП поступательного движения (условные обозначения гидропривода приведены в прил. 9). Для регулировки скорости выходного звена (штока) она содержит регулируемый дроссель, включенный последовательно с гидроцилиндром. Насос Н засасывает рабочую жидкость из бака Б и подает ее через дроссель ДР и распределитель Р в поршневую полость гидроцилиндра Ц. Шток, преодолевая внешнюю силу F , движется со скоростью $v_{\text{ш}}$. В штоковой полости гидроцилиндра возникает давление $p_{\text{ш}}$, равное потерям давления в сливной гидролинии, содержащей канал распределителя Р и фильтр Ф. После фильтра жидкость поступает в бак Б. Переливной клапан КП открывается, если давление в узле U_1 напорной гидролинии больше установленного пружиной значения $p_{\text{ко}}$, в этом случае часть подачи насоса сливается в бак, не попадая в гидроцилиндр. Срабатывание клапана учитывается характеристикой насоса.

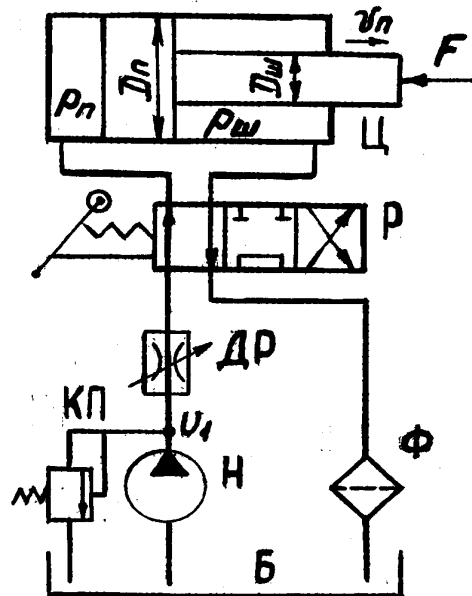


Рис. 10.1

Рассмотрим расчетные зависимости. Шток и поршень движутся как одно твердое тело. Для гидроцилиндра с односторонним штоком (см. рис. 10.1) при $v_{\text{ш}} = \text{const}$ уравнение равновесия поршня будет

$$p_{\text{п}} S_{\text{п}} - p_{\text{ш}} S_{\text{эф}} - F / \eta_{\text{мц}} = 0. \quad (10.2)$$

Здесь: $S_{\text{п}} = \pi D_{\text{п}}^2 / 4$ - площадь поршня; $S_{\text{эф}} = \pi (D_{\text{п}}^2 - D_{\text{ш}}^2) / 4$ - эффективная площадь поршня со стороны штока; $\eta_{\text{мц}}$ - механический КПД гидроцилиндра,

учитывающий увеличение усилия на штоке за счет трения в уплотнениях. Заметим, что из-за различия площадей $S_{\text{п}}$ и $S_{\text{эф}}$ из уравнения (10.2) нельзя выразить перепад давления в гидроцилиндре через нагрузку. Кроме того, расходы в поршневой полости $Q_{\text{п}}$ и в штоковой $Q_{\text{ш}}$ разные. Если ввести безразмерный коэффициент эффективной площади $\beta = S_{\text{эф}} / S_{\text{п}}$, то

$$Q_{\text{ш}} = Q_{\text{сл}} = \beta Q_{\text{п}}. \quad (10.3)$$

Скорость поршня при движении вправо (см. рис. 10.1)

$$v_{\text{п}} = \eta_{\text{оц}} Q_{\text{п}} / S_{\text{п}}, \quad (10.4)$$

где $\eta_{\text{оц}}$ - объемный КПД гидроцилиндра, учитывающий протечку жидкости через уплотнения. При движении влево при том же расходе скорость будет больше - $v_{\text{п}}^{\text{л}} = v_{\text{п}} / \beta$.

Потребное давление $p_{\text{пот}}$, входящее в правую часть основного уравнения (10.1), определяется в три этапа:

1) составляется выражение потерь давления в сливной линии (от гидродвигателя до гидробака) как функция расхода и приравнивается давлению в штоковой полости

$$\Delta p_{\text{сл}} = p_{\text{ш}} = \Delta p_{\text{тр}} + \Delta p_{\text{м}},$$

где $\Delta p_{\text{тр}}$ - потери на трение сливной линии и $\Delta p_{\text{м}}$ - потери в гидроаппаратах сливной линии;

2) из уравнения равновесия поршня (10.2) исключается давление в поршневой полости

$$p_{\text{п}} = F / (S_{\text{п}} \eta_{\text{мц}}) + \beta \Delta p_{\text{сл}};$$

3) составляется выражение потребного давления в напорной линии (от насоса до гидродвигателя)

$$p_{\text{пот}} = \Delta p_{\text{нап}} + p_{\text{п}},$$

где $\Delta p_{\text{нап}}$ - потери на трение и в гидроаппаратах напорной линии. С учетом всех этапов получается потребное давление гидропередачи

$$p_{\text{пот}} = F / (S_{\text{п}} \eta_{\text{мц}}) + \Delta p_{\text{нап}} + \Delta p_{\text{сл}} \beta. \quad (10.5)$$

Потеря давления на трение по длине для участка гидролинии длиной $l_{\text{к}}$, диаметром $d_{\text{к}}$ и с расходом $Q_{\text{к}}$ определяется формулой

$$\Delta p_{\text{тр}} = 0,811 \rho \lambda_{\text{к}} \frac{l_{\text{к}}}{d_{\text{к}}^5} Q_{\text{к}}^2. \quad (10.6)$$

При вычислении коэффициента гидравлического трения λ учитывают, что в ОГП используются гидравлически гладкие трубы. Значения плотности и вязкости масел берутся по прил. 2.

Потери давления в дросселе, канале распределителя, фильтре, клапане могут определяться по одному из следующих способов: 1) через эквивалентную длину $l_{\text{э}} = \zeta d_{\text{к}} / \lambda_{\text{к}}$, которая добавляется к геометрической длине $l_{\text{к}}$; 2) через коэффициент местного сопротивления ζ :

$$\Delta p = 0,811\rho \frac{\zeta}{d_k^4} Q_k^2, \quad (10.7)$$

3) через номинальные значения потерь $\Delta p_{\text{ном}}$ и расхода $Q_{\text{ном}}$ гидроаппарата, приводимые в таблицах (см. прил. 8), например, для канала распределителя:

$$\Delta p_p = \Delta p_{\text{ном}} (Q_k / Q_{\text{ном}})^2. \quad (10.8)$$

Для регулируемых дросселей и клапанов используется также формула

$$\Delta p_{\text{др}} = \frac{\rho}{2} \frac{Q_k^2}{\mu^2 S_{\text{др}}^2}, \quad (10.9)$$

в которой: μ - коэффициент расхода; $S_{\text{др}}$ - площадь проходного сечения дросселя. ($S_{\text{др}} = \bar{S} \cdot S_{\text{др}}^{\text{max}}$, где \bar{S} степень открытия дросселя, $S_{\text{др}}^{\text{max}}$ - максимальная площадь проходного сечения).

Выражение потребного давления (10.5) можно представить в виде

$$p_{\text{пот}} = p_{\text{гц}} + k_{\text{н}} Q_{\text{н}}^2 + k_{\text{сл}} Q_{\text{сл}}^2, \quad (10.10)$$

где $p_{\text{гц}} = F / S_{\text{п}} \eta_{\text{мц}}$ - статическое давление, определяемое нагрузкой на штоке; $k_{\text{н}}$ и $k_{\text{сл}}$ - сопротивление напорной и сливной гидролиний соответственно.

В случае гидроцилиндра с двусторонним штоком эффективные площади поршня в обеих полостях одинаковы, поэтому равны и расходы. Для потребного давления будем иметь

$$p_{\text{пот}} = p_{\text{гц}} + (k_{\text{н}} + k_{\text{сл}}) Q_{\text{н}}^2, \quad (10.11)$$

где

$$p_{\text{гц}} = F / S_{\text{эф}} \eta_{\text{мц}}. \quad (10.12)$$

Если в задаче известна подача насоса или скорость поршня, то расходы в ветвях гидролиний определяются по балансу расходов, потребное давление - по (10.10) или (10.11); согласно (10.1) становится известным и давление насоса. Полезная мощность насоса равна произведению этих величин:

$$N_{\text{пол.н}} = p_{\text{н}} Q_{\text{н}}.$$

В задачах, в которых расход не задан, но известна характеристика насоса $p_{\text{н}} = f(Q_{\text{н}})$, определяют рабочую точку ОГП графоаналитическим методом. Для этого в координатах Q - p строят характеристику насоса с переливным клапаном, соединяя прямыми линиями три точки: K , M , N (рис. 10.2). Точка M соответствует давлению $p_{\text{ко}}$ открытия клапана, она же определяет номинальные параметры насоса $Q_{\text{н}}^{\text{ном}}$, $p_{\text{н}}^{\text{ном}}$. Точка N соответствует теоретической подаче насоса $Q_{\text{н}}^{\text{T}}$, в точке K - подача насоса равна расходу через клапан, т.е. подачи в гидродвигатель нет.

задана или не задана подача насоса. В случае, когда величина Q_H известна, решение очевидно и выполняется аналитическим методом. Если подача Q_H насоса не задана, используется графо-аналитический метод.

Характеристика объемного насоса изображается лучом, исходящим из точки N (рис.10.4) в направлении точки M , которая соответствует номинальным параметрам насоса $p_H^{ном}$, $Q_H^{ном}$. Теоретическая подача насоса Q_H^T в точке N связана с номинальной через объемный КПД насоса $\eta_{он}$, так что $Q_H^{ном} = Q_H^T \eta_{он}$.

Из равенства (10.13) следует, что в гидроцилиндр от узла U_2 направляется расход

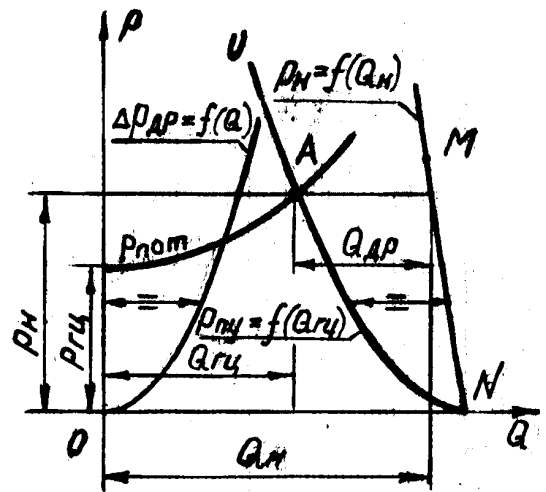


Рис. 10.4

$$Q_{гц} = Q_H - Q_{др}. \quad (10.15)$$

Для гидролинии цилиндра насос с дросселем можно считать питающей установкой, если потери давления на участке гидролинии от насоса до разветвления U_2 пренебрежимо малы. Характеристика питающей установки строится с помощью уравнения (10.15). Предварительно по формуле (10.7) или (10.9) для ряда значений расхода Q вычисляются потери давления в дросселе и по полученным точкам строится парабола $\Delta p_{др} = f(Q)$ (см. рис. 10.4). Абсциссы этой параболы (расходы) при одинаковых давлениях вычитаются из абсцисс характеристики насоса $p_H = f(Q_H)$, полученная таким способом кривая NU — характеристика питающей установки $p_{пу} = f(Q_{гц})$.

Потребное давление гидропередачи (насос - напорная линия - гидродвигатель – сливная гидролиния) $p_{пот} = f(Q_{гц})$ рассчитывается по тем же формулам потерь давления, которые получены при рассмотрении ОГП с последовательным дросселем. Пересечение графиков функций $p_{пу} = f(Q_{гц})$ и $p_{пот} = f(Q_{гц})$ дает рабочую точку A гидропривода с параллельным дросселем.

Гидромотор в гидравлическом расчете ОГП аналогичен гидроцилиндру с двухсторонним штоком. Падение давления в гидромоторе

$$\Delta p_M = 2\pi M / (V_o \eta_{мм}), \quad (10.16)$$

здесь: M - крутящий момент; V_o - рабочий объем гидромотора; $\eta_{мм}$ - механический КПД мотора. Частота вращения вала гидромотора определяется через расход $Q_{гм}$ и объемный КПД:

$$n = Q_{гм} \eta_{ом} / V_o. \quad (10.17)$$

Полезная мощность ОГП - это работа выходного звена за единицу времени. Для гидроцилиндра и для гидромотора получаются соответствующие формулы:

$$N_{\text{пол}} = Fv_{\text{п}}; \quad N_{\text{пол}} = 2\pi nM. \quad (10.18)$$

Мощность двигателя $N_{\text{пот}}$, передающего вращение насосу, зависит от полезной мощности насоса и его КПД:

$$N_{\text{пот}} = p_{\text{н}} Q_{\text{н}} / \eta_{\text{н}}. \quad (10.19)$$

Эта же мощность является потребляемой мощностью ОГП.

Отношение полезной мощности ОГП к потребляемой называется КПД объемного гидропривода:

$$\eta_{\text{огп}} = N_{\text{пол}} / N_{\text{пот}}. \quad (10.20)$$

10.2. Примеры решения задач

Задача 10.2.1. В ОГП, схема которого приведена на рис. 10.1, насос подает жидкость плотностью $\rho = 880 \text{ кг/м}^3$ и вязкостью $\nu = 0,35 \text{ Ст}$ в гидроцилиндр с диаметром поршня $D_{\text{п}} = 60 \text{ мм}$ и диаметром штока $D_{\text{ш}} = 30 \text{ мм}$. Шток преодолевает нагрузку $F = 10 \text{ кН}$ со скоростью $v_{\text{п}} = 0,10 \text{ м/с}$.

Определить подачу насоса, создаваемое им давление, мощность привода насоса и коэффициент полезного действия ОГП, если длина напорной линии $l_{\text{н}} = 2,4 \text{ м}$, ее диаметр $d_{\text{н}} = 6 \text{ мм}$, для сливной линии $l_{\text{сл}} = 2,8 \text{ м}$; $d_{\text{сл}} = 6 \text{ мм}$, коэффициенты местных сопротивлений: для канала распределителя $\zeta_{\text{р}} = 2,5$; для фильтра $\zeta_{\text{ф}} = 3,0$; регулируемый дроссель имеет максимальную площадь проходного сечения $S_{\text{др}}^{\text{max}} = 25 \text{ мм}^2$, степень открытия $\bar{S} = 0,8$, коэффициент расхода $\mu = 0,60$; КПД насоса $\eta_{\text{н}} = 0,80$; КПД гидроцилиндра: $\eta_{\text{мц}} = 0,90$; $\eta_{\text{оц}} = 1,0$.

Дано:

$$\begin{aligned} D_{\text{п}} &= 60 \text{ мм} = 0,06 \text{ м}; & D_{\text{ш}} &= 30 \text{ мм} = 0,03 \text{ м}; & \bar{S} &= 0,40; \\ l_{\text{н}} &= 2,4 \text{ м}; & d_{\text{н}} &= 6 \text{ мм} = 0,006 \text{ м}; & \mu &= 0,60; \\ l_{\text{сл}} &= 2,8 \text{ м}; & d_{\text{сл}} &= 6 \text{ мм} = 0,006 \text{ м}; & v_{\text{п}} &= 0,10 \text{ м/с}; \\ \zeta_{\text{р}} &= 2,5; & \zeta_{\text{ф}} &= 3,0; & \eta_{\text{н}} &= 0,80; \\ \eta_{\text{мц}} &= 0,90; & \eta_{\text{оц}} &= 1,0; & & \\ \rho &= 880 \text{ кг/м}^3; & \nu &= 0,35 \text{ Ст} = 0,35 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 / \text{с}; & & \\ F &= 10 \text{ кН} = 10^4 \text{ Н}; & S_{\text{др}}^{\text{max}} &= 25 \text{ мм}^2 = 0,25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2. & & \end{aligned}$$

Определить: $Q_{\text{н}}$, $p_{\text{н}}$, $N_{\text{пот}}$, $\eta_{\text{огп}}$.

Решение. 1. Параметры гидроцилиндра и скорость поршня заданы, что позволяет по (10.4) определить подачу насоса $Q_{\text{н}}$:

$$S_{\text{п}} = \pi D_{\text{п}}^2 / 4 = \pi \cdot 0,06^2 / 4 = 0,00283 \text{ м}^2;$$

$$Q_{\text{н}} = v_{\text{п}} S_{\text{п}} / \eta_{\text{оц}} = 0,1 \cdot 2,83 \cdot 10^{-3} / 1,0 = 2,83 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 0,283 \text{ л/с}.$$

2. По основному уравнению (10.1) давление насоса равно требуемому давлению гидropередачи. Требуемое давление находим по (10.5), для сравнения потерь давления слагаемые правой части вычисляем отдельно.

Статическое давление от нагрузки F штока

$$p_{\text{ГЦ}} = F / (S_{\text{П}} \eta_{\text{МЦ}}) = 10 \cdot 10^3 / (2,83 \cdot 10^{-3} \cdot 0,90) = 3,93 \cdot 10^6 \text{ Па} = 3,93 \text{ МПа}.$$

3. Потери давления в напорной линии складываются из потерь на трение по длине (10.6), местных потерь в канале распределителя (10.7) и в дросселе (10.9). Предварительно вычисляем коэффициент λ для (10.6):

$$\text{Re}_{\text{H}} = 4Q_{\text{H}} / (\pi d_{\text{H}} \nu) = 4 \cdot 2,83 \cdot 10^{-4} / (\pi \cdot 0,006 \cdot 0,35 \cdot 10^{-4}) = 1717;$$

$$\lambda_{\text{H}} = 64 / \text{Re}_{\text{H}} = 64 / 1717 = 0,0373$$

и площадь проходного отверстия дросселя при $\bar{S} = 0,8$:

$$S_{\text{др}} = S_{\text{др}}^{\text{max}} \cdot \bar{S} = 25 \cdot 10^{-6} \cdot 0,8 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2.$$

Получаем

$$\begin{aligned} \Delta p_{\text{нап}} &= 0,811 \rho \lambda_{\text{H}} Q_{\text{H}}^2 l_{\text{H}} / d_{\text{H}}^5 + 0,811 \rho \zeta_{\text{р}} Q_{\text{H}}^2 / d_{\text{H}}^4 + \rho Q_{\text{H}}^2 / (2 \mu^2 S_{\text{др}}^2) = \\ &= [0,811 \cdot 880 (0,0373 \cdot 2,4 / 0,006 + 2,5) / 0,006^4 + 880 / 2 \cdot 0,60^2 \cdot 2^2 \cdot 10^{-10}] 2,83^2 \cdot 10^{-8} = \\ &= (95,9 \cdot 10^3 + 30,6 \cdot 10^3) 2,83^2 = 1013 \cdot 10^3 = 1,01 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

4. Для вычисления потерь в сливной линии предварительно находим расход $Q_{\text{сл}}$ и коэффициент $\lambda_{\text{сл}}$:

$$S_{\text{эф}} = \pi (D_{\text{П}}^2 - D_{\text{Ш}}^2) / 4 = \pi \cdot 0,09 \cdot 0,03 / 4 = 2,12 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$$\beta = S_{\text{эф}} / S_{\text{П}} = 2,12 \cdot 10^{-3} / 2,83 \cdot 10^{-3} = 0,75;$$

$$Q_{\text{сл}} = \beta Q_{\text{H}} = 0,75 \cdot 2,83 \cdot 10^{-4} = 2,12 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 / \text{с};$$

$$\text{Re}_{\text{сл}} = 4Q_{\text{сл}} / (\pi d_{\text{сл}} \nu) = 4 \cdot 2,12 \cdot 10^{-4} / (\pi \cdot 0,006 \cdot 0,35 \cdot 10^{-4}) = 1286;$$

$$\lambda_{\text{сл}} = 64 / 1286 = 0,0498.$$

Потери давления в сливной линии складываются из потерь на трение по длине и местных потерь в канале распределителя и в фильтре:

$$\begin{aligned} \Delta p_{\text{сл}} &= 0,811 \rho \lambda_{\text{сл}} l_{\text{сл}} Q_{\text{сл}}^2 / d_{\text{сл}}^5 + 0,811 \rho \zeta_{\text{р}} Q_{\text{сл}}^2 / d_{\text{сл}}^4 + 0,811 \rho \zeta_{\text{ф}} Q_{\text{сл}}^2 / d_{\text{сл}}^4 = \\ &= 0,811 \rho Q_{\text{сл}}^2 (\lambda_{\text{сл}} l_{\text{сл}} / d_{\text{сл}} + \zeta_{\text{р}} + \zeta_{\text{ф}}) / d_{\text{сл}}^4 = \\ &= 0,811 \cdot 880 \cdot 2,12^2 \cdot 10^{-8} (0,0498 \cdot 2,8 / 0,006 + 2,5 + 3,0) / 0,006^4 = 0,71 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

5. Давление насоса согласно (10.1) и (10.5) равно

$$p_{\text{H}} = p_{\text{ГЦ}} + \Delta p_{\text{нап}} + \Delta p_{\text{сл}} = 3,93 + 1,01 + 0,75 \cdot 0,71 = 5,47 \text{ МПа}.$$

Мощность привода насоса, или потребляемая мощность ОГП, вычисляется по формуле (10.19):

$$N_{\text{пот}} = p_{\text{H}} Q_{\text{H}} / \eta_{\text{H}} = 5,47 \cdot 10^6 \cdot 2,83 \cdot 10^{-4} / 0,80 = 1,94 \text{ кВт}.$$

Полезная мощность ОГП и его КПД – по (10.18), (10.20):

$$N_{\text{пол}} = v_{\text{П}} F = 0,10 \cdot 10 \cdot 10^3 = 1,0 \text{ кВт};$$

$$\eta_{\text{ОГП}} = N_{\text{пол}} / N_{\text{пот}} = 1,0 / 1,94 = 0,52.$$

Ответ: $Q_H = 0,283 \text{ л/с}$; $p_H = 5,47 \text{ МПа}$; $N_{\text{пот}} = 1,94 \text{ кВт}$; $\eta = 0,52$.

Задача. 10.2.2. В гидроприводе вращательного движения (рис. 10.5) используется нерегулируемый гидромотор с рабочим объемом $V_0 = 80 \text{ см}^3$ и КПД

$\eta_{\text{ом}} = 0,95$; $\eta_{\text{мм}} = 0,96$. Насос с номинальными параметрами $p_H^{\text{НОМ}} = 10,0 \text{ МПа}$; $Q_H^{\text{НОМ}} = 5,0 \text{ л/с}$ при номинальном давлении имеет $\eta_{\text{он}} = 0,91$, $\eta_H = 0,90$. В системе используется масло АМГ-10, расчетная температура 50° . Гидролинии выполнены из трубки диаметром $d = 12 \text{ мм}$ и имеют длины: $l_1 = 1,0 \text{ м}$ и $l_2 = 1,5 \text{ м}$. Управление скоростью вращения вала мотора осуществляется дросселем с коэффициентом расхода $\mu = 0,6$ и максимальной площадью проходного сечения $S_{\text{др}}^{\text{max}} = 80 \text{ мм}^2$.

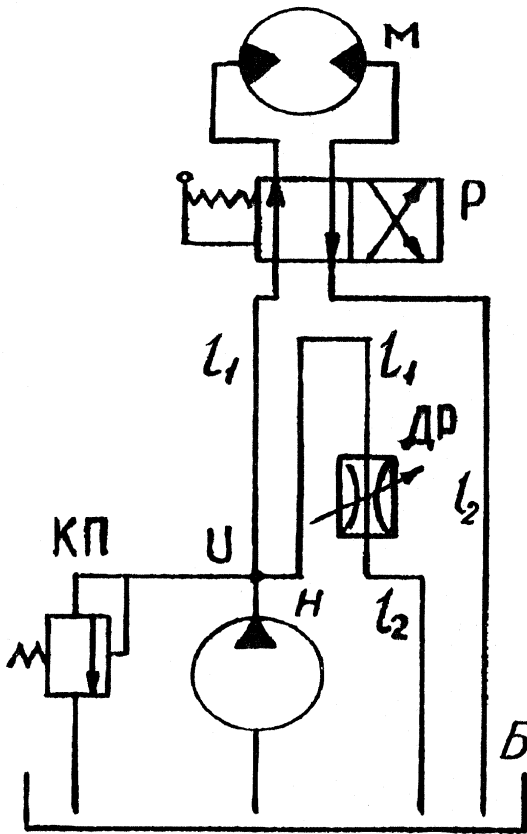


Рис. 10.5

Пренебрегая потерями давления на участке гидролинии от насоса до узла разветвления U и в каналах распределителя, вычислить мощность гидромотора и КПД гидропривода при крутящем моменте $M = 60 \text{ Нм}$ на валу и степени открытия дросселя $\bar{S} = 0,25$.

Определить также, как изменятся мощность и КПД гидропривода, если: 1) закрыть дроссель; 2) уменьшить диаметр гидролиний до 10 мм ; 3) при $d' = 10 \text{ мм}$ использовать распределитель с коэффициентом сопротивления $\zeta_p = 2$ для каждого канала.

Дано:

$$V_0 = 80 \text{ см}^3 = 0,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3; \quad p_H^{\text{НОМ}} = 10 \text{ МПа} = 10^7 \text{ Па}; \quad \eta_H = 0,90; \quad l_1 = 1,0 \text{ м};$$

$$\eta_{\text{ом}} = 0,95; \quad Q_H^{\text{НОМ}} = 5,0 \text{ л/с}; \quad \eta_{\text{он}} = 0,91; \quad l_2 = 1,5 \text{ м};$$

$$\eta_{\text{мм}} = 0,96; \quad S_{\text{др}}^{\text{max}} = 80 \text{ мм}^2 = 0,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; \quad \mu = 0,60;$$

$$M = 60 \text{ Нм}; \quad \bar{S} = 0,25; \quad \zeta_p = 2; \quad d' = 10 \text{ мм} = 0,010 \text{ м}; \quad d = 12 \text{ мм} = 0,012 \text{ м}.$$

Определить: $N_{\text{пол}}$, $\eta_{\text{огп}}$.

Решение. 1. В рассматриваемом гидроприводе не заданы ни расход, ни скорость выходного звена, поэтому задачу решаем графоаналитическим методом.

Теоретическая подача насоса при $p_H = 0$ будет

$$Q_H^T = Q_H^{\text{НОМ}} / \eta_{\text{ом}} = 5,0 / 0,91 = 5,5 \text{ л/с}.$$

На рис. 10.6 луч из точки N , проходящий через точку M номинальных параметров насоса, определяет характеристику насоса

2. Дроссель включен параллельно гидромотору, его характеристика $\Delta p_{др} = f(Q)$ при проходном сечении $S_{др} = S_{др}^{max} \bar{S} = 0,8 \cdot 10^{-4} \cdot 0,25 = 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ определится по формуле (10.9). Плотность рабочей жидкости и ее вязкость при расчетной температуре берем из прил. 2: для АМГ-10, при 50°C , $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$ и $\nu = 0,1 \text{ Ст}$. Получим

$$\Delta p_{др} = \frac{\rho}{2 \mu^2 S_{др}^2} Q^2 = \frac{850 \cdot Q^2}{2 \cdot 0,6^2 (0,2 \cdot 10^{-4})^2} = 2,95 \cdot Q^2 \text{ МПа}, (Q \approx \text{л/с}).$$

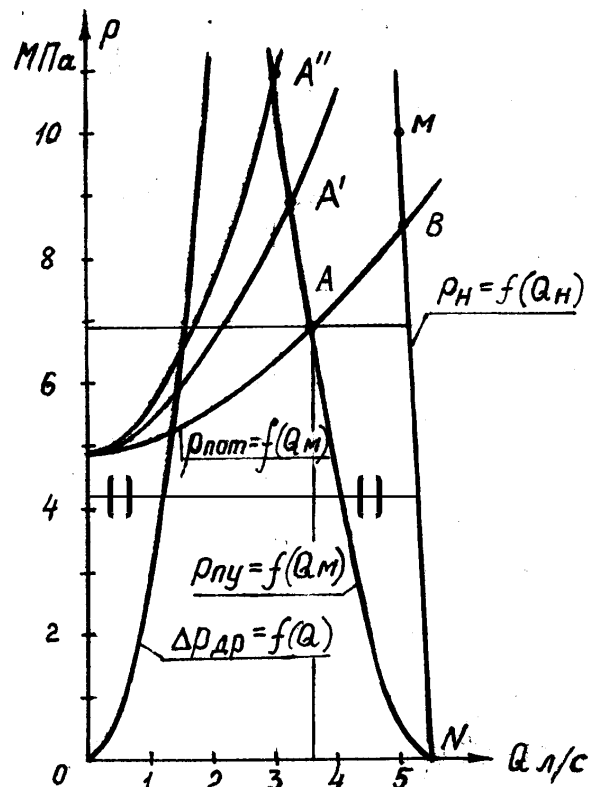


Рис. 10.6

Задаваясь рядом расходов, получаем точки $\Delta p_{др} = f(Q)$:

Q (л/с)	0,5	1,0	1,5	2,0;
$\Delta p_{др}$ (МПа)	0,74	2,95	6,64	11,8.

Парабола из начала координат, проведенная по этим точкам, изображает характеристику дросселя (см. рис. 10.6).

Характеристика питающей установки $p_{пу} = f(Q_M)$ получается вычитанием абсцисс параболы дросселя из абсцисс (расходов) характеристики насоса (см. рис. 10.6).

Для построения характеристики гидролинии мотора $p_{пот} = f(Q_M)$ вычислим слагаемые правой части (10.5). Падение давления в гидромоторе по (10.16):

$$\Delta p_M = 2\pi M / (V_o \eta_{MM}) = 2\pi \cdot 60 / (80 \cdot 10^{-6} \cdot 0,96) = 4,9 \text{ МПа}..$$

Потери давления в напорной и сливной гидролиниях по (10.6):

$$\begin{aligned} \Delta p_{нап} + \Delta p_{сл} &= 0,811 \rho Q^2 \lambda (l_1 + l_2) / d^5 = \\ &= 0,811 \cdot 850 \cdot Q^2 \lambda (1 + 1,5) / (0,012)^5 = 6,926 \lambda Q^2 \text{ МПа} (Q \approx \text{л/с}). \end{aligned}$$

Задаемся рядом расходов в пределах подачи насоса, например, $Q=1;2;3;4;5$ л/с. Для каждого значения Q вычисляем Re и λ . При $Q=1$ л/с

$$Re = 4Q / (\pi d \nu) = 4 \cdot 1 \cdot 10^{-3} / (\pi \cdot 0,012 \cdot 0,1 \cdot 10^{-4}) = 1,06 \cdot 10^4;$$

$$\lambda = 0,316 / Re^{0,25} = 0,316 / (1,06 \cdot 10^4)^{1/4} = 0,031;$$

$$\Delta p_{\text{нап}} + \Delta p_{\text{сл}} = 6,926\lambda Q^2 = 6,926 \cdot 0,037 \cdot 1^2 = 0,215 \text{ МПа};$$

$$p_{\text{пот}} = \Delta p_{\text{м}} + \Delta p_{\text{нап}} + \Delta p_{\text{сл}} = 4,9 + 0,215 = 5,11 \text{ МПа}.$$

Эти вычисления для всех расходов сводим в табл. 10.1.

Таблица 10.1

Результаты расчета

Q , л/с	1	2	3	4	5
Re	$1,06 \cdot 10^4$	$2,12 \cdot 10^4$	$3,18 \cdot 10^4$	$4,25 \cdot 10^4$	$5,31 \cdot 10^4$
λ	0,031	0,026	0,024	0,022	0,021
$k=6,926\lambda$	0,215	0,180	0,163	0,152	0,144
kQ^2 , МПа	0,215	0,72	1,47	2,43	3,60
$\Delta p_{\text{м}}$, МПа	4,9	4,9	4,9	4,9	4,9
$p_{\text{пот}} = \Delta p_{\text{м}} + kQ^2$	5,11	5,62	6,37	7,33	8,50

На рис. 10.6 по результатам таблицы построена характеристика потребного давления $p_{\text{пот}} = f(Q_{\text{м}})$, она пересекается с характеристикой питающей установки в рабочей точке A гидропривода. Точка A определяет параметры рабочего режима: $p_{\text{м}} = 6,9 \text{ МПа}$, $Q_{\text{н}} = 5,15 \text{ л/с}$, $Q_{\text{м}} = 3,58 \text{ л/с}$.

По расходу через мотор находим частоту вращения вала, согласно (10.17):

$$n = Q_{\text{м}} \eta_{\text{мм}} / V_{\text{о}} = 3,58 \cdot 10^{-3} \cdot 0,96 / (80 \cdot 10^{-6}) = 42,5 \text{ об/с}.$$

Полезная мощность гидропривода по (10.18):

$$N_{\text{пол}} = 2\pi n M = 2\pi \cdot 42,5 \cdot 60 = 16,0 \text{ кВт}.$$

Потребляемая мощность гидропривода по (10.19):

$$N_{\text{пот}} = p_{\text{н}} Q_{\text{н}} / \eta_{\text{н}} = 6,9 \cdot 10^6 \cdot 5,15 \cdot 10^{-3} / 0,90 = 39,5 \text{ кВт}.$$

Коэффициент полезного действия гидропривода по (10.20):

$$\eta_{\text{огп}} = N_{\text{пол}} / N_{\text{пот}} = 0,40.$$

6. Если дроссель полностью закрыть, то рабочей точкой будет точка B (см. рис. 10.6), для нее:

$$p_{\text{н}} = 8,55 \text{ МПа}, \quad Q_{\text{м}} = Q_{\text{н}} = 5,08 \text{ л/с}, \quad N_{\text{пол}} = 22,7 \text{ кВт}, \quad \eta_{\text{огп}} = 0,47.$$

Результаты расчетов при измененных параметрах гидросистемы показаны на рис. 10.6. Рабочая точка A' соответствует $d=10 \text{ мм}$, $\zeta_{\text{р}} = 0$; рабочая точка A'' получена при $d=10 \text{ мм}$, $\zeta_{\text{р}} = 2$ для каждого канала распределителя. Сравнение рабочих параметров ОГП для трех вариантов гидролиний приведены в табл. 10.2.

Таблица 10.2

Рабочие параметры ОГП

Варианты гидролиний	$p_{\text{н}}$, МПа	$Q_{\text{н}}$, л/с	$Q_{\text{м}}$, л/с	$N_{\text{пол}}$, кВт	$N_{\text{пот}}$, кВт	$\eta_{\text{огп}}$
$d=12 \text{ мм}$, $\zeta_{\text{р}} = 0$	6,9	5,15	3,58	16,0	39,5	0,40
$d=10 \text{ мм}$, $\zeta_{\text{р}} = 0$	8,9	5,0	3,30	14,8	49,4	0,30
$d=10 \text{ мм}$, $\zeta_{\text{р}} = 2$	10,9	4,95	3,0	13,2	53,9	0,24

10.3. Задачи

10-1÷2. В ОГП поступательного движения используется гидроцилиндр с двухсторонним штоком, диаметры $D_{\text{п}}$, $D_{\text{ш}} = D_{\text{п}} / 2$, КПД $\eta_{\text{оц}} = 0,99$, $\eta_{\text{мц}} = 0,96$, шток нагружен силой F и движется со скоростью $v_{\text{п}}$. Гидролинии выполнены из трубки диаметром d , длина общая от насоса до бака l , система заполнена жидкостью Ж, расчетная температура T . Коэффициент сопротивления распределителя $\zeta_{\text{р}} = 1,5$.

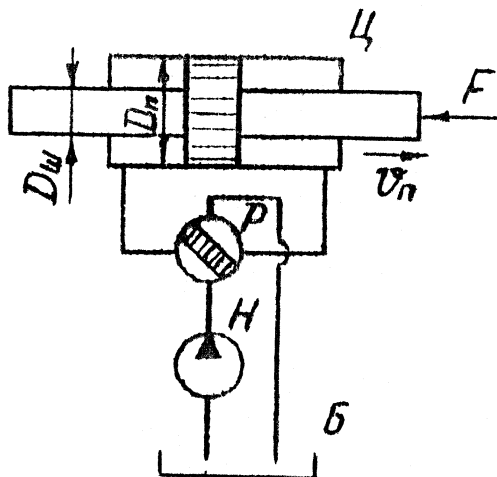
Определить подачу насоса, развиваемое им давление $p_{\text{н}}$ и потребляемую мощность $N_{\text{пот}}$, если КПД насоса $\eta_{\text{н}} = 0,78$.

10-3÷4. Гидропривод поступательного движения преодолевает внешнее усилие на штоке F , гидроцилиндр имеет поршень диаметром $D_{\text{п}}$ и шток с $D_{\text{ш}} = 0,6D_{\text{п}}$, КПД объемный $\eta_{\text{оц}} = 0,99$, механический $\eta_{\text{мц}} = 0,95$. Пластинчатый насос с рабочим объемом $V_0 = 60\text{см}^3$ вращается со скоростью n , объемный КПД насоса $\eta_{\text{он}} = 0,98$. Гидролинии имеют диаметр d , их общая длина l . В системе рабочая жидкость Ж при температуре T .

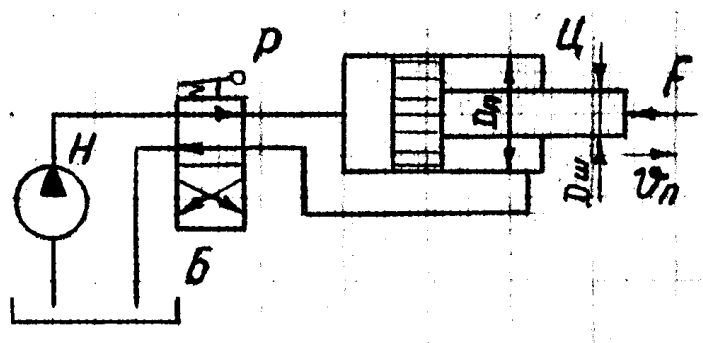
Пренебрегая сопротивлением распределителя, найти скорость перемещения штока $v_{\text{п}}$, давление, развиваемое насосом $p_{\text{н}}$, и его полезную мощность.

10-5÷6. Определить полезную мощность $N_{\text{пол}}$ ОГП и его КПД $\eta_{\text{огп}}$ при внешнем усилии на штоке F и скорости $v_{\text{п}}$. Гидроцилиндр с односторонним штоком имеет поршень диаметром $D_{\text{п}}$, шток с диаметром $D_{\text{ш}} = 0,5D_{\text{п}}$, КПД $\eta_{\text{оц}} = 1,0$, $\eta_{\text{мц}} = 0,90$; КПД насоса $\eta_{\text{н}} = 0,80$. Гидросистема заполнена жидкостью Ж, температура T , гидролинии имеют диаметр d и длины: напорная $0,6l$, сливная $0,8l$, коэффициент сопротивления каждого канала распределителя $\zeta_{\text{р}} = 2,0$.

К задачам 10-1÷4



К задачам 10-5÷8

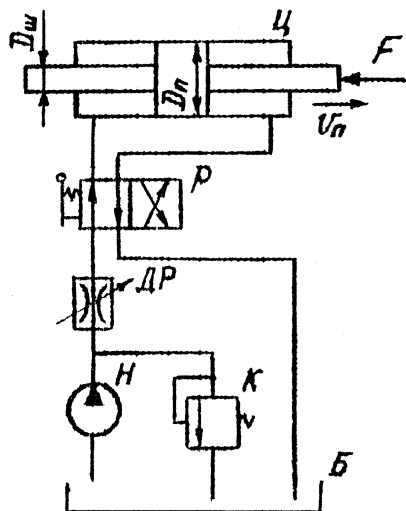


10-7÷8. В ОГП поступательного движения шток гидроцилиндра, преодолевающая силу F , движется со скоростью $v_{\text{п}}$, диаметр поршня гидроцилиндра $D_{\text{п}}$, штока $D_{\text{ш}} = 0,5D_{\text{п}}$, КПД гидроцилиндра $\eta_{\text{мц}} = 0,95$, $\eta_{\text{оц}} = 0,99$. Гидролинии имеют длину $l_{\text{н}} = l_{\text{с}} = l/2$ и диаметр d , суммарный коэффициент местных сопротивлений напорной линии $\sum \zeta = 12$, а линии слива – $\sum \zeta = 8$. Система заполнена жидкостью Ж при температуре T .

Определить потребляемую мощность насоса при КПД $\eta_{\text{н}} = 0,78$.

10-9÷10. Гидропривод поступательного движения включает насос, характеристика которого определена точками (0л/с, 5,5МПа), (0,5л/с, 5,0МПа), (0,6л/с, 0,0МПа). Шток гидроцилиндра нагружен силой F , поршень имеет диаметр $D_{\text{п}}$, шток – $D_{\text{ш}} = 0,5D_{\text{п}}$, механический КПД гидроцилиндра $\eta_{\text{мц}} = 0,95$, объемный – $\eta_{\text{оц}} = 1,0$. Гидролинии имеют общую длину l и диаметр d , система заполнена жидкостью Ж, температура T . Скорость штока $v_{\text{п}}$ регулируется дросселем с коэффициентом расхода $\mu = 0,62$. Определить скорость штока и давление насоса при площади проходного сечения дросселя $S_{\text{др}} = 6\text{мм}^2$, другими местными сопротивлениями пренебречь.

К задачам 10-9÷12



10-11÷12. Определить полезную мощность насоса и скорость поршня $v_{\text{п}}$ при работе гидропривода, изображенного на рисунке. Шток нагружен силой F , диаметр поршня $D_{\text{п}}$, штока $D_{\text{ш}} = 0,5D_{\text{п}}$, механический КПД гидроцилиндра $\eta_{\text{мц}} = 0,92$; объемный $\eta_{\text{оц}} = 0,96$. Напорная линия имеет длину $l_1 = 0,8l$, сливная $l_2 = 0,6l$, диаметр одинаковый d , в системе жидкость Ж при температуре T . Регулирующий дроссель имеет проходное сечение $S_{\text{др}} = 6,5\text{мм}^2$, коэффициент расхода $\mu = 0,6$. Другими местными сопротивлениями пренебречь. Характеристика насоса задана точками (0л/с, 6,0МПа), (0,4л/с, 5,2МПа), (0,45л/с, 0,0МПа).

10-13÷14. Для подъема груза $G = 1,8F$ со скоростью $v_{\text{п}}$ применяются два одинаковых гидроцилиндра с диаметрами $D_{\text{п}}$ и $D_{\text{ш}} = 0,5D_{\text{п}}$. Груз смещен так, что на первый цилиндр приходится нагрузка F , а на второй – $0,8F$. Гидролинии имеют диаметр d и длины: от точки A до цилиндров $l_1 = 0,4l$, от цилиндров до точки B $l_2 = 0,3l$, от точки B до бака $l_3 = 0,7l$; в системе жидкость Ж при температуре T . Определить давление, создаваемое насосом в точке A и коэффициент сопротивления дросселя $\zeta_{\text{др}}$, который надо установить для подъема платформы груза без перекосов. Механический КПД гидроцилиндра $\eta_{\text{мц}} = 0,92$, объемный – $\eta_{\text{оц}} = 1,0$. Местными потерями, кроме дросселя, пренебречь.

Указание. Расчет ведется из условия, что потери давления (с учетом перепада давлений на поршнях) в гидролиниях гидроцилиндров равны.

10-15÷16. В подъемном устройстве используются два одинаковых гидроцилиндра с диаметрами D_n и $D_{ш} = 0,5D_n$. Вес поднимаемого груза $G=2F$, вес балки, соединяющей штоки цилиндров $G_1 = 0,2F$. Насос подает в точку A расход $Q_n = 1,5\text{л/с}$. Гидролинии выполнены из трубки диаметром d и имеют длины: от точки A до цилиндров $l_1 = 0,4l$, от цилиндров до точки B $l_2 = 0,3l$, от точки B до бака $l_3 = 0,6l$, гидросистема заполнена жидкостью $Ж$, расчетная температура T . Определить скорость подъема груза из условия, что балка не перекашивается, найти место расположения груза на балке и давление в точке A , если коэффициент сопротивления дросселя $\zeta_{др} = 100$, а КПД гидроцилиндра: $\eta_{мц} = 0,95$, $\eta_{оц} = 1,0$. Местными потерями, кроме дросселя, пренебречь.

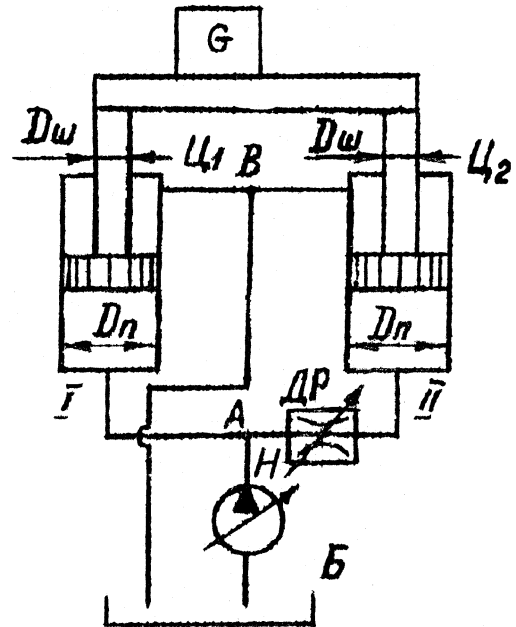
Указание см. к задачам 10-13÷14.

10-17÷18. Определить частоту вращения и мощность на валу гидромоторов, включенных параллельно, если подача насоса $Q_n = 2,2\text{л/с}$, рабочие объемы гидромоторов $V_{o1} = V_o$; $V_{o2} = 2V_o$, моменты на их валах $M_1 = M$; $M_2 = 1,8M$, объемные и механические КПД моторов одинаковы $\eta_{ом} = \eta_{мм} = 0,95$. Система заполнена жидкостью $Ж$, при температуре T , гидролинии моторов между узлами A и B имеют одинаковые длины l и диаметр d . Проходное сечение дросселя $S_{др} = 0,30\text{см}^2$, коэффициент расхода $\mu = 0,85$. Какую полезную мощность при этом развивает насос?

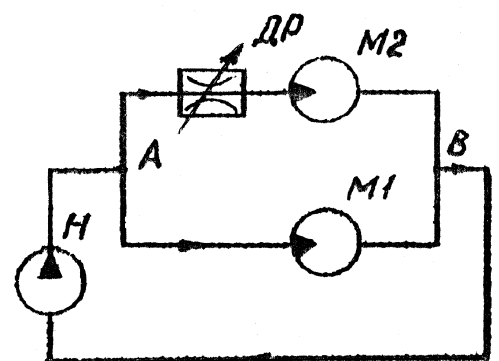
Указание. Расчет ведется из условия, что потери давления в параллельных гидролиниях (с учетом перепада давлений на гидромоторах) равны.

10-19÷20. В ОГП вращательного движения гидромоторы $M1$ и $M2$ включены параллельно и работают на один вал, преодолевая общий момент M . Рассчитать проходное сечение дросселя $S_{др}$ так, чтобы моменты гидро-

К задачам 10-13÷16



К задачам 10-17÷20



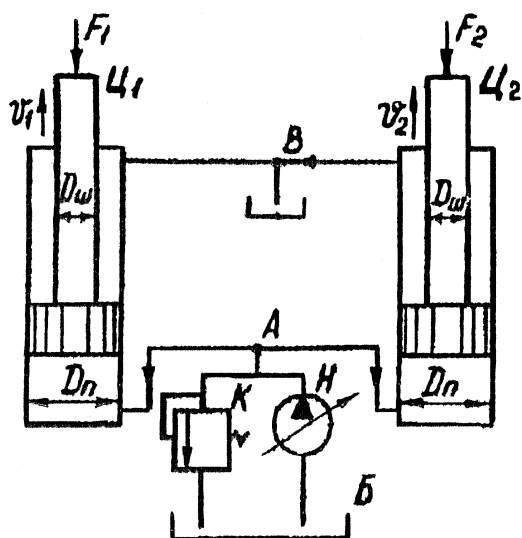
моторов были одинаковыми $M_1 = M_2 = 0,5M$, если рабочие объемы моторов $V_{01} = V_0$; $V_{02} = 1,2V_0$, КПД одинаковые $\eta_{ом} = \eta_{мм} = 0,95$, коэффициент расхода дросселя $\mu=0,85$. Гидролинии моторов между узлами A и B имеют одинаковые длины l и диаметр d , система заполнена жидкостью $Ж$, при температуре T . Определить также частоту вращения моторов при подаче насоса $Q_H = 2,2\text{л/с}$.

Указание см. к задачам 10-17÷18.

10-21÷22. В ОГП продольной подачи рабочего стола металлорежущего станка (см. схему к задачам 10-5-8) насос подает жидкость $Ж$, температура которой T , в гидроцилиндр, шток нагружен силой F , диаметр поршня $D_{п}$, штока $D_{ш} = 0,5D_{п}$, КПД цилиндра $\eta_{оц} = 1$, $\eta_{мц} = 0,9$. Гидролинии имеют диаметр d , длина напорной и сливной ветвей l , коэффициент потерь давления каждого канала распределителя $\Delta p_p^{ном} = 0,1\text{МПа}$ при $Q_p^{ном} = 1,0\text{л/с}$. Характеристика насоса с переливным клапаном задана точками $(0,0\text{л/с}, 4,0\text{МПа})$, $(1,5\text{л/с}, 3,0\text{МПа})$, $(1,65\text{л/с}, 0,0\text{МПа})$. Определить скорость перемещения стола вправо.

10-23÷24. В подъемном устройстве используются одинаковые гидроцилиндры $Ц1$ и $Ц2$ с диаметрами поршней $D_{п}$ и штоков $D_{ш} = 0,6D_{п}$, КПД цилиндров: объемный $\eta_{оц} = 0,98$, механический $\eta_{мц} = 0,92$; нагрузки штоков гидроцилиндров одинаковые $F_1 = F_2 = F$. Характеристика насоса задана точками: $(0,0\text{л/с}, 4\text{МПа})$, $(0,6\text{л/с}, 3,5\text{МПа})$, $(0,7\text{л/с}, 0,0\text{МПа})$. Гидролинии имеют диаметр d и длины: напорные ветви после узла A $l_H = l$, сливные ветви до узла B $l_c = 0,8l$, местные потери давления составляют 30% потерь по длине, сопротивление подводящей трубы к узлу A и отводящей от узла B можно не учитывать. Система заполнена маслом $Ж$, при температуре T . Определить скорости поршней при подъеме груза.

К задачам 10-23÷26



Указание. Кривую потребного давления необходимо строить с учетом разделения потока в узле A .

10-25÷26. В гидроприводе подъемного устройства масло $Ж$ при температуре T подается насосом H в одинаковые гидроцилиндры с поршнями диаметром $D_{п}$ и штоками диаметром $D_{ш} = 0,5D_{п}$, к штокам приложены силы $F_1 = F$, $F_2 = 1,2F$, КПД цилиндров $\eta_{мц} = 0,92$, $\eta_{оц} = 1$. Диаметры гидролиний d , длины ветвей от узла A до цилиндров $l_1 = l$, от цилиндров до узла B $l_2 = 0,8l$, местные потери давления со-

ставляют 30% потерь по длине, сопротивление на участках до узла A и от узла B до бака не учитывается. Определить скорости поршней при их движении вверх, если характеристика насоса задана точками: (0,0л/с, 4,0МПа), (0,6л/с, 3,5МПа), (0,7л/с, 0,0МПа).

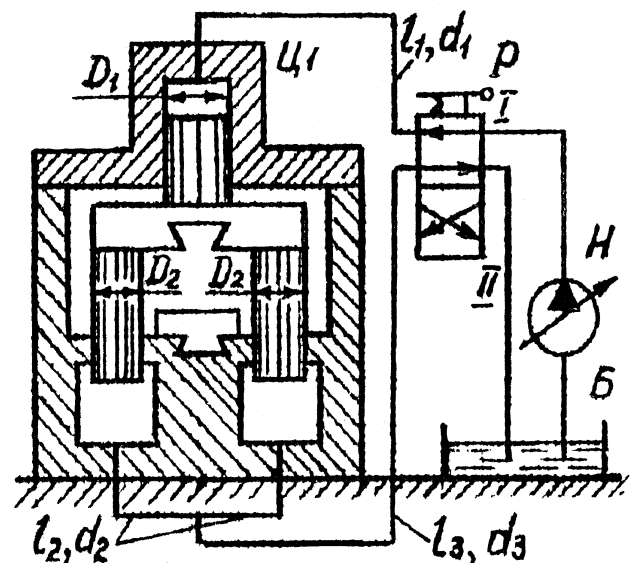
Указание. Кривую потребного давления следует строить с учетом разделения потока в узле A для разных перепадов давления в гидроцилиндрах (см. гл. 11).

10-27÷28. В ОГП поступательного движения (см. рис. 10.1) насос с рабочим объемом V_0 имеет частоту вращения вала n и объемный КПД $\eta_{\text{он}} = 0,96$ при $p_{\text{н}} = 8,0\text{МПа}$. Давление открытия переливного клапана $p_{\text{ко}} = 5,0\text{МПа}$, а при $p_{\text{к}} = 6,0\text{МПа}$ вся жидкость сливается через клапан. Гидроцилиндр с односторонним штоком имеет диаметр поршня $D_{\text{п}} = 10d$, диаметр штока $D_{\text{ш}} = 0,4D_{\text{п}}$, шток нагружен силой F , КПД гидроцилиндра: $\eta_{\text{мц}} = 0,95$, $\eta_{\text{оц}} = 1,0$. Гидролинии имеют диаметр d и длины: напорная $l_{\text{н}} = l$, сливная $l_{\text{сл}} = 1,5l$, эквивалентная длина каждого канала распределителя $l_{\text{эк}} = 200d$. Другими местными сопротивлениями пренебречь. В системе масло Ж, при температуре T . Определить скорость поршня $v_{\text{п}}$ и полезную мощность ОГП.

10-29÷30. В гидравлическом прессе усилие прессования F создается верхним рабочим цилиндром с диаметром поршня $D_1 = D_{\text{п}}$ и силой тяжести $G = 0,1F$ подвижных частей. Для подъема подвижных частей служат два нижних гидроцилиндра с плунжерами диаметра $D_2 = 0,6D_{\text{п}}$, КПД цилиндров $\eta_{\text{оц}} = 0,96$, $\eta_{\text{мц}} = 0,9$ можно считать постоянными. Насос, характеристика которого задана точками: (0,0л/с, 8,0МПа), (11,0л/с, 7,0МПа), (12,5л/с, 0,0МПа), обеспечивает работу гидросистемы пресса на жидкости Ж с температурой T . Длины и диаметры гидролиний определены величинами: $l_1 = 0,8l$, $d_1 = d$; $l_2 = 0,4l$, $d_2 = 0,75d$; $l_3 = 0,8l$, $d_3 = d$. Эквивалентная длина каждого канала распределителя $l_{\text{эк}} = 100d$. Определить скорость подвижных частей, полезную мощность насоса и КПД гидропривода при прессовании, если общий КПД насоса $\eta_{\text{н}} = 0,78$.

Указание. Выражение потребного давления следует получить из условия равновесия подвижных частей при прессовании.

К задачам 10-29÷32

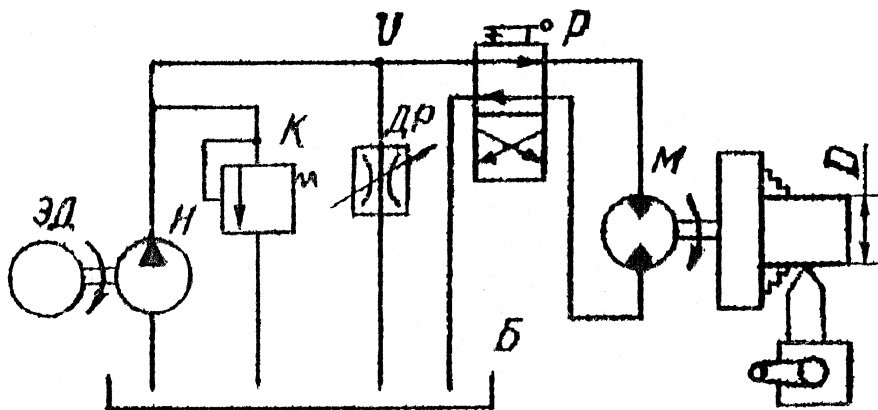


10-31÷32. По условиям задач 10-29÷30, принимая свои значения параметров F , d , D_{Π} , l , T , определить рабочую точку ОГП, скорость подъема подвижных частей, КПД гидропривода при возврате инструмента в верхнее положение.

Указание. Выражение потребного давления необходимо получить из условия равновесия подвижных частей при их подъеме.

10-33÷34. Гидромотор с рабочим объемом $V_0 = 40 \text{ см}^3$ управляется параллельным дросселем и используется в качестве привода главного движения токарного станка. При обработке детали диаметром $D = D_{\Pi}$ касательная составляющая усилия резания равна F . Гидросистему питает насос с рабочим объемом $V_{\text{он}} = 2V_0$ и теоретической подачей $Q_{\text{н}}^{\text{T}} = 2,0 \text{ л/с}$. Объемные и механические КПД гидромашин: $\eta_0 = 0,92$ при $p = 10 \text{ МПа}$, $\eta_{\text{м}} = 0,94$. Регулируемый дроссель имеет максимальную площадь проходного сечения $S_{\text{др}}^{\text{max}} = 40 \text{ мм}^2$ и коэффициент расхода $\mu = 0,65$. Гидролинии гидромотора и дросселя от узла U до гидробака имеют длины l и диаметр d , сопротивление канала распределителя определяется коэффициентом $\zeta_p = 1,5$, потерями давления на участке от насоса до узла U можно пренебречь. Определить частоту вращения шпинделя и мощность привода насоса при степени открытия дросселя $\bar{S} = 0,2$, если гидравлический КПД насоса $\eta_{\text{г}} = 1,0$. Гидросистема заполнена маслом Ж при температуре T .

К задачам 10-33÷34



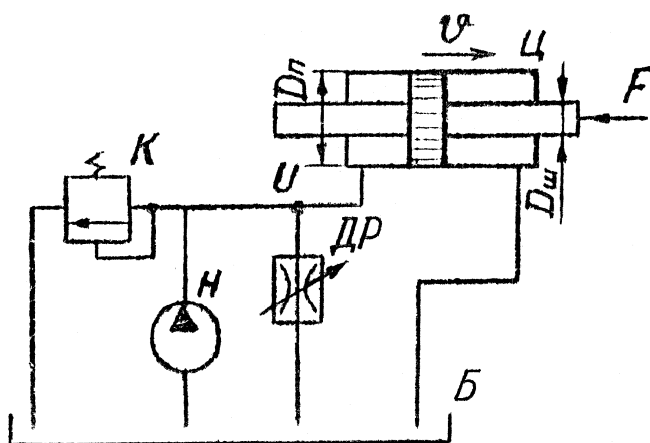
10-35÷36. В ОГП поступательного движения (см. схему к задачам 10-9÷12) применяется последовательно включенный регулируемый дроссель для изменения скорости поршня. Нужно определить степень открытия дросселя \bar{S} для получения значения скорости v_{Π} при известных гидравлических параметрах системы. Гидроцилиндр имеет диаметр поршня D_{Π} , диаметр штока $D_{\text{ш}} = 0,5D_{\Pi}$ и нагрузку F при $\eta_{\text{мц}} = 0,96$, $\eta_{\text{оц}} = 0,95$. Характеристика насоса определена точками: $(0,0 \text{ л/с}, 10,0 \text{ МПа})$, $(0,5 \text{ л/с}, 9,0 \text{ МПа})$, $(0,6 \text{ л/с}, 0,0 \text{ МПа})$. Гид-

ролинии имеют диаметр d и эквивалентную длину l (без дросселя). Система заполнена жидкостью Ж, при температуре T . Дроссель имеет максимальное проходное сечение $S_{др}^{max} = 10 \text{ мм}^2$ и коэффициент расхода $\mu = 0,75$. При найденном значении \bar{S} и заданном $v_{п}$ вычислить КПД ОГП, если КПД насоса $\eta_n = 0,8$. Как изменится КПД гидропривода при увеличении нагрузки в 2 раза при той же степени открытия дросселя?

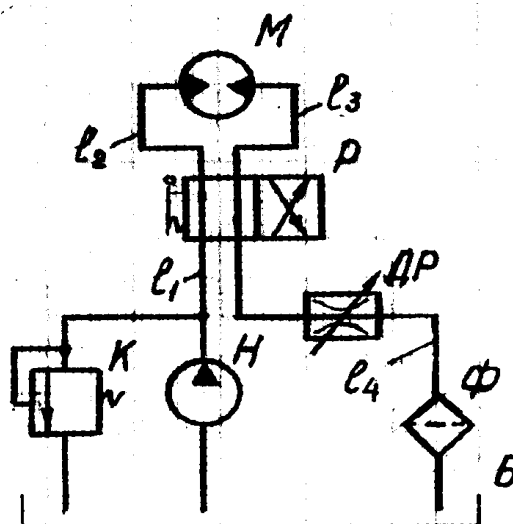
10-37÷38. В ОГП поступательного движения для регулирования скорости штока используется параллельный гидроцилиндру регулируемый дроссель с максимальным проходным сечением площадью $S_{др}^{max} = 8 \text{ мм}^2$ и коэффициентом расхода $\mu = 0,65$. Диаметр поршня гидроцилиндра $D_{п}$, штока $D_{ш} = 0,5D_{п}$, КПД $\eta_{оц} = 1,0$; $\eta_{мщ} = 0,95$. Характеристика насоса задана точками: (0,0л/с, 6,0МПа), (0,6л/с, 5,5МПа), (0,65л/с, 0,0МПа). Гидролинии после узла ветвления U для цилиндра и дросселя одинаковы и имеют длину l и диаметр d . Система заполнена жидкостью Ж при температуре T . Определить скорость поршня $v_{п}$ для двух значений степени открытия дросселя: $\bar{S} = 0,01$, $\bar{S} = 1,0$, сопротивлением в ветви насоса до узла U пренебречь.

10-39÷40. В ОГП вращательного движения дроссель и фильтр установлены в сливной линии. Насос имеет характеристику, заданную точками: (0,0л/с, 6,8МПа), (1,7л/с, 6,3МПа), (2,0л/с, 0,0МПа), и КПД $\eta_n = 0,88$. Рабочий объем гидромотора V_0 , момент на валу M , КПД $\eta_{мм} = 0,9$, $\eta_{ом} = 0,94$. Длины участков и диаметры гидролиний: $l_1 = 1,5l$, $l_2 = l_3 = l$, $l_4 = 2l$, $d_1 = d_4 = 1,2d$, $d_2 = d_3 = d$. Коэффициенты сопротивления каждого канала распределителя, дросселя и фильтра, отнесенные к диаметру d , соответственно равны: $\zeta_p = 10$, $\zeta_{др} = 20$, $\zeta_{ф} = 15$. Система заполнена жидкостью Ж при температуре T . Определить частоту вращения вала гидромотора и КПД гидропривода.

К задачам 10-37÷38



К задачам 10-39÷40



Исходные данные к задачам гл. 10

Номер задачи	Жидкость Ж	F или M	v_{Π} или n	d , мм	D_{Π} или V_o	l , м	T , $^{\circ}C$
10-1	} масло трансформаторное	16кН	0,10м/с	12	80мм	6,0	15
10-2		12кН	0,05	10	60мм	8,0	10
10-3	} масло АМГ-10	20кН	50об/с	16	80мм	8,0	55
10-4		14кН	25об/с	12	60мм	6,0	65
10-5	} масло трансформаторное	50кН	4,0см/с	15	110мм	10,0	60
10-6		80кН	7,5см/с	22	140мм	8,0	65
10-7	} масло индустриальное 20	100кН	5,5см/с	20	160мм	12,0	50
10-8		60кН	5,5см/с	15	110мм	10	50
10-9	} масло турбинное 30	5,0кН	-	10	80мм	5,0	65
10-10		8,0кН	-	12	100мм	6,0	60
10-11	} масло индустриальное 50	6,0кН	-	12	100мм	8,0	50
10-12		7,0кН	-	10	120мм	8,0	40
10-13	} масло турбинное 22	10,0кН	10см/с	12	100мм	8,0	55
10-14		30,0кН	5см/с	10	110мм	10,0	50
10-15	} масло индустриальное 20	20кН	-	10	100мм	10,0	30
10-16		16кН	-	8	80мм	8,0	40
10-17	} масло веретенное АУ	80Нм	-	18	30 см ³	6	60
10-18		25Нм	-	12	40 см ³	7	70
10-19	} масло турбинное 22	60Нм	-	18	30 см ³	6	60
10-20		50Нм	-	10	32 см ³	6	50
10-21	} масло трансформаторное	5,0кН	-	10	60мм	0,8	60
10-22		24кН	-	15	100мм	1,2	55
10-23	} масло АМГ-10	12кН	-	10	80мм	2,0	20
10-24		18кН	-	12	100мм	3,0	25

Окончание табл. 10.3

Номер задачи	Жидкость Ж	F или M	v_{Π} или n	d , мм	D_{Π} или V_o	l , м	T , $^{\circ}C$
10-25	} масло веретенное АУ	10кН	-	10	80мм	2,4	30
10-26		15кН	-	12	100мм	2,8	40
10-27	} масло турбинное 22	25кН	30об/с	10	32 см ³	4,0	70
10-28		30кН	25об/с	12	40 см ³	6,8	65
10-29	} масло промышленное 20	700кН	-	28	400мм	12,0	20
10-30		250кН	-	20	250мм	10,0	25
10-31	} масло турбинное 30	600кН	-	24	360мм	10,0	20
10-32		400кН	-	20	300мм	8,0	40
10-33	} масло АМГ-10	260Н	-	20	100мм	1,0	55
10-34		300Н	-	16	80мм	1,0	65
10-35	} масло промышленное 12	40кН	5см/с	8	120мм	4,5	60
10-36		60кН	4см/с	10	140мм	5,4	70
10-37	} масло веретенное АУ	16кН	-	12	80мм	2,8	55
10-38		12кН	-	10	60мм	2,5	65
10-39	} масло трансформаторное	30Нм	-	16	70 см ³	1,0	60
10-40		60Нм	-	18	140см ³	1,0	45

11. РАСЧЕТ СЛОЖНОГО ТРУБОПРОВОДА НА ПЭВМ

11.1. Основные сведения из теории, расчетные формулы и методические указания

11.1.1. Простой трубопровод (рис. 11.1)

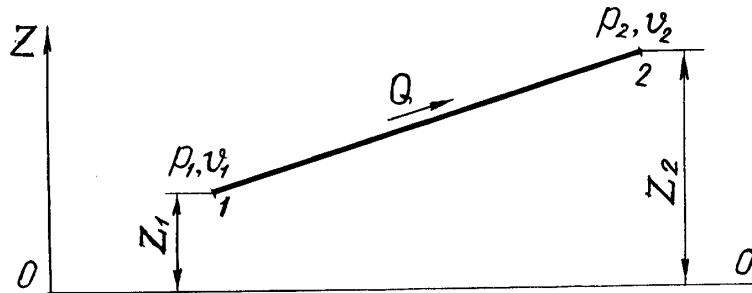


Рис. 11.1

Потери напора в простом трубопроводе, состоящем из N последовательных отрезков и содержащем M местных сопротивлений, находятся по формуле

$$\sum h = \left[\sum_{i=1}^N \lambda_i \frac{l_i}{d_i} \left(\frac{d}{d_i} \right)^4 + \sum_{j=1}^M \zeta_j \left(\frac{d}{d_j} \right)^4 \right] \cdot \frac{v^2}{2g} = \zeta_C \cdot \frac{v^2}{2g} = K \cdot Q^m, \quad (11.1)$$

где λ и ζ - коэффициенты гидравлического трения и местных сопротивлений.

Располагаемый гидродинамический напор будем искать в виде

$$H_{\text{расп}} = \frac{p_2}{\rho g} = \frac{p_1}{\rho g} + \left(\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} - \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \right) + (Z_1 - Z_2) - \sum h_{1-2}. \quad (11.2)$$

В выражении (11.2) $H_{\text{расп}}$ показывает, какой напор (давление) нужно создать в конце трубопровода при заданных условиях (p_1, v_1, Z_1) в начале трубопровода для продвижения жидкости с расходом Q .

Потребный гидродинамический напор определим в виде

$$H_{\text{потр}} = \frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_2}{\rho g} + \left(\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} - \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} \right) + (Z_2 - Z_1) + \sum h_{1-2}. \quad (11.3)$$

В выражении (11.3) $H_{\text{потр}}$ показывает, какой напор (давление) необходимо создать в начале трубопровода при заданных условиях (p_2, v_2, Z_2) в конце трубопровода для продвижения жидкости с расходом Q .

Функции $\sum h, H_{\text{расп}}, H_{\text{потр}}$ зависят от расхода жидкости Q .

11.1.2. Соединения простых трубопроводов. Сложный трубопровод в общем случае составлен из простых трубопроводов с последовательным, параллельным или разветвленным их соединением.

Последовательное соединение двух труб AB и BC показано на рис. 11.2.

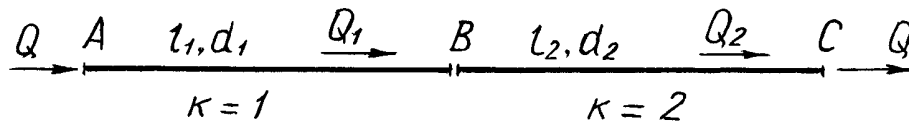


Рис. 11.2.

При подаче жидкости по такому трубопроводу расход во всех сечениях одинаков, а полная потеря напора между точками A и C равна сумме потерь напора в первом и втором трубопроводах:

$$Q_1 = Q_2 = Q; \quad \sum h = \sum h_1 + \sum h_2. \quad (11.4)$$

Характеристику последовательного соединения труб $\sum h(Q)$ можно получить путем графического сложения характеристик $\sum h_1(Q)$ и $\sum h_2(Q)$, как это показано на рис. 11.3.

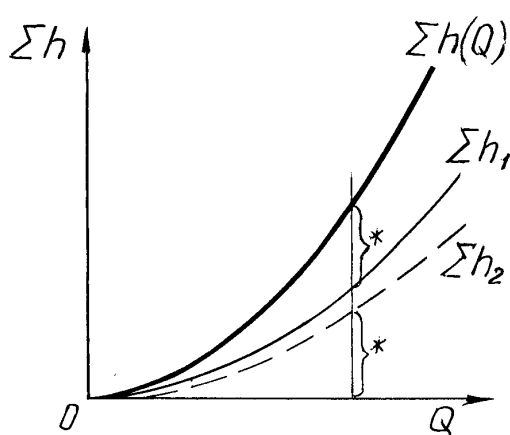


Рис. 11.3

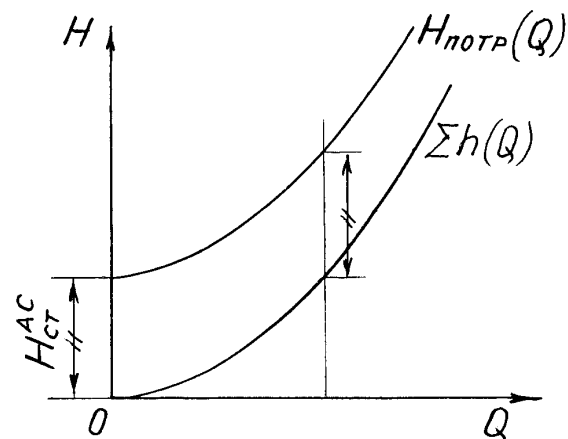


Рис. 11.4

Пренебрегая разностью скоростных напоров в точках A и C , запишем выражение для потребного напора последовательного соединения труб:

$$H_{\text{потр}} = \frac{p_A}{\rho g} = \frac{p_C}{\rho g} + (Z_C - Z_A) + \sum h = H_{\text{ст}}^{AC} + \sum h,$$

в котором $H_{\text{ст}}^{AC} = \frac{p_C}{\rho g} + (Z_C - Z_A) = \text{const.}$

Кривая потребного напора $H_{\text{потр}}(Q)$ проходит эквидистантно кривой $\sum h(Q)$, как это показано на рис. 11.4.

Выражение для потребного напора последовательного соединения труб можно записать по-другому:

$$H_{\text{потр}} = H_{\text{потр}}^{BC} + (Z_B - Z_A) + \sum h_{AB}, \quad (11.5)$$

где потребный напор для трубы BC определяется в виде

$$H_{\text{потр}}^{BC} = \frac{p_B}{\rho g} = \frac{p_C}{\rho g} + (Z_C - Z_B) + \sum h_{BC}.$$

Выражение (11.5) представляет удобство для графического сложения потребных напоров последовательного соединения труб.

Параллельное соединение простых трубопроводов между узловыми точками A и B показано на рис. 11.5. Для расходов в ветвях и всего соединения очевидно соотношение:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3.$$

Начальные и конечные условия (p_A, Z_A, p_B, Z_B) для параллельных ветвей одинаковы, что обуславливает равенство потерь напора в ветвях. Это даёт систему уравнений для аналитического решения параллельного соединения труб.

Характеристику параллельного соединения можно получить путем графического сложения характеристик ветвей, как это показано на рис. 11.6.

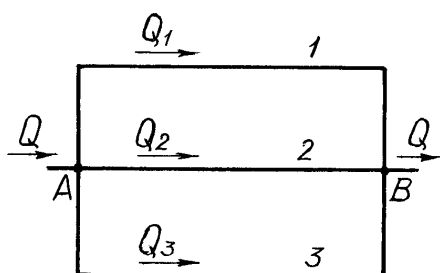


Рис. 11.5

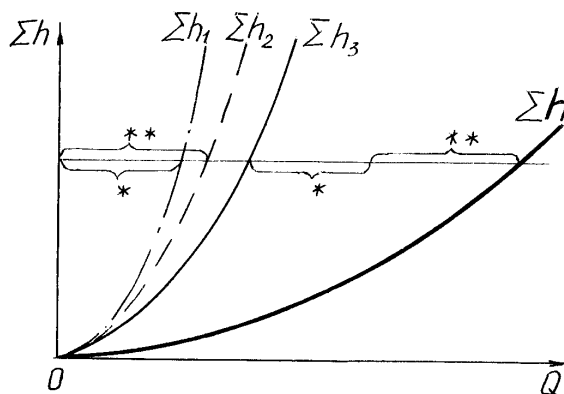


Рис. 11.6

Выражение для потребного напора:

$$H_{\text{потр}} = \frac{p_A}{\rho g} = \frac{p_B}{\rho g} + (Z_B - Z_A) + \sum h = H_{\text{ст}}^{AB} + \sum h,$$

$$H_{\text{ст}}^{AB} = \frac{p_B}{\rho g} + (Z_B - Z_A).$$

Разветвлённое соединение представляет соединение простых трубопроводов в одной узловой точке, как это показано на рис. 11.7. Жидкость подается в узловую точку A и расходится по ветвям $1, 2$.

Так же, как и для параллельного соединения, в узле A выполняется условие:

$$Q = Q_1 + Q_2. \quad (11.6)$$

Отличие заключается в разных конечных условиях в ветвях 1 и 2 .

Течение в разветвлённом соединении происходит при одинаковом для всех ветвей напоре $p_A / \rho g$ (или давлении p_A) в узле A . Исходя из этого, запишем выражение для потребного напора для ветвей 1 и 2:

$$\left. \begin{aligned} H_{\text{потр}}^{AB} &= \frac{p_A}{\rho g} = \frac{p_B}{\rho g} + (Z_B - Z_A) + \sum h_1 = H_{\text{ст}}^{AB} + \sum h_1; \\ H_{\text{потр}}^{AC} &= \frac{p_A}{\rho g} = \frac{p_C}{\rho g} + (Z_C - Z_A) + \sum h_2 = H_{\text{ст}}^{AC} + \sum h_2. \end{aligned} \right| \quad (11.7)$$

Совокупность уравнений (11.6)-(11.7) образует расчетную систему уравнений для аналитического решения задачи.

При использовании графоаналитического способа необходимо построение кривой потребного напора разветвлённого соединения $H_{\text{потр}}(Q)$. Для этого необходимо предварительно построить кривые потребных напоров ветвей $H_{\text{потр}}^{AB}(Q)$ и $H_{\text{потр}}^{AC}(Q)$. Затем по правилу параллельного соединения осуществим их графическое сложение, как это показано на рис. 11.8.

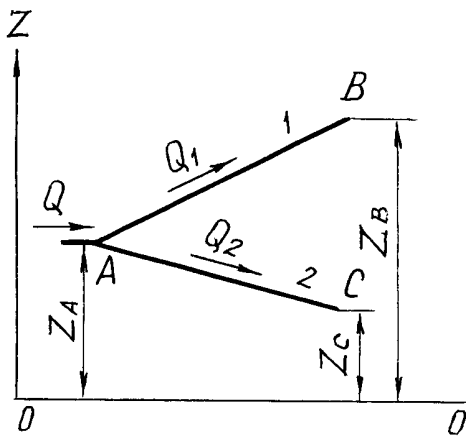


Рис. 11.7

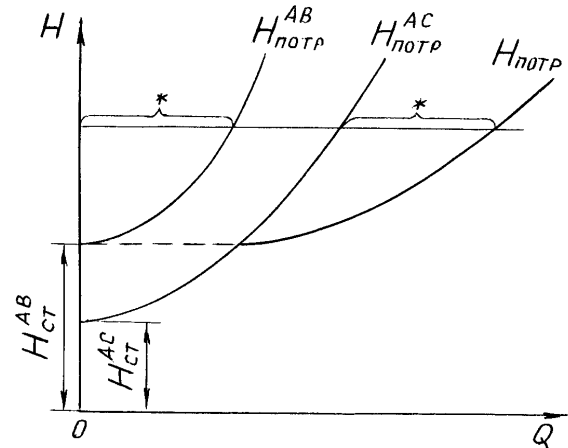


Рис. 11.8

Из рис. 11.8 видно, что условием подачи жидкости во все ветви является

$$\frac{p_A}{\rho g} > \max(H_{\text{ст}}^{AB}; H_{\text{ст}}^{AC}).$$

В дальнейшем будем полагать, что данное условие выполняется.

11.1.3. Сложные трубопроводы с концевой раздачей. Сложные трубопроводы разделяют на два вида: **разомкнутый разветвлённый** с концевой раздачей и **замкнутый кольцевой** с раздачей жидкости в узлах.

Ограничимся рассмотрением только разомкнутых разветвленных трубопроводов.

На рис. 11.9. приведен трубопровод, состоящий из магистральной части ABC и ветвей раздачи жидкости CD и CE .

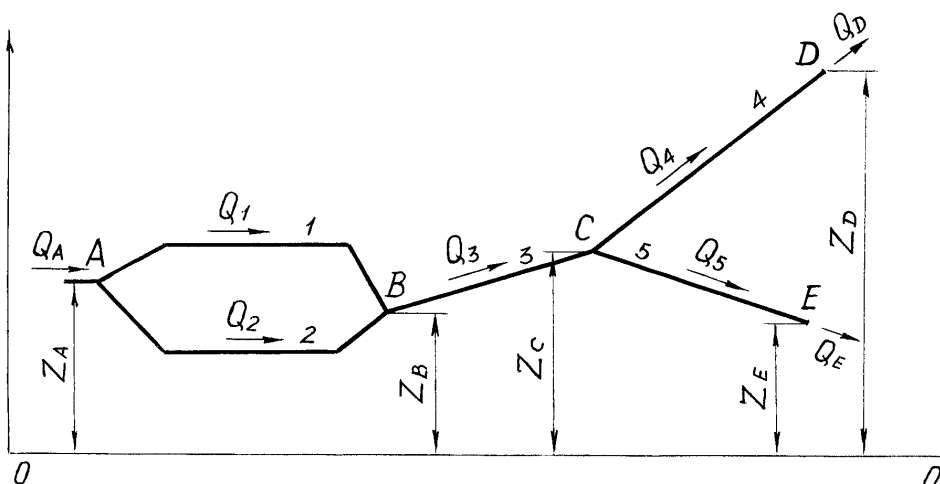


Рис. 11.9

Будем полагать, что известны размеры магистрали и ветвей (L, d, Δ) и аппликаты узлов (Z_A, Z_B, Z_C, Z_D, Z_E), заданы все местные сопротивления (ζ) и давления в точках раздачи жидкости p_D и p_E . В этом случае могут решаться следующие основные задачи:

1. Дан расход Q_A , поступающий в магистраль. Определить расходы Q_D, Q_E , а также потребный напор (потребное давление) в узле A ;
2. Дан напор в точке A (давление p_A). Определить расход в магистрали и расходы в каждой из ветвей раздачи.

Оба типа задач решаются на основе:

- 1) уравнений расходов для узлов

$$Q_A = Q_1 + Q_2 = Q_3; \quad Q_3 = Q_4 + Q_5;$$

- 2) равенства потребных напоров для ветвей CD и CE разветвлённого соединения;
- 3) равенства потерь напора для ветвей 1 и 2 параллельного соединения AB ;
- 4) правил определения характеристик соединений простых трубопроводов.

Аналитическое решение, достаточно громоздкое и индивидуальное для каждой схемы сложного трубопровода, можно упростить и свести к схеме расчета простого трубопровода, если построить кривую потребного напора $H_{\text{потр}}(Q)$. При помощи несложной графической процедуры решаются оба типа задач.

Последовательность расчета по методу приведения к простому трубопроводу :

1. Разметка узлов, участков магистральной линии и ветвей сложного трубопровода. Например, трубопровод, показанный на рис. 11.9, разбивается на 3 последовательных участка (рис. 11.10): $m=1$ - разветвлённое соединение ветвей

4 и 5; $m=2$ - магистральный простой трубопровод 3; $m=3$ - параллельное соединение ветвей 1 и 2 магистрали. Разбивка на участки ведется в обратном потоку жидкости \bar{Q} направлении и номер m отражает ещё и последовательность расчёта. В итоге сложный трубопровод приведен методически к последовательному соединению трёх участков.

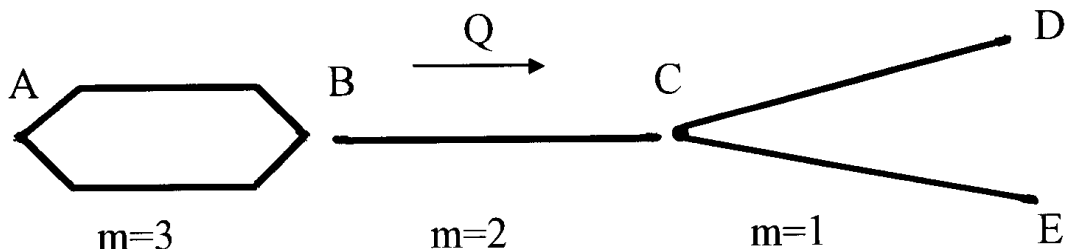


Рис. 11.10

2. Производится расчёт характеристик отрезков трубопровода $\sum h_k(Q)$. Расчёт может быть выполнен на ПЭВМ по программе "**gidxar.exe**".

3. Выполняется расчёт и построение кривых потребного напора раздаточных ветвей 4 и 5 по формулам (11.7). Затем следует графическое построение кривой потребного напора разветвлённого соединения ($m=1$), как это показано на рис. 11.8.

4. Осуществляется соединение участка BC ($m=2$) и разветвлённого соединения CDE ($m=1$). По формуле (11.4) рассчитывается и строится кривая потребного напора соединения $BCDE$.

5. Выполняется графическое построение кривой потребного напора параллельного соединения AB ветвей 1 и 2 ($m=3$).

6. Осуществляется соединение объединенного участка $BCDE$ с параллельным участком AB . По формуле (11.4) рассчитывается и строится кривая потребного напора всего трубопровода $ABCDE$ $H_{\text{потр}}(Q)$.

7. В зависимости от типа задачи графическим методом находим решение.

11.2. Описание пакета программ "gidroxar" для расчёта сложного трубопровода

Пакет программ при расчёте сложного трубопровода на ПЭВМ состоит из нескольких программ для выполнения отдельных этапов:

"gidisx.exe" - программа подготовки и хранения исходной информации об отрезках сложного трубопровода;

"gidxar.exe" - программа расчёта гидравлической характеристики, кривых располагаемого и потребного напоров отрезков сложного трубопровода;

"gidsum1.exe" - программа расчёта характеристик соединений отрезков трубопровода;

"gidsum2.exe" - программа расчёта характеристик сложного трубопровода;

"gidgraf.exe" - программа графического отображения результатов расчёта.

Программа "**gidisx.exe**" предназначена для создания файлов исходной информации об отрезках труб сложного разветвлённого трубопровода: $Z_1, Z_2, p_1, p_2, N, L_i, d_i, \Delta_i, M, \zeta_j$. В результате работы программы для каждого отрезка трубопровода создаётся файл "*trub_k.dta*", $k=1,2,\dots$.

Программа "**gidxar.exe**" используется при расчёте для каждого отрезка гидравлической характеристики $\sum h_k(Q)$, кривых $H_{\text{потр}}^k(Q)$, $H_{\text{расп}}^k(Q)$. Программа считывает из файлов "*trub_k.dta*" данные об отрезках труб, запрашивает характеристики жидкости ρ, ν , диапазон предполагаемого расхода жидкости ($Q_{\min} - Q_{\max}$). Затем выполняется расчёт и его результаты записываются в файлы "*hpotr_k.dta*", $k=1,2, \dots$.

По выполнении для каждого отрезка этих расчётов решение может продолжаться вручную.

Программа "**gidsum1.exe**" предназначена для расчёта гидравлической характеристики $\sum h_m(Q)$, кривых $H_{\text{потр}}^m(Q)$, $H_{\text{расп}}^m(Q)$ соединений отрезков трубопровода с номером m . Программа считывает из файлов "*hpotr_k.dta*" соответствующие характеристики отрезков и, в зависимости от вида соединения, осуществляет расчет и графическое сложение характеристик. Результаты действий программы заносятся в файлы "*shpotr_m.dta*", $m=1, 2, \dots$.

Программа "**gidsum2.exe**" осуществляет расчет кривой $H_{\text{потр}}(Q)$ или $H_{\text{расп}}(Q)$ всего трубопровода.

Программа "**gidgraf.exe**" предназначена для графического отображения результатов расчёта на экране монитора и на принтере.

Практические аспекты работы с программами реализованы в удобном для пользователя диалоге с ПЭВМ.

В качестве примера приведен расчет (табл. 11.1) для трубопровода, схема которого дана на рис. 11.9.

Таблица 11.1

Геометрические и гидравлические параметры трубопровода

Номер отрезка	$L, \text{ м}$	$d, \text{ мм}$	$\Delta, \text{ мм}$	$\sum h_i, \text{ м}$	$Z_i, \text{ м}$	
1	10,0	20	0,10	2,0	$Z_A = 0$	Жидкость - вода $p_D = p_{\text{атм}}$ $p_E = p_{\text{атм}}$
2	12,0	20	0,10	1,0	$Z_B = 3,0$	
3	10,0	20	0,10	2,0	$Z_C = 5,0$	
4	5,0	20	0,10	3,5	$Z_D = 8,0$	
5	8,0	20	0,10	5,0	$Z_E = 4,0$	

На рис. 11.11 приведены результаты расчета. Здесь же графически решена задача по определению давления p_A в точке A и расходов Q_E и Q_A в раздаточных ветвях по заданному расходу $Q_A = 1,8 \text{ л/с}$.

Из графиков получим:

$$Q_E = 1,02 \text{ л/с}; \quad Q_D = 0,78 \text{ л/с} \quad \text{и} \quad H_A = p_A / \rho g = 18,8 \text{ м.}$$

Для точки *A* будем иметь:

$$p_A = H_A \rho g = 18,8 \cdot 1000 \cdot 9,81 = 184 \text{ кПа.}$$

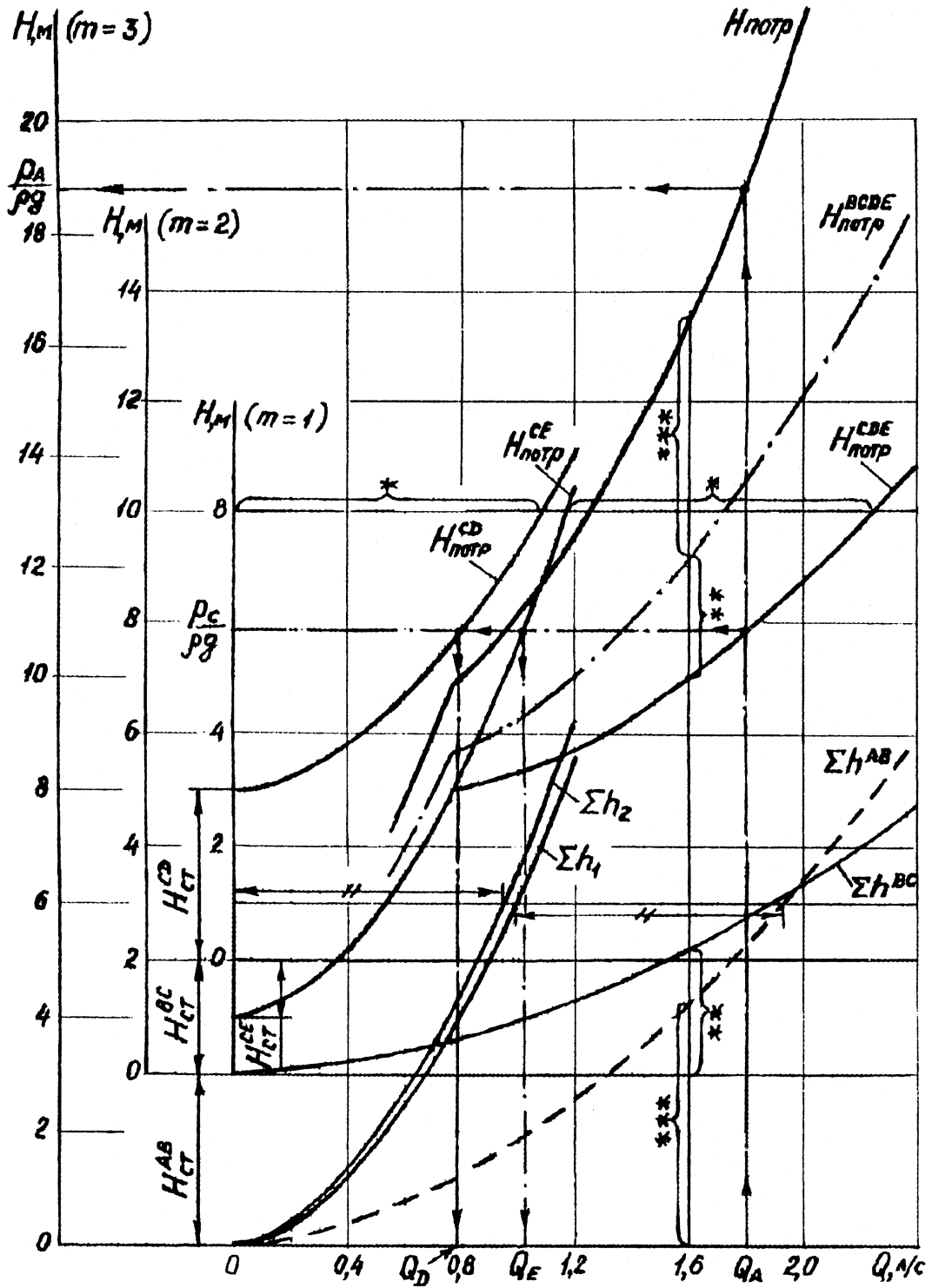
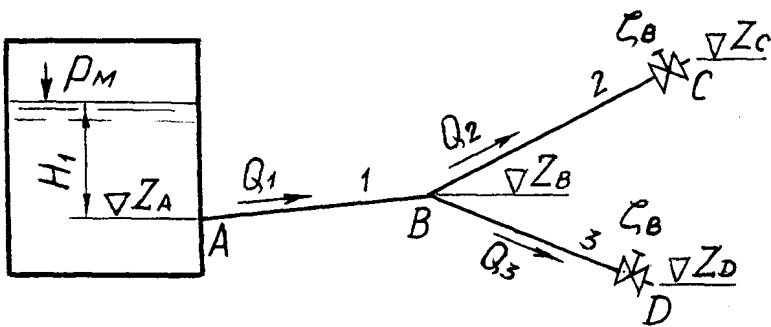


Рис. 11.11

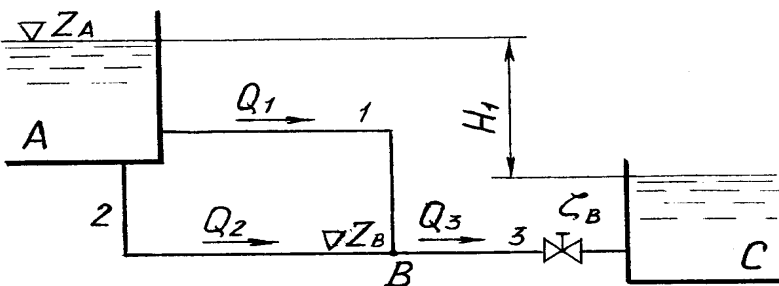
11.3. Задачи

Задача 11-1÷3. Определить расход жидкости Ж при температуре 20°C , протекающей по трубопроводу к пунктам раздачи C и D , при условии постоянного уровня жидкости в резервуаре, равного H_1 , и избыточном давлении p_M . Длины отрезков труб равны L_1, L_2, L_3 , диаметры труб d_1, d_2, d_3 , шероховатость труб Δ . Раздаточные трубопроводы заканчиваются вентилями с коэффициентами сопротивления ζ_B в точках C и D с отметками уровней Z_C и Z_D соответственно. Давление на выходе из вентилях - атмосферное $p_{\text{атм}}$. Остальные местные потери не учитывать.



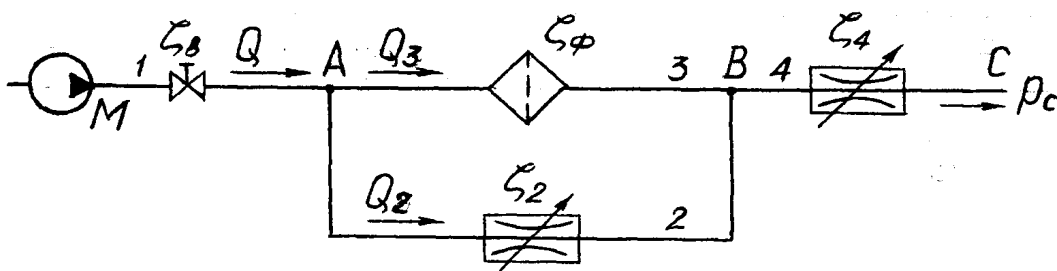
Номер задачи	Жидкость Ж
11-1	Вода
11-2	Керосин
11-3	Масло АМГ-10

Задача 11-4÷6. Из верхнего резервуара A , в котором поддерживается постоянный уровень, жидкость Ж при температуре 40°C по трубопроводу перетекает в нижний резервуар C . Длины труб равны L_1, L_2, L_3 , диаметры d_1, d_2, d_3 , шероховатость Δ . На участке BC трубопровода установлен вентиль с коэффициентом сопротивления ζ_B . Остальные местные потери не учитывать. Разность уровней в резервуарах равна H_1 . Определить расходы в ветвях 1 и 2 , а также полный расход в трубопроводе.



Номер задачи	Жидкость Ж
11-4	Вода
11-5	Дизельное топливо
11-6	Масло АМГ-10

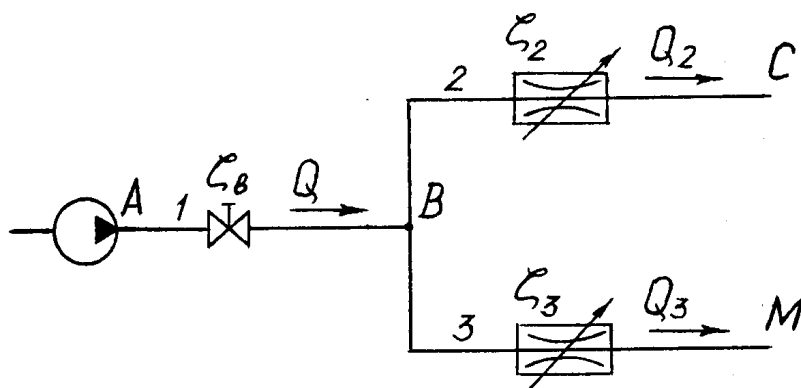
Задача 11-7÷9. Насос обеспечивает расход Q жидкости Ж при температуре T по горизонтальному трубопроводу с параллельным соединением. Отрезки трубопровода имеют параметры: L_i, d_i, Δ и содержат по одному местному сопротивлению, учитываемому в расчетах. Коэффициент сопротивления вентиля ζ_B , фильтра $\zeta_\phi = 6,0$, дросселей ζ_2 и $\zeta_4 = \zeta_2$. Избыточное давление на выходе трубопровода равно p_C . Определить давление p_M , создаваемое на выходе из насоса и Q_2, Q_3 в ветвях параллельного соединения.



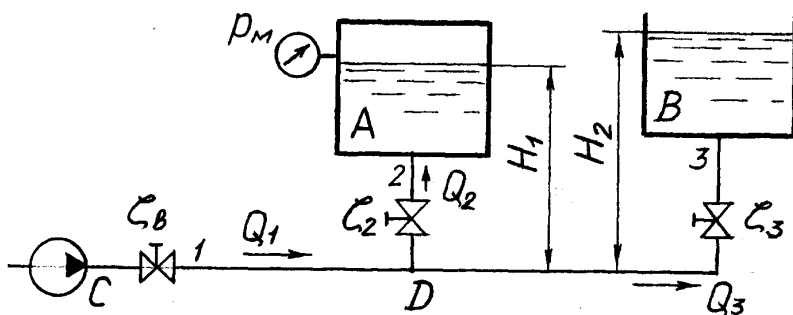
Номер задачи	Жидкость Ж
11-7	Масло АМГ-10
11-8	Масло индустриальное 20
11-9	Масло индустриальное 50

Задача 11-10÷12. Насос обеспечивает расход Q жидкости Ж при температуре T по трубопроводу с разветвлённым соединением. Отрезки трубопровода имеют параметры: L_i, d_i, Δ и содержат местные сопротивления. Коэффициент сопротивления вентиля ζ_B , дросселей ζ_2 и $\zeta_3 = 2,5\zeta_2$. Остальные местные потери не учитывать. Избыточное давление в конечных сечениях раздаточных ветвей 2 и 3 равно p_C и p_M . Геометрические высоты $Z_A = Z_B = Z_C = Z_D$. Определить расходы в ветвях Q_2 и Q_3 , а также давление p_A , создаваемое насосом в начале трубопровода.

Номер задачи	Жидкость Ж
11-10	Масло АМГ-10
11-11	Масло индустриальное 20
11-12	Масло индустриальное 30

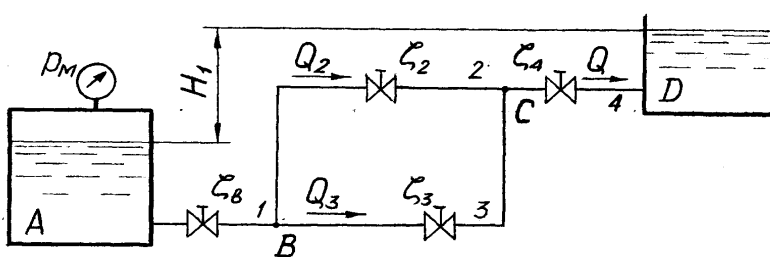


Задача 11-13÷15. Насос подает жидкость Ж при температуре T в два резервуара. Возвышение уровня жидкости над осью насоса в первом резервуаре равно H_1 , манометр показывает давление p_M . Возвышение уровня жидкости во втором открытом резервуаре равно $H_2 = 14,5$ м. Параметры отрезков трубопровода: L_i, d_i, Δ . Для каждого отрезка из местных сопротивлений учитывать только сопротивление вентиля с коэффициентом $\zeta_B, \zeta_2, \zeta_3 = 2,0\zeta_2$ соответственно. Давление на выходе из насоса равно p_C . Определить подачу жидкости в каждый резервуар.



Номер задачи	Жидкость Ж
11-13	Вода
11-14	Керосин
11-15	Дизельное топливо

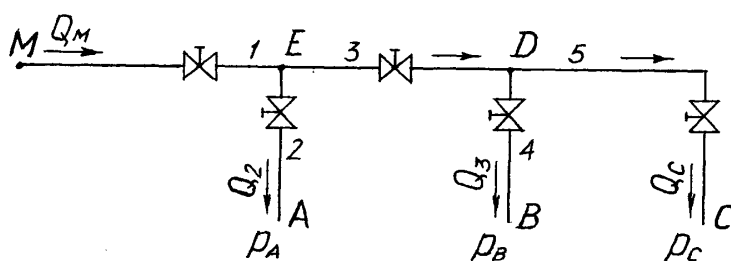
Задача 11-16÷18. Жидкость Ж при температуре T из закрытого резервуара A по трубопроводу подается в резервуар D с расходом Q . Разность уровней жидкости в резервуарах равна H_1 . Трубопровод имеет параметры отрезков L_i, d_i, Δ . В каждом отрезке находится задвижка с коэффициентом сопротивления $\zeta_1 = \zeta_B, \zeta_2, \zeta_3 = 2,0\zeta_1$ и $\zeta_4 = \zeta_B$ соответственно. Остальные местные потери не учитывать. Определить показания манометра p_M , установленного в резервуаре A .



Номер задачи	Жидкость Ж
11-16	Вода
11-17	Керосин
11-18	Бензин

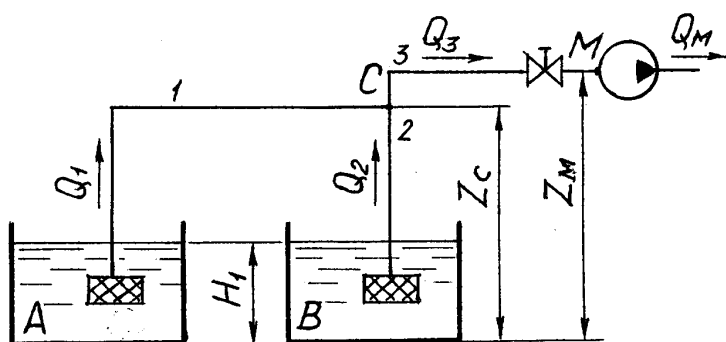
Задача 11-19÷21. Жидкость Ж при температуре T по горизонтальному трубопроводу подается к трём потребителям A, B и C . Подача жидкости к наиболее удалённому потребителю Q_C при избыточном давлении $p_C = p_B = p_A$. Параметры отрезков трубопровода: L_i, d_i, Δ , при этом $L_5 = L_3, d_5 = d_2$. Каждый отрезок содержит местные сопротивления с суммарным коэффициентом $\zeta_1 = \zeta_B, \zeta_2, \zeta_3 = \zeta_B, \zeta_4 = \zeta_2$ и $\zeta_5 = \zeta_2$ соответственно. Определить необходимые давление p_M на входе в трубопровод и подачу жидкости Q_M .

Номер задачи	Жидкость Ж
11-19	Масло АМГ-10
11-20	Масло промышленное 20
11-21	Масло промышленное 30



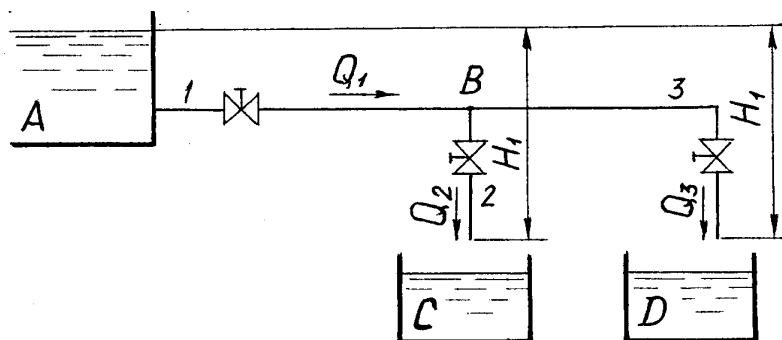
Задача 11-22÷24. Насос выкачивает жидкость Ж при температуре T из двух резервуаров с одинаковыми уровнями жидкости H_1 . Давление на входе в насос p_M . Насос установлен на высоте Z_M , а узел С на высоте Z_C от пола. Параметры отрезков трубопровода: L_i, d_i, Δ . Каждый из отрезков трубопровода 1 и 2 содержит местные сопротивления с суммарным коэффициентом ζ_2 , а отрезок 3 - вентиль с коэффициентом сопротивления ζ_B . Определить подачу жидкости насосом Q_M и расходы жидкости в ветвях Q_1 и Q_2 .

Номер задачи	Жидкость Ж
11-22	Бензин
11-23	Вода
11-24	Масло турбинное 22

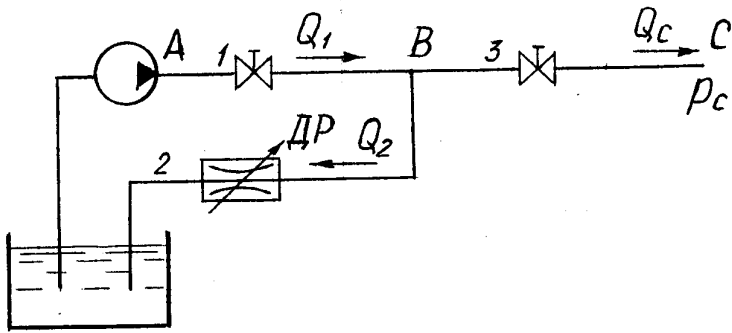


Задача 11-25÷27. Из расходного резервуара А жидкость Ж при температуре T самотёком по трубопроводу поступает в ёмкости С и D, объём каждой из которых равен $2,0 \text{ м}^3$. Высота уровня жидкости в резервуаре А относительно точек раздачи жидкости равна H_1 . Параметры отрезков трубопровода: L_i, d_i, Δ . Каждый отрезок трубопровода содержит по одному вентилю с коэффициентом сопротивления $\zeta_1 = \zeta_B, \zeta_2, \zeta_3 = 0,5\zeta_B$ соответственно. Остальные местные потери не учитывать. Определить время заполнения ёмкостей С и D.

Номер задачи	Жидкость Ж
11-25	Вода
11-26	Дизельное топливо
11-27	Масло АМГ-10

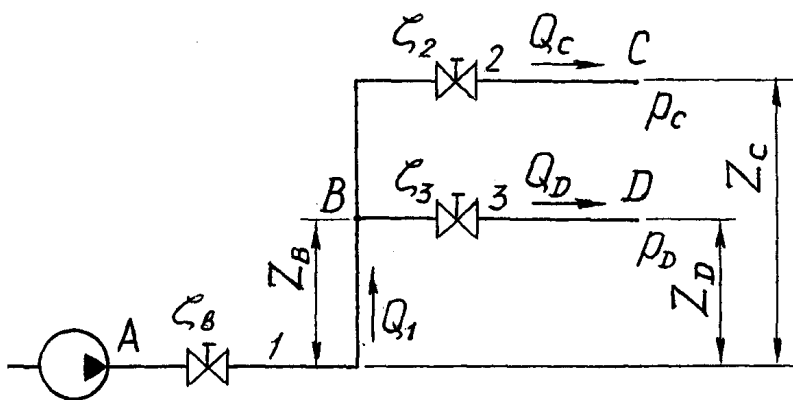


Задача 11-28÷30. Насос подает жидкость Ж при температуре T в горизонтальный трубопровод в количестве Q . Для регулирования подачи жидкости к потребителю в точке C параллельно насосу установлен дроссель $ДР$. Параметры отрезков трубопровода: L_i, d_i, Δ . В каждом из них имеются местные сопротивления с суммарным коэффициентом $\zeta_1 = \zeta_B, \zeta_2$ и $\zeta_3 = 2\zeta_B$ соответственно. Давление потребителя задано и равно p_C . Определить подачу жидкости потребителю Q_C и необходимое давление p_A , создаваемое на выходе из насоса.



Номер задачи	Жидкость Ж
11-28	Масло АМГ-10
11-29	Масло промышленное 20
11-30	Масло турбинное 22

Задача 11. 31-33. Насос подает жидкость Ж при температуре T по трубопроводу к двум потребителям C и D , расположенным на разной высоте. Параметры отрезков трубопровода: L_i, d_i, Δ . Для каждого отрезка из местных сопротивлений учесть только потери на вентилях, с коэффициентами $\zeta_1 = \zeta_B, \zeta_2$ и ζ_3 . Аппликаты узловых и концевых точек трубопровода относительно оси насоса равны Z_B, Z_C, Z_D . Требуется обеспечить подачу жидкости потребителям с одинаковыми заданными значениями $Q_C = Q_D = Q, p_C = p_D$. Определить необходимые подачу Q_A и давление p_A насоса, а также коэффициент сопротивления задвижки ζ_3 .



Номер задачи	Жидкость Ж
11-31	Вода
11-32	Дизельное топливо
11-33	Масло турбинное 22

Исходные данные к задачам гл. 11

Номер задачи	L_1 , м	L_2 , м	L_3 , м	L_4 , м	d_1 , мм	d_2 , мм	d_3 , мм	d_4 , мм	Δ_1 , мм	H_1 , м
11-1	20,0	10,0	8,0	--	31	20	20	--	0,05	1,5
11-2	25,0	15,0	12,0	--	35	20	20	--	0,06	2,0
11-3	15,0	5,0	4,0	--	26	20	20	--	0,07	3,0
11-4	10,0	12,0	30,0	--	23	20	31	--	0,10	3,0
11-5	8,0	9,0	20,0	--	26	24	24	--	0,05	3,5
11-6	5,0	6,0	12,0	--	31	28	36	--	0,05	4,5
11-7	2,5	1,4	2,0	2,5	24	20	20	24	0,05	--
11-8	2,0	1,6	2,2	2,0	28	24	24	28	0,06	--
11-9	3,0	2,6	3,0	3,0	31	26	26	31	0,07	--
11-10	2,4	2,0	3,0	--	14	10,0	10,0	--	0,10	--
11-11	2,8	2,4	3,6	--	18	12	12	--	0,08	--
11-12	3,4	4,2	6,8	--	20	16	16	--	0,12	--
11-13	20	1,0	10	--	31	20	28	--	0,15	1,5
11-14	30	2,0	15	--	28	23	26	--	0,10	3,0
11-15	5,0	5,0	40	--	31	28	31	--	0,08	2,0
11-16	20	40	50	10	31	20	23	33	0,15	4,5
11-17	15	20	15	12	33	18	16	35	0,12	6,0
11-18	18	28	22	12	29	23	20	29	0,10	3,5
11-19	1,5	1,0	1,5	1,0	6,0	4,0	6,0	4,0	0,05	--
11-20	1,8	1,5	2,0	1,5	6,0	5,0	6,0	5,0	0,06	--
11-21	2,0	1,6	2,0	1,6	7,0	5,0	6,0	5,0	0,05	--
11-22	10,0	5,0	12,0	--	24	20	31	--	0,10	2,0
11-23	12,0	6,0	14,0	--	23	20	29	--	0,15	1,5
11-24	15	4,0	8,0	--	16	14	20	--	0,06	1,8
11-25	30,0	4,0	12,0	--	45	23	26	--	0,15	4,0
11-26	25,0	3,6	10,0	--	40	23	28	--	0,08	3,8
11-27	8,7	2,6	4,8	--	23	18	20	--	0,10	4,5
11-28	2,0	3,5	5,0	--	12,0	8,0	10,0	--	0,05	--
11-29	3,0	5,6	3,7	--	14	10,0	12,0	--	0,06	--
11-30	3,6	4,5	6,4	--	16	11,0	12,0	--	0,07	--
11-31	20,0	5,0	14,0	--	40	30	30	--	0,10	--
11-32	15,0	4,0	12,0	--	30	23	23	--	0,10	--
11-33	8,0	2,6	8,2	--	28	20	20	--	0,05	--

Окончание табл. 11.2

Номер задачи	Z_A , м	Z_B , м	Z_C , (Z _M), м	Z_D , м	ζ_B	ζ_2	T , °C	Q , л/с	P_M , кПа	P_C , кПа
11-1	2,0	2,5	5,0	1,5	3,0	--	--	--	35	--
11-2	2,5	3,0	6,5	2,0	4,0	--	--	--	45	--
11-3	1,5	2,0	6,0	1,5	2,0	--	--	--	55	--
11-4	6,5	2,5	--	--	3,5	--	--	--	--	--
11-5	6,5	2,0	--	--	4,0	--	--	--	--	--
11-6	7,5	1,5	--	--	2,5	--	--	--	--	--
11-7	0	0	0	0	3,5	4,5	30	1,4	--	40
11-8	0	0	0	0	4,5	6,0	40	1,6	--	55
11-9	0	0	0	0	5,0	4,0	50	1,8	--	70
11-10	0	0	0	0	2,5	10	40	0,20	150	125
11-11	0	0	0	0	1,5	8,0	30	0,30	130	180
11-12	0	0	0	0	2,0	6,0	50	0,40	110	80
11-13	--	--	0	0	1,5	1,0	40	--	120	200
11-14	--	--	0	0	2,0	1,5	20	--	140	240
11-15	--	--	0	0	2,0	1,8	20	--	150	200
11-16	--	0	0	--	1,5	2,0	20	1,6	--	--
11-17	--	0	0	--	1,5	2,5	20	1,4	--	--
11-18	--	0	0	--	1,5	3,0	20	1,8	--	--
11-19	0	0	0	0	15	10	20	0,008	--	50
11-20	0	0	0	0	20	15	30	0,007	--	80
11-21	0	0	0	0	25	20	50	0,006	--	120
11-22	--	--	3,5	4,0	1,5	5,0	20	--	35	--
11-23	--	--	3,0	3,5	1,0	7,0	20	--	38	--
11-24	--	--	2,5	3,0	2,0	4,0	30	--	40	--
11-25	--	--	--	--	2,2	3,0	20	--	--	--
11-26	--	--	--	--	4,0	5,0	20	--	--	--
11-27	--	--	--	--	3,2	4,6	30	--	--	--
11-28	0	0	0	--	1,4	80,0	30	0,20	--	135
11-29	0	0	0	--	2,0	75,0	30	0,25	--	160
11-30	0	0	0	--	1,8	60,0	50	0,30	--	200
11-31	0	2,0	8,0	2,0	0,5	0,5	20	0,72	--	60
11-32	0	3,0	9,0	3,5	1,2	1,5	20	0,67	--	40
11-33	0	1,8	4,7	2,0	2,0	1,6	30	0,38	--	70

ПРИЛОЖЕНИЯ

Форма титульного листа

Приложение 1

Нижегородский государственный технический университет

Кафедра "Теория корабля и гидромеханика"

ГИДРОМЕХАНИКА

Наименование задания

Вариант N _____

Группа _____
(номер группы)

Студент _____
(фамилия и.о.)

Преподаватель _____
(фамилия и.о.)

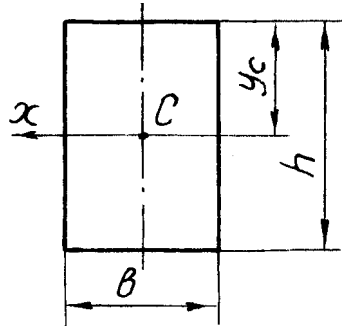
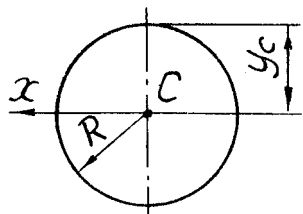
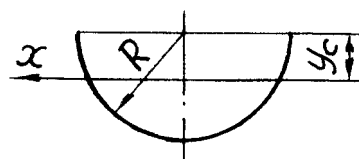
" ____ " _____ 200_____
(подпись)

" ____ " _____ 200_____
(подпись)

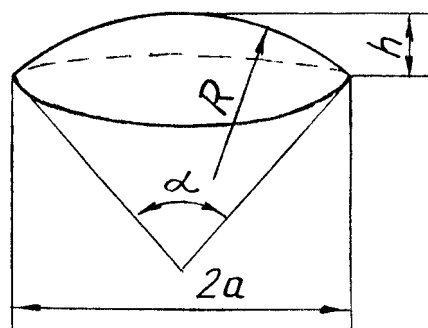
**Плотность и кинематический коэффициент вязкости
некоторых жидкостей**

Жидкость	Плотность, кг/м ³	Кинематический коэффициент вязкости ν , Ст, при температуре T , °С				
		10	20	30	50	70
	При $T=20^{\circ}\text{C}$					
Вода	998	0,0131	0,0101	0,0080	0,0055	0,0042
Бензин авиационный	745	0,0088	0,0073	0,0065	0,0054	-
Керосин Т-1	808	0,032	0,025	0,020	0,015	0,011
Нефть легкая	884	0,43	0,25	0,165	-	-
Глицерин	1245	-	9,7	5,7	1,8	0,50
Дизельное топливо	846	0,050	0,040	0,034	-	-
Моторное топливо	930	4,500	2,070	1,100	0,365	-
Спирт	790	0,018	0,015	0,013	-	-
	При $T=50^{\circ}\text{C}$					
Масла:						
АМГ-10	850	0,30	0,17	0,13	0,10	0,080
индустриальное 12	883	0,80	0,50	0,30	0,123	0,070
индустриальное 20	890	1,13	0,75	0,40	0,18	-
индустриальное 30	900	3,6	1,7	0,75	0,28	0,127
индустриальное 50	910	12,0	4,5	2,0	0,50	0,20
турбинное 22	900	2,13	0,90	0,61	0,22	0,10
турбинное 30	900	3,59	1,60	0,75	0,42	0,18
турбинное 46	900	-	2,6	1,25	0,46	0,20
трансформаторное	886	0,50	0,29	0,205	0,09	0,06
веретенное АУ	892	0,90	0,49	0,29	0,13	0,08

Момент инерции J_C плоских фигур относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести, и координата центра тяжести u_C

Фигура	J_C	u_C
Прямоугольник 	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{h}{2}$
Круг 	$\frac{\pi R^4}{4}$	R
Полукруг 	$\frac{9\pi^2 - 64}{72\pi} \cdot R^4$	$\frac{4}{3} \cdot \frac{R}{\pi}$

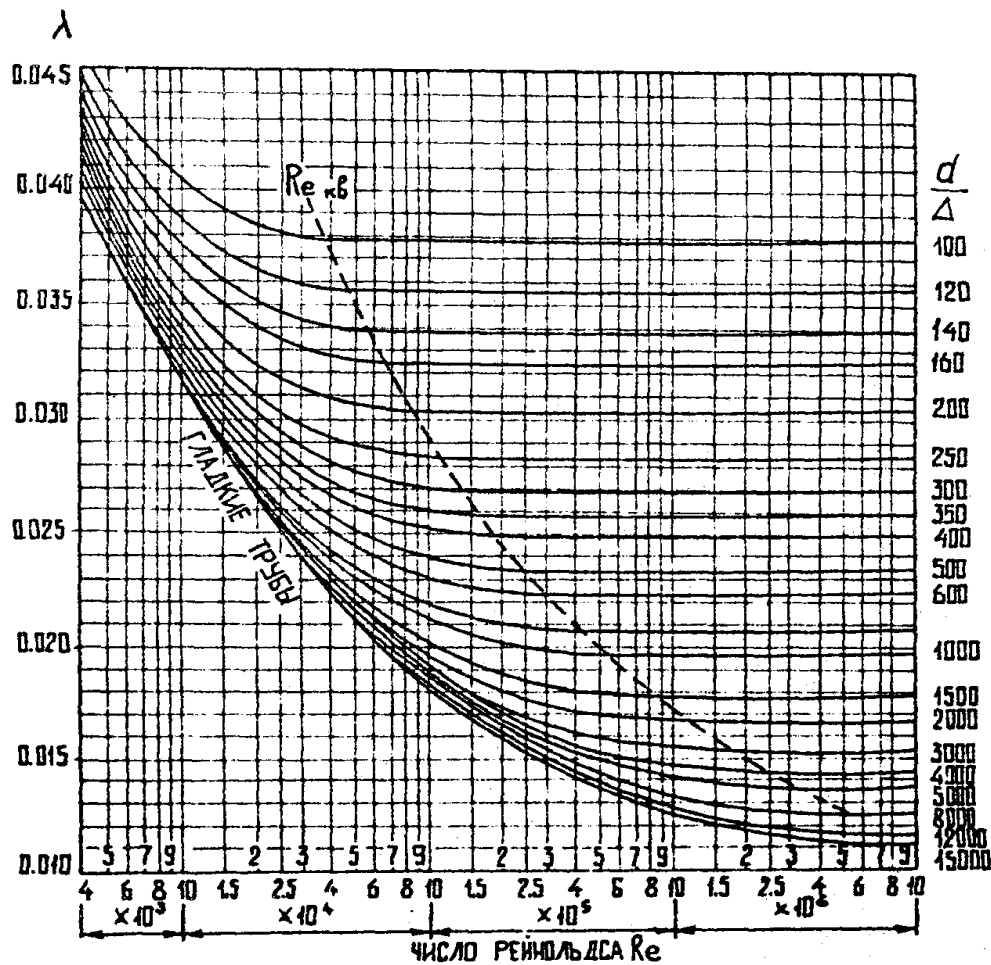
Объем шарового сегмента



$$\begin{aligned}
 V &= \frac{1}{6} \cdot \pi h \cdot (3a^2 - h^2) = \\
 &= \frac{1}{3} \cdot \pi h^2 (3R - h).
 \end{aligned}$$

При $\alpha = 90^\circ$ $V = 0,243 \cdot R^3$.

Коэффициент сопротивления трения труб

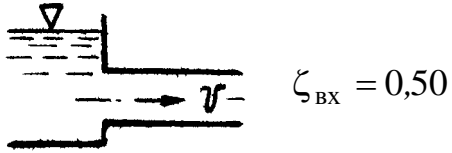


Средние значения эквивалентной шероховатости Δ

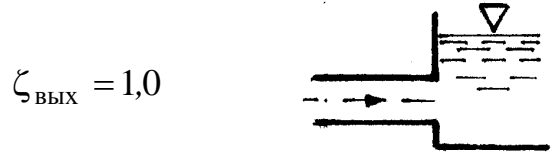
Вид трубы	Состояние трубы	Δ , мм
Тянутая из цветных металлов Бесшовная стальная	Новая, технически гладкая	0,005
	Новая и чистая	0,03
Стальная сварная	После нескольких лет эксплуатации	0,20
	Новая и чистая	0,05
Оцинкованная стальная	Бывшая в эксплуатации	0,20-0,50
	Новая и чистая	0,15
Чугунная	После нескольких лет эксплуатации	0,50
	Новая	0,30
	Бывшая в употреблении	1,0

Значения коэффициентов некоторых местных сопротивлений ζ

а) вход в трубу

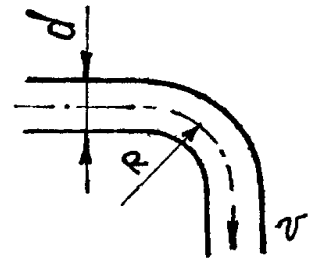


б) выход из трубы

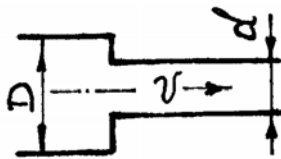


в) плавный поворот

d/R	0.20	0.40	0.60	0.80
$\zeta_{\text{пов}}$	0.14	0.21	0.44	0.98

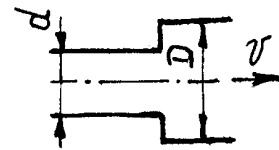


г) внезапное сужение



$$\zeta_{\text{в.с}} = 0,50 \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right]$$

д) внезапное расширение



$$\zeta_{\text{в.р}} = \left[\left(\frac{D}{d} \right)^2 - 1 \right]^2$$

**Потери давления в некоторых гидрораспределителях
(золотниковых с гидравлическим управлением)**

Типоразмер	Номинальный расход, $Q_{\text{ном}}$, л/мин	Наибольшее рабочее давление p , МПа	Потери давления $\Delta p_{\text{ном}}$, МПа
2Г 72-21	8	5,0	0,25
2Г 72-22	18	5,0	0,25
2Г 72-13	35	5,0	0,20
2Г 72-14	70	5,0	0,20
2Г 72-15	140	5,0	0,20

Условные обозначения элементов гидропривода

Элементы и устройства гидропривода изображаются на схеме в виде условных графических обозначений. Кроме того, каждому из них присваивается буквенно-цифровое позиционное обозначение, состоящее из буквенного обозначения и порядкового номера этого элемента в схеме. Буквенно-цифровые обозначения представляются на схеме рядом с условными графическими обозначениями элементов и устройств с правой стороны или над ними.

Элемент	Обозначения
Гидроаккумулятор	
Гидробак (под атмосферным давлением)	
Гидродроссель: нерегулируемый регулируемый	
Гидроклапан: напорный (предохранительный, переливной) редукционный обратный	
Гидромотор нерегулируемый с реверсивным направлением потока	
Насос постоянной производительности с постоянным направлением потока	
Насосы: центробежный шестеренный	
Гидрораспределитель направляющий четырехлинейный двухпозиционный с ручным управлением	
Гидрораспределитель дросселирующий четырехлинейный трехпозиционный с управлением от магнитов	
Фильтр	
Гидроцилиндр: поршневой одностороннего действия с односторонним штоком поршневой двустороннего действия с двусторонним штоком	
Соединение трубопроводов	

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Войткунский Я.И., Фаддеев Ю.И., Федяевский К.К. Гидромеханика. - Л.: Судостроение, 1982. 456 с.
2. Луговский В.В. Гидромеханика. - Л.: Судостроение, 1990. 192 с.
3. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы / Т.М. Башта, С.С. Руднев, Б.Б. Некрасов и др. – М.: Машиностроение, 1982. 423 с.
4. Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам /Я.М. Вильнер, Я.Т. Ковалев, Б.Б. Некрасов и др.; Под общ. ред. Б.Б. Некрасова. – М.: Высшая школа, 1985. 382 с.
5. Золотов С.С., Амфилохий В.Б., Фаддеев Ю.И. Задачник по гидромеханике для судостроителей. – Л.: Судостроение, 1984. 232 с.
6. Сборник задач по машиностроительной гидравлике / Д.А. Бутаев, З.А. Калмыкова, Л.Г. Подвидз и др.; Под ред. И.И. Куколевского и Л.Г. Подвидза. – М.: Машиностроение, 1981. 464 с.
7. Гидромеханика. Контрольные домашние задания: Метод. указ. / Сост. Г.П. Котов, В.Ф. Чеботаев; Горьков. политехн. ин-т. Горький, 1982. Ч. I, II. 37 с, 44 с.
8. Гидромеханика: Методические указания к решению задач / Сост.: В.Ф. Чеботаев; Горьков. политехн. ин-т. Горький, 1983. Ч. I, II. 49 с, 36 с.
9. Гидравлика. Контрольные домашние задания: Метод. указ. / Сост.: А.В. Запорожцев, А.Ю. Панов, В.Ф. Чеботаев; Горьков. политехн. ин-т. Горький, 1984. Ч. I, II. 29 с, 24 с.
10. Динамика жидкости: Контрольные задания и методические указания / Сост.: В.Ф. Чеботаев; Горьков. политехн. ин-т. Горький, 1987. 19 с.
11. Гидравлика, гидравлические машины и гидроприводы: Методические указания и контрольные задания / Сост.: Л.В. Андрианов, М.Е. Рабинович, В.Ф. Чеботаев; Горьков. политехн. ин-т. Горький, 1990. 71 с.
12. Моделирование в механике: Метод. разработка / Сост. А.Н. Попов; Нижегород. политехн. ин-т. Н. Новгород, 1992. 23 с.

Попов Алексей Николаевич
Чеботаев Виталий Фомич
Ваганов Александр Борисович
Егоров Петр Николаевич
Запорожцев Александр Валериевич
Краснокутский Игорь Дмитриевич
Рабинович Михаил Ефимович
Савинов Владимир Николаевич

Сборник заданий для курсовых работ по гидромеханике

Редактор Е.В. Комарова
Компьютерная верстка

Лицензия № 020346 от 27 декабря 1996 г.

Подп. к печати 30.12.99. Формат 60x84¹/₁₆. Бумага газетная.
Печать офсетная. Усл печ. л. 12. Уч.-изд. л. 12,9. Тираж 500. Заказ 573.

Нижегородский государственный технический университет.
Типография Нижегородского государственного технического университета.
Адрес университета и полиграфического предприятия:
603600, ГСП-41, г. Н.Новгород, ул. Минина, 24.