

# Выпускная квалификационная работа на степень бакалавра

Проектирование мидель-шпангоута, расчет собственных и вынужденных колебаний судна, местной прочности и ресурса элемента конструкции. Проект № Р77, Танкер класса «М», грузоподъемностью 2150 тонн, мощностью 1320 э.л.с.

Выполнил студент  
Группы 14-ДП  
Иванов Иван Иванович

# Состав работы

1. Проектирование конструктивного мидель-шпангоута
2. Расчет общей прочности корпуса судна
3. Расчет общей вибрации корпуса судна
4. Расчет местной прочности элементов конструкции
5. Расчет ресурса конструкции

# 1. Проектирование мидель-шпангоута

## Исходные данные

**Тип судна:** однопалубный, двухвинтовой наливной теплоход с полубаком, надстройкой, ходовой рубкой, машинным и насосным отделениями, расположенными в кормовой части, с переходным мостиком в диаметральной плоскости, класса «М» Российского Речного Регистра, грузоподъемностью 2150 т, с ледовыми подкреплениями для плавания в битом льду, проекта № Р77.

**Назначение судна:** перевозка светлых нефтепродуктов I, II, III классов, включая этилированный бензин.

В качестве материала корпуса используется сталь ВМСт.3 с пределом текучести  $\sigma_T = 235$  МПа.

## Размеры корпуса судна расчетные:

Длина:  $L = 105$  м

Ширина:  $B = 14,8$  м

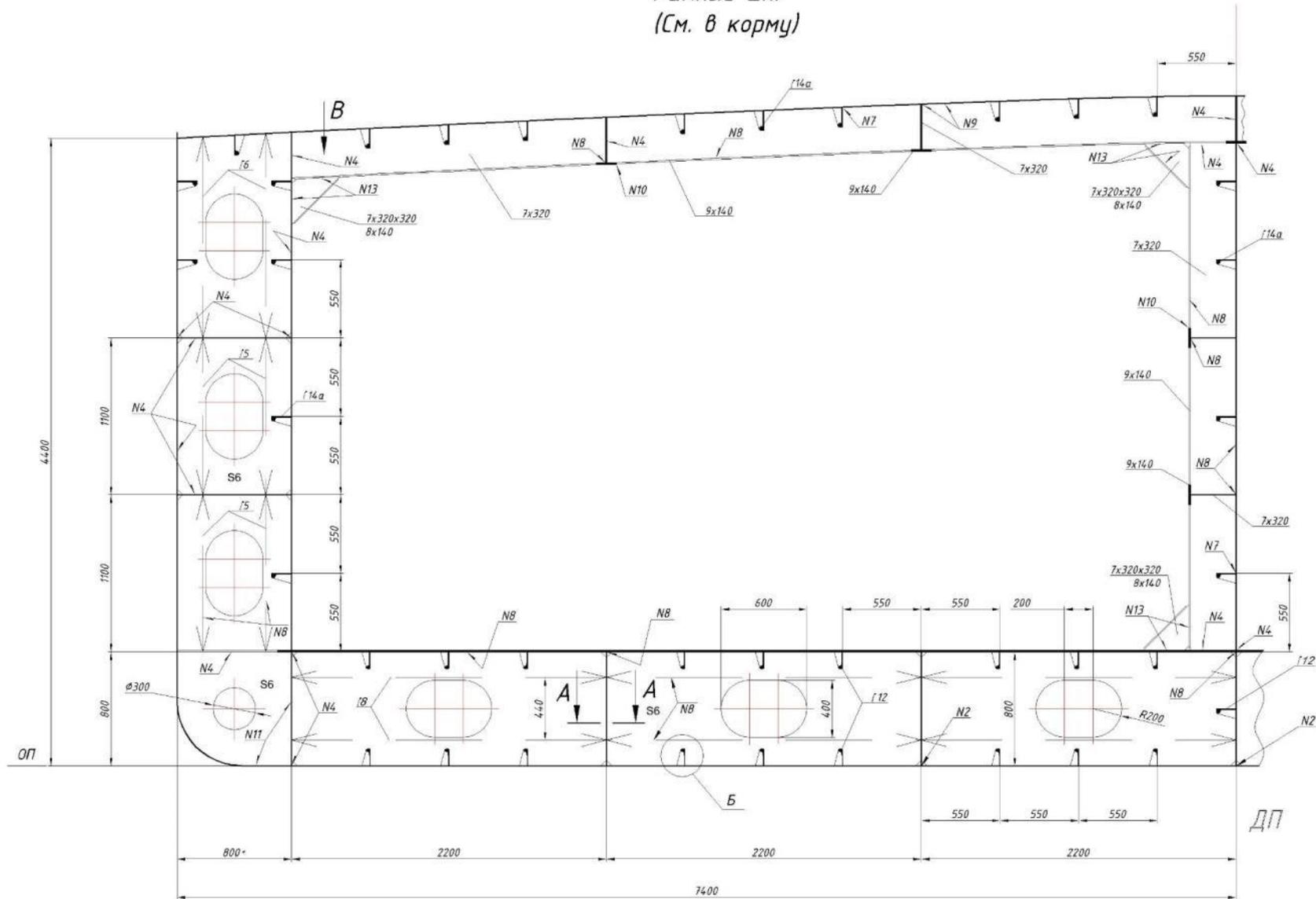
Высота борта:  $H = 4,4$  м

## Основные характеристики

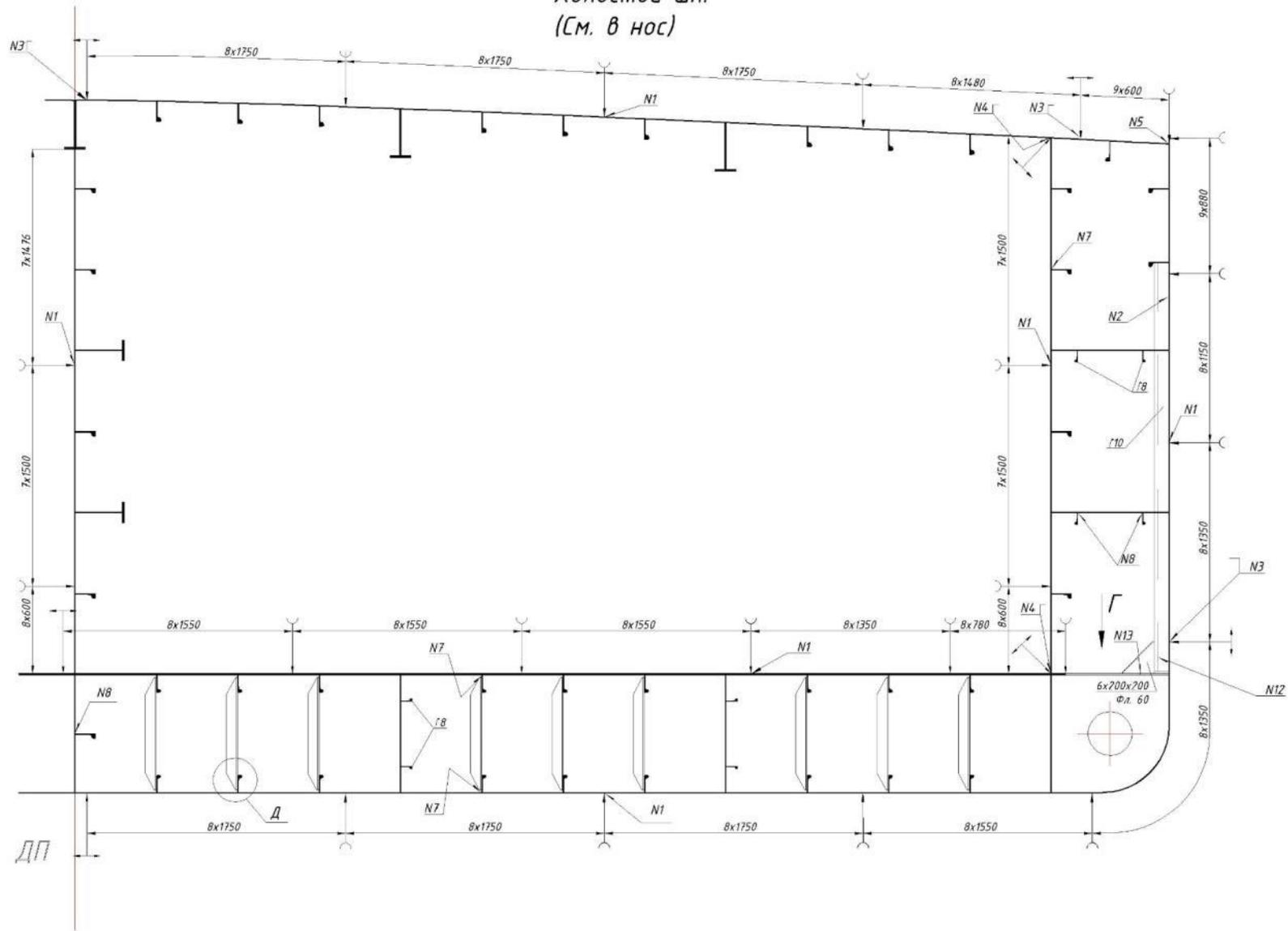
Осадка судна при водоизмещении 3216 т:  $T_H = T_K = T_{cp} = 2,5$  м

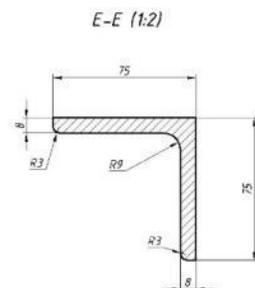
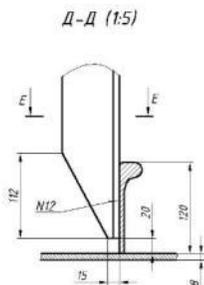
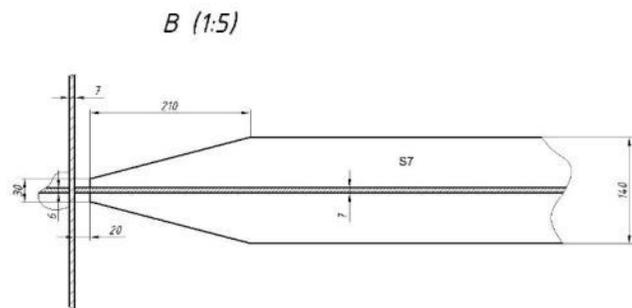
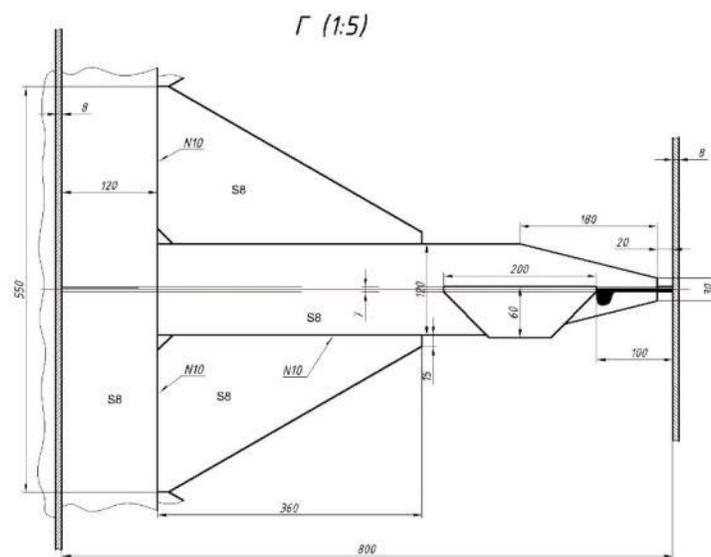
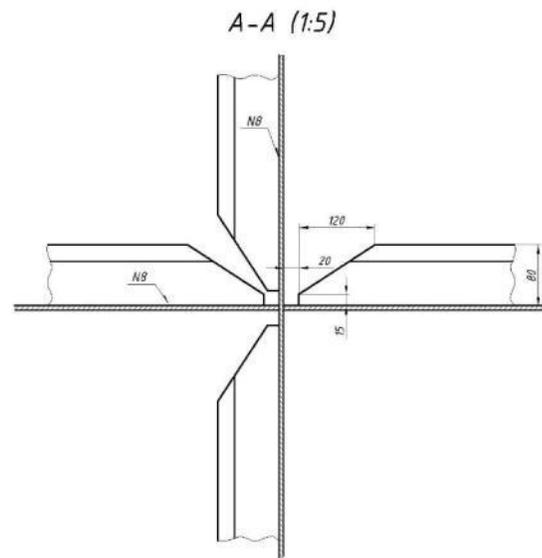
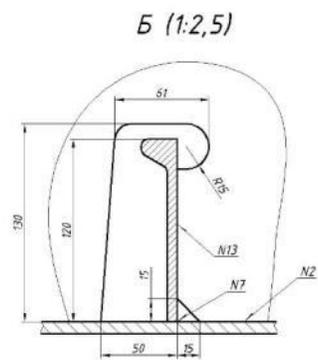
Мощность: 1320 э.л.с.

Рамный шп.  
(См. в корму)

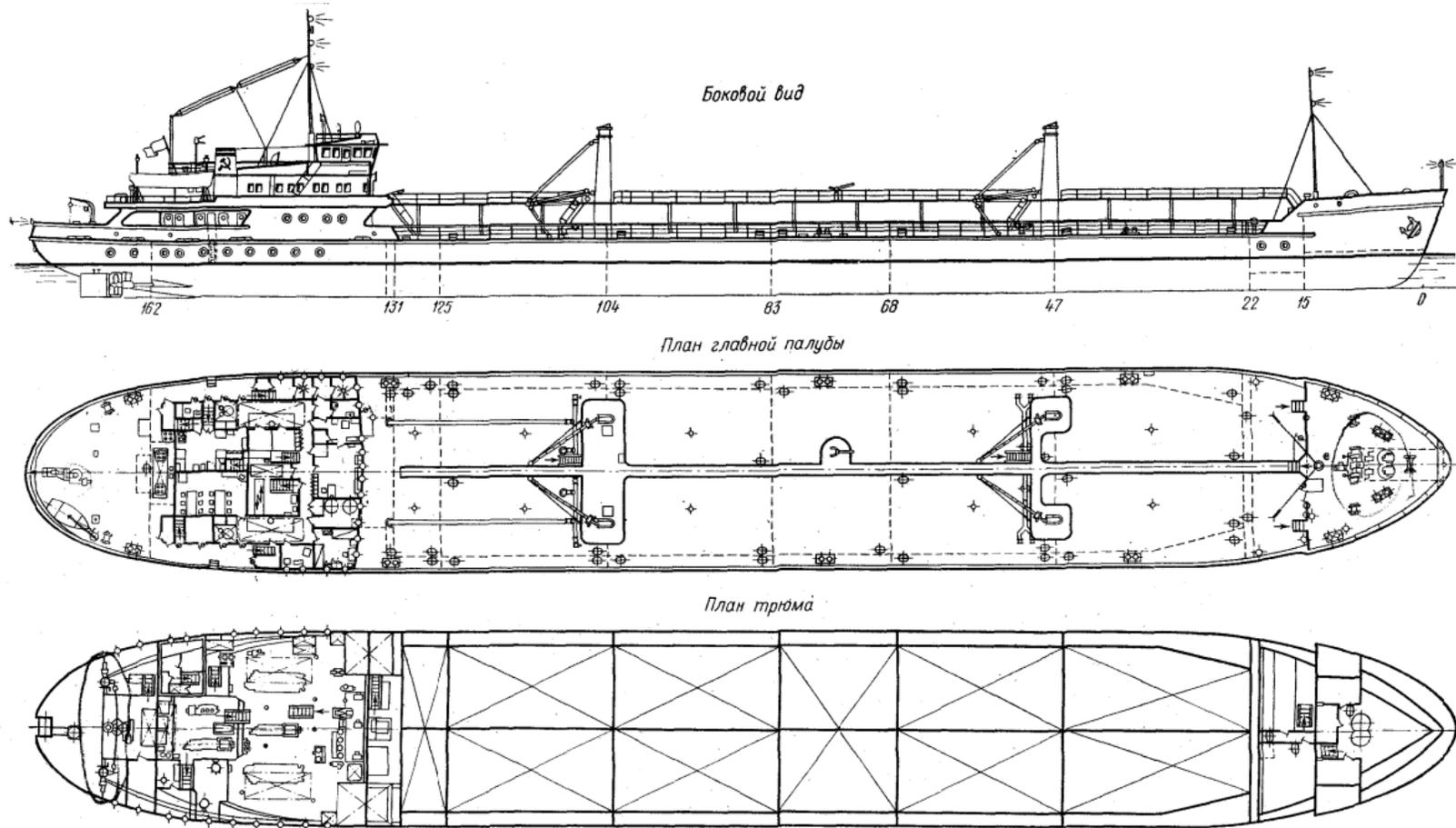


Холостой шп.  
(См. в нос)

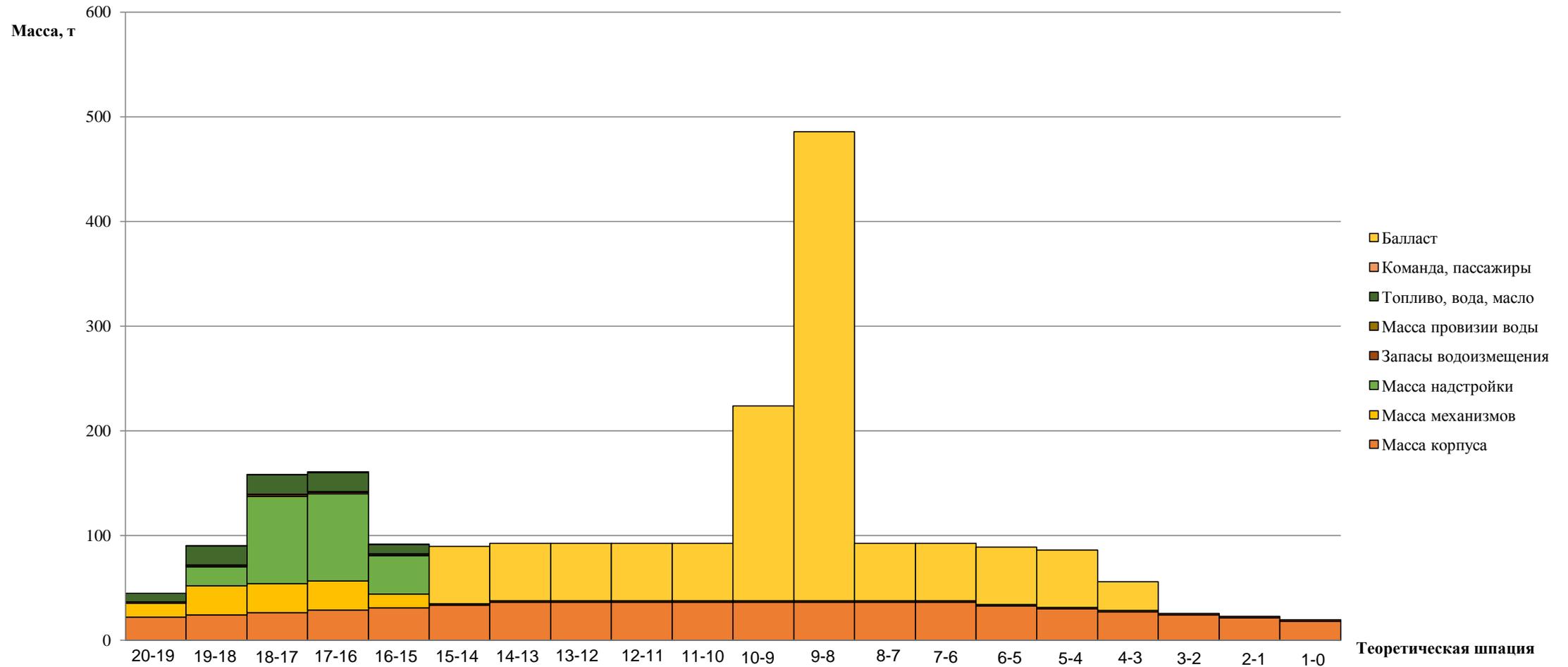




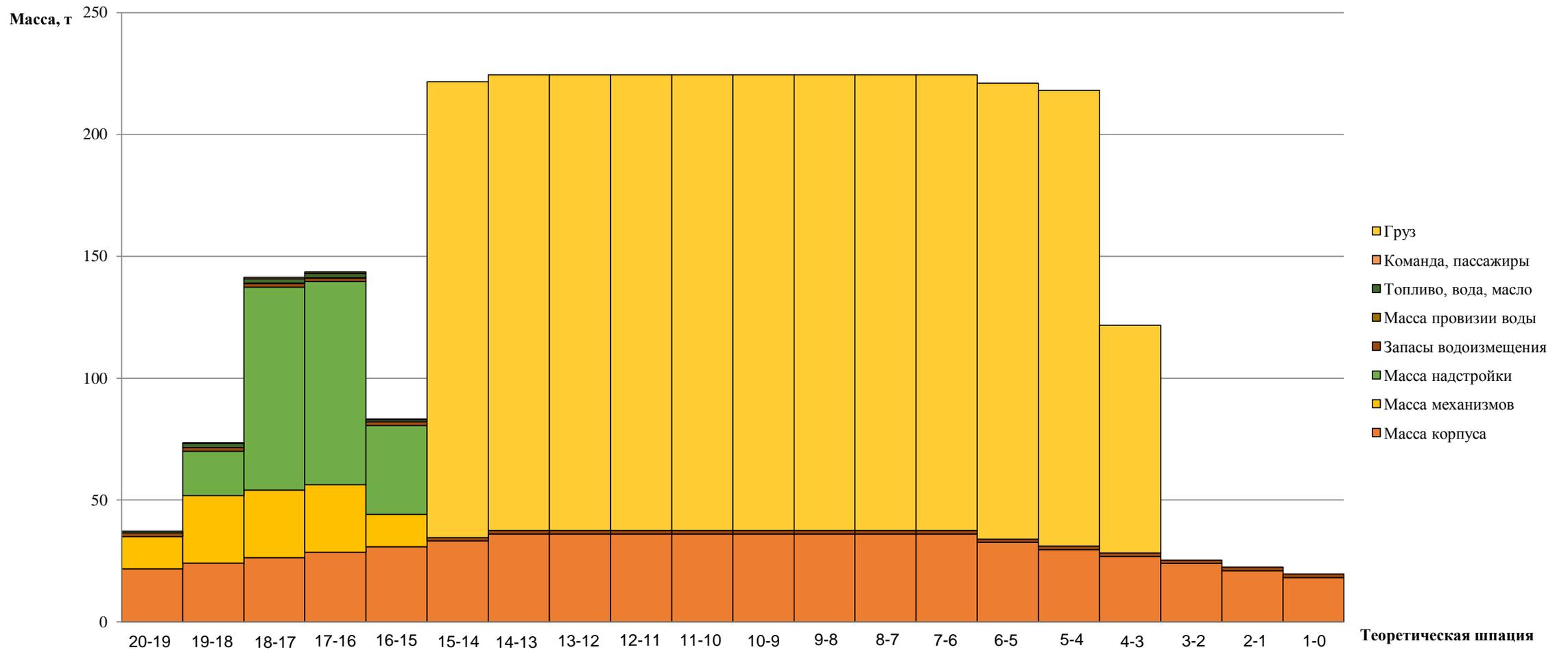
## 2. Расчет общей прочности



# Распределение полученных масс для судна в балласте со 100% запасов

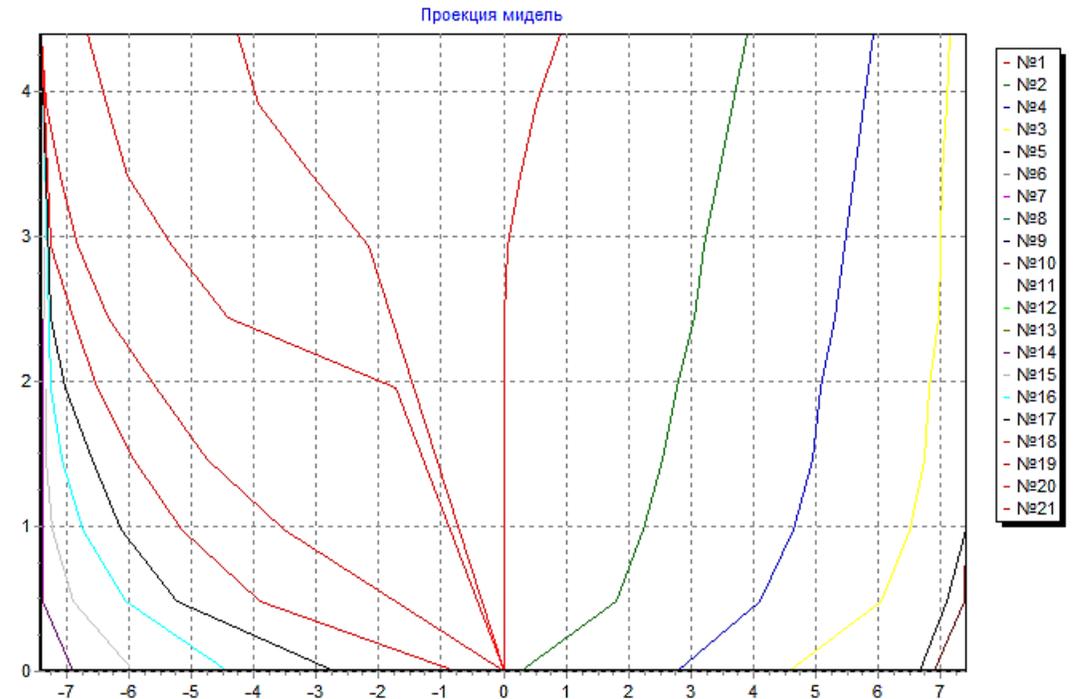


# Распределение полученных масс для судна в грузу с 10% запасов



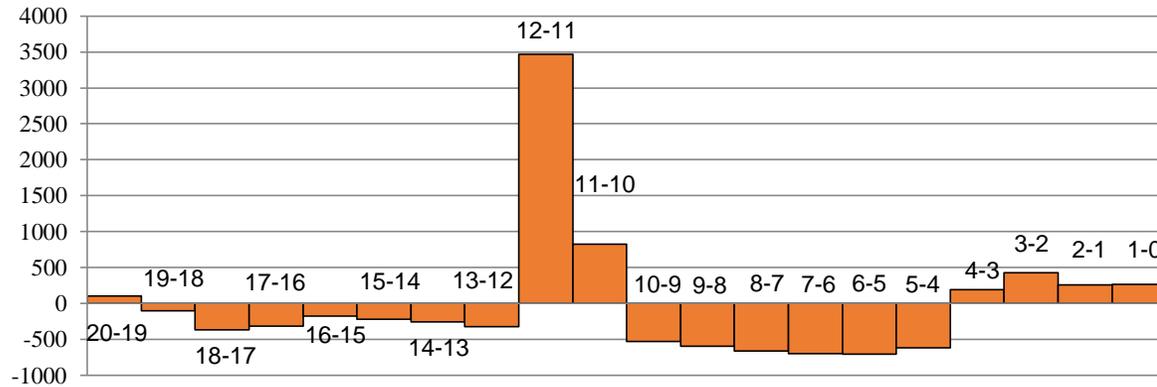
# Удифферентовка

- ✓ Теоретическая шпация – 5,25 м
- ✓ Расстояние между ватерлиниями – 0,489 м
- ✓ Ординаты теоретического чертежа
- ✓ Число расчетных ватерлиний – 10

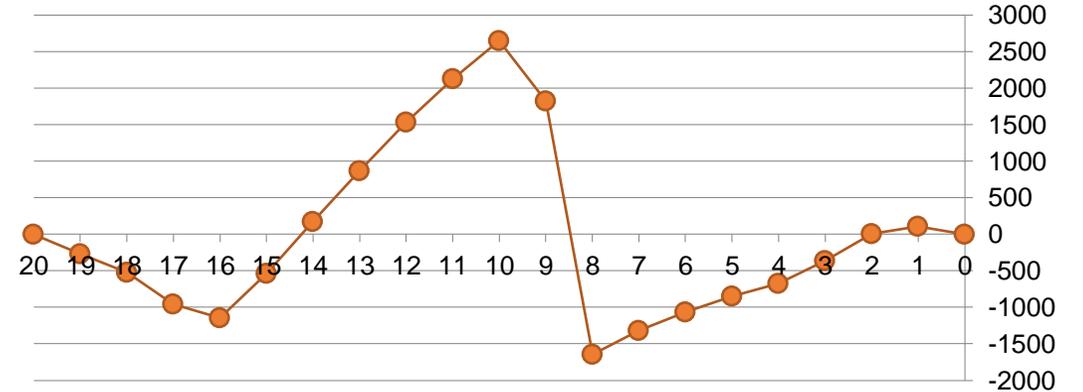


# Судно в балласте со 100% запасов

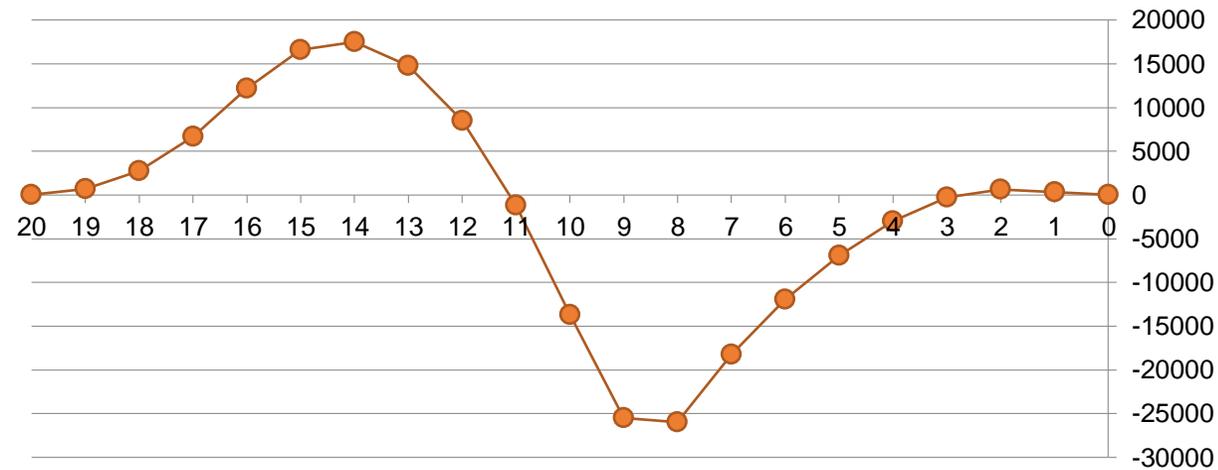
## Нагрузка на шпацию



## Перерезывающая сила

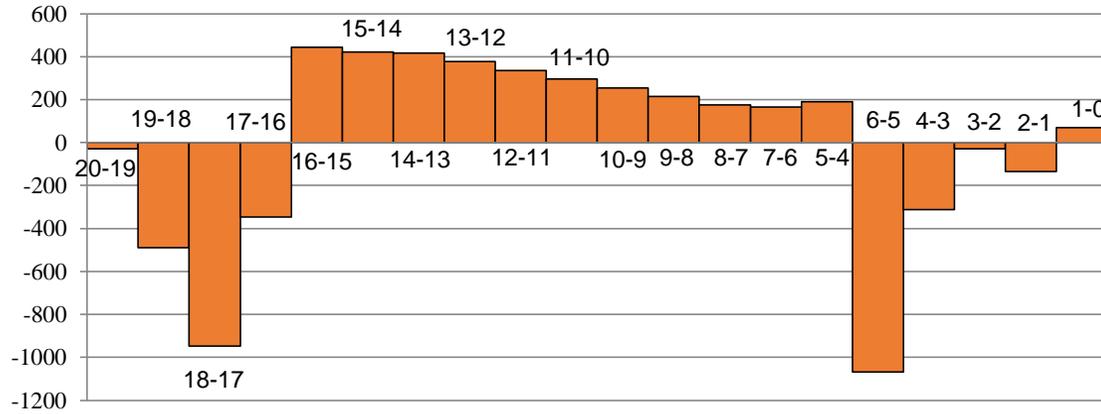


## Изгибающий момент

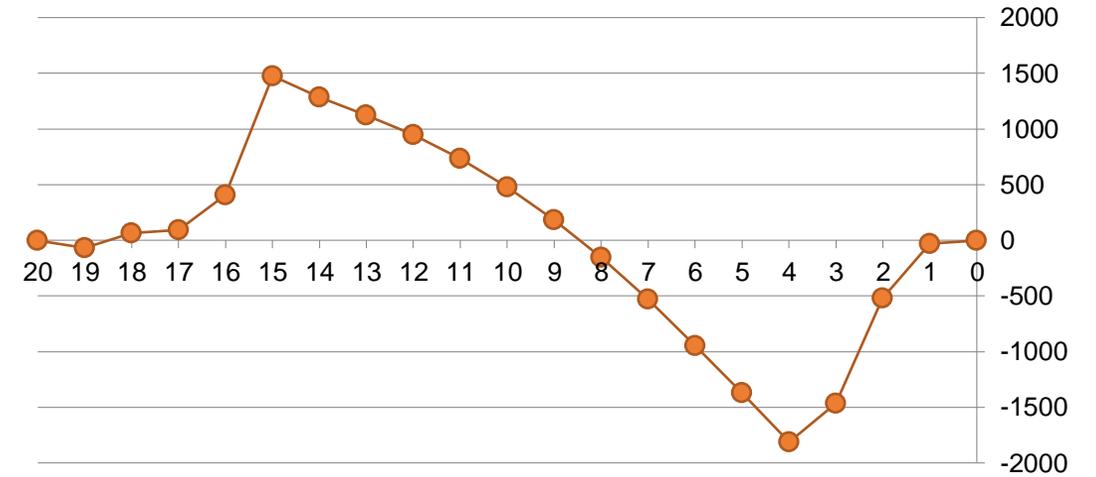


# Судно в грузу с 10% запасов

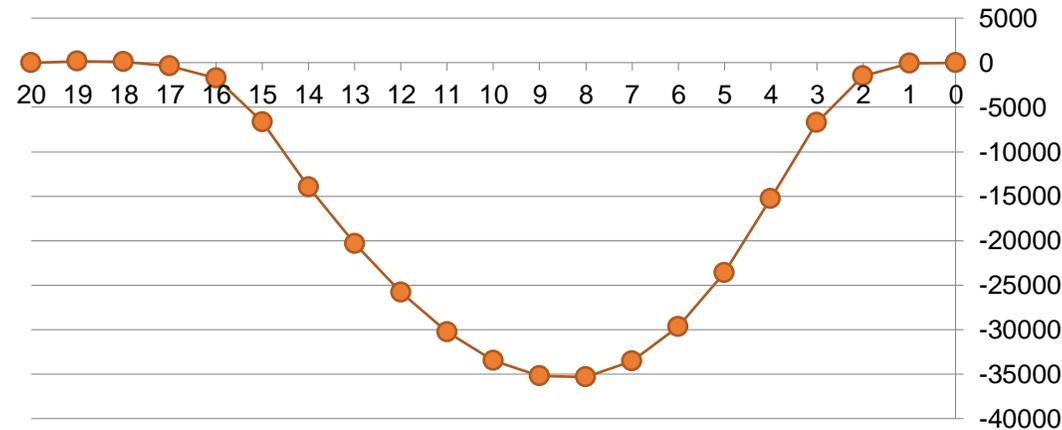
## Нагрузка на шпацию



## Перерезывающая сила



## Изгибающий момент



# Дополнительный изгибающий момент и перерезывающая сила

$$M_{\text{дв}} = \pm(k_p M_{\text{в}} + M_y)$$

$$M_{\text{дв}} = \pm(1,069 \cdot 44743 + 19191) = \pm(67020) \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$N_{\text{дв}} = \frac{4M_{\text{дв}}}{L}$$

$$N_{\text{дв}} = \pm \frac{4 \cdot 67020}{105} = \pm 2553 \text{ кН}$$

# Расчетный случай

Максимальное значение изгибающего момента и перерезывающей силы соответствует случаю в грузу с 10% запасов

$$N_{\text{ТВ}} = -1812 \text{ кН}$$

$$M_{\text{ТВ}} = -35307 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Расчетный изгибающий момент и перерезывающая сила

$$M_{\text{р}} = M_{\text{ТВ}} + M_{\text{ДВ}} \quad M_{\text{р}} = -35307 - 67020 = -102327 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$N_{\text{р}} = |N_{\text{ТВ}}| + |N_{\text{ДВ}}| \quad N_{\text{р}} = 1812 + 2553 = 4365 \text{ кН}$$



# Напряжения от общего изгиба

Нормальные напряжения от общего изгиба в первом приближении равны:

В днище (растяжение):

$$\sigma_{\text{дн}} = \frac{M}{W_{\text{дн}}}$$

$$\sigma_{\text{дн}} = \frac{102327}{10335,85 \cdot 10^{-4}} = 99,00 \text{ МПа}$$

В палубе (сжатие):

$$\sigma_{\text{пал}} = \frac{M}{W_{\text{пал}}}$$

$$\sigma_{\text{пал}} = \frac{102327}{8237,50 \cdot 10^{-4}} = 124,22 \text{ МПа}$$

Сравним полученные напряжения с допускаемыми:

$$[\sigma]_{\text{пал}} = 0,7\sigma_{\text{T}}$$

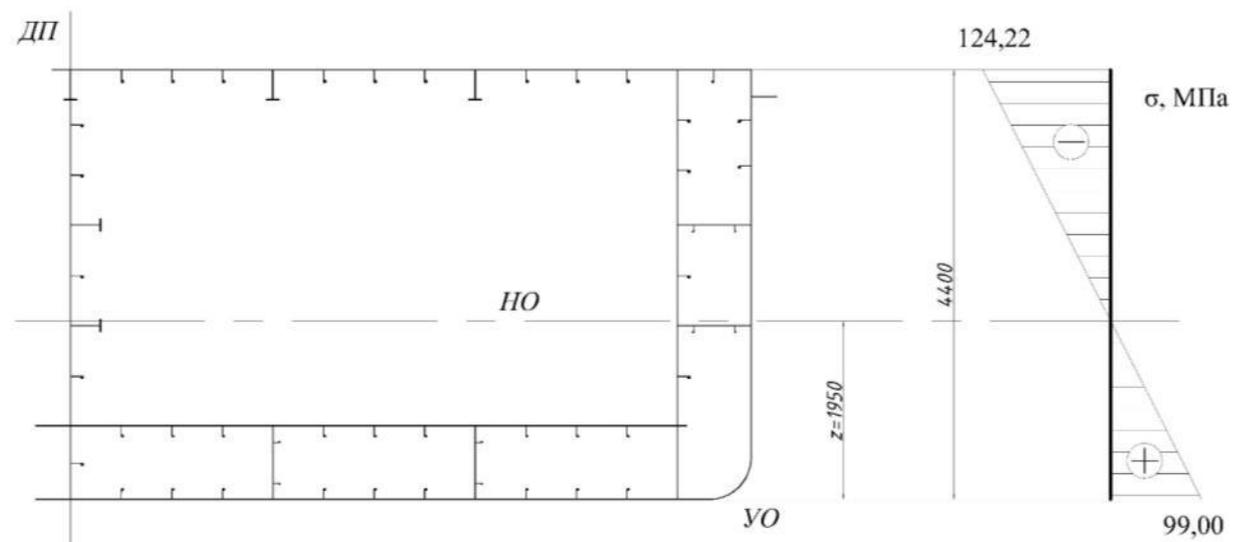
$$[\sigma]_{\text{пал}} = 0,7 \cdot 235 = 164,5 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{пал}} = 124,22 < [\sigma]_{\text{пал}} = 164,5$$

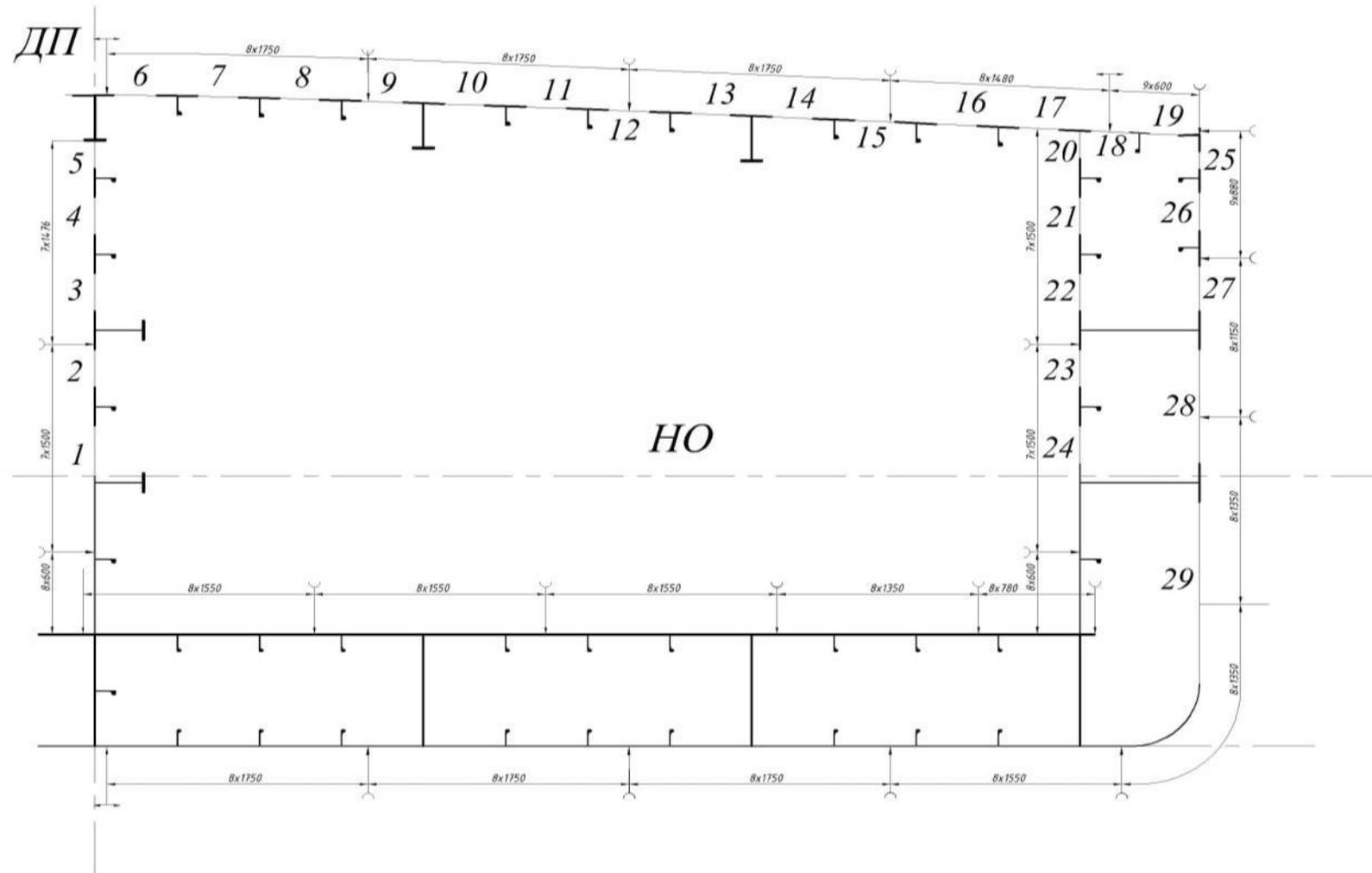
$$[\sigma]_{\text{дн}} = 0,6\sigma_{\text{T}}$$

$$[\sigma]_{\text{дн}} = 0,6 \cdot 235 = 141 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{дн}} = 99,00 < [\sigma]_{\text{пал}} = 141$$



# Расчет эквивалентного бруса во втором приближении



Редукционный коэффициент определяется по формуле:

$$\varphi = \frac{\sigma_{ц}}{\sigma_{ж}},$$

$$\sigma_{ц} = \rho(x - 1)\sigma_{э}$$

Где  $x$  – определяется из кубического уравнения:

$$x^3 + \left[ \frac{2,73}{\rho \left(1 + \frac{a^2}{b^2}\right)^2} \left(\frac{h}{t}\right)^2 - \frac{1}{\rho} \frac{\sigma_{ж}}{\sigma_{э}} - 1 \right] x^2 = \frac{2,73}{\rho \left(1 + \frac{a^2}{b^2}\right)^2} \frac{(f + h)^2}{t^2}$$

$h$  – начальная погибь, м

$\sigma_{э}$  – эйлерово напряжение при поперечной системе набора, определяемое по

$$h = \frac{a}{55} \left( \frac{0,0015}{t} + 0,4 \right)$$

формуле:

$$\sigma_{э} = 19 \left( \frac{100t}{a} \right)^2 \left( 1 + \frac{a^2}{b^2} \right)^2$$

# Напряжения от общего изгиба

Нормальные напряжения от общего изгиба во втором приближения равны:

В днище (растяжение):

$$\sigma_{\text{дн}} = \frac{102327}{10165,56 \cdot 10^{-4}} \cdot = 100,66 \text{ МПа}$$

В палубе (сжатие):

$$\sigma_{\text{пал}} = \frac{102327}{8167,49 \cdot 10^{-4}} \cdot = 125,29 \text{ МПа}$$

Сравним полученные напряжения с допускаемыми:

$$[\sigma]_{\text{пал}} = 0,7\sigma_T$$

$$[\sigma]_{\text{пал}} = 0,7 \cdot 235 = 164,5 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{пал}} = 125,29 < [\sigma]_{\text{пал}} = 164,5$$

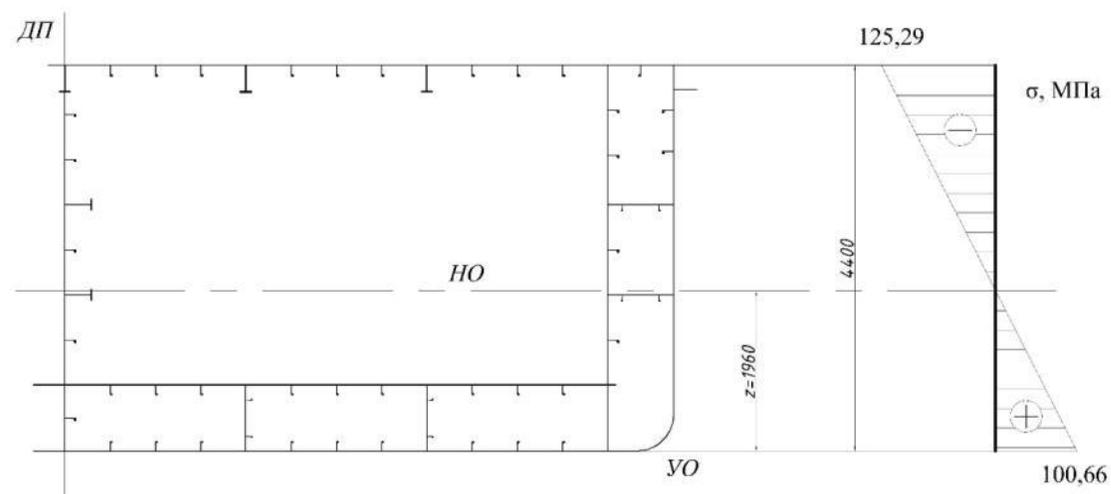
$$[\sigma]_{\text{дн}} = 0,6\sigma_T$$

$$[\sigma]_{\text{дн}} = 0,6 \cdot 235 = 141 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{дн}} = 100,66 < [\sigma]_{\text{пал}} = 141$$

$$\Delta\sigma_{\text{пал}} = \frac{125,29 - 124,22}{125,29} \cdot 100\% = 0,8\% < 5\%$$

$$\Delta\sigma_{\text{дн}} = \frac{100,66 - 99,00}{100,66} \cdot 100\% = 1,6\% < 5\%$$



# 3. Расчет общей вибрации корпуса судна

- Расчет свободных колебаний

- Исходные данные

- $E = 1,96 \cdot 10^8 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2};$

- $G = 7,55 \cdot 10^7 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2};$

- $L \times B \times H \times T = 100 \times 12,2 \times 4,9 \times 2,81 \text{ (м)};$

- $D = 2800 \text{ т};$

- $\Delta L = \frac{L}{20} = 5,00 \text{ м};$

- $\omega_c = H \sum t = 0,08 \text{ м}^2;$

- $\rho = 1 \frac{\text{т}}{\text{м}^3};$

- $m_0 = 10 \frac{\text{т}}{\text{м}};$

- $I_0 = 1 \text{ м}^4;$

- $\rho_0^2 \cong \frac{H^2}{12} = \frac{4,9^2}{12} = 2 \text{ м}^2;$

# Метод Релея-Папковича

- $f_j(x) = \delta_j + \beta_j \left( \frac{x}{L} - \frac{1}{2} \right) + \sin \frac{j\pi x}{L}$
- Условие динамического равновесия

$$\int_0^L m \frac{d^2 W}{dt^2} dx = 0.$$

$$W(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} f_j(x) \varphi_j(t).$$

$$\int_0^L \int_0^x m \frac{d^2 \omega}{dt^2} dx^2 = 0.$$

$$\left. \begin{aligned} & \left( \sum_{i=1}^{20} \bar{m}_i \right) \delta_j + \left[ \sum_{i=1}^{20} \bar{m}_i \left( \frac{x_i}{L} - \frac{1}{2} \right) \right] \beta_j + \sum_{i=1}^{20} \bar{m}_i \sin \frac{j\pi x_i}{L} = 0 \\ & \left( \sum_{i=1}^{20} \sum_{i=1}^i \bar{m}_i \right) \delta_j + \left[ \sum_{i=1}^{20} \sum_{i=1}^i \bar{m}_i \left( \frac{x_i}{L} - \frac{1}{2} \right) \right] \beta_j + \sum_{i=1}^{20} \sum_{i=1}^i \bar{m}_i \sin \frac{j\pi x_i}{L} = 0 \end{aligned} \right\}$$

Частота собственных вертикальных изгибных колебаний определяется по формуле Релея:

$$\lambda_j = \sqrt{\frac{N_j}{M_j}}$$

# Поправки на сдвиг и вращение

Учитывая вращение сечений корпуса судна внесем поправки на кручение и сдвиг:

$$\lambda_j^* = \frac{\lambda_j}{\sqrt{1 + k_{\text{сдв}} + k_{\text{вр}}}}$$

Для первого тона вертикальных колебаний

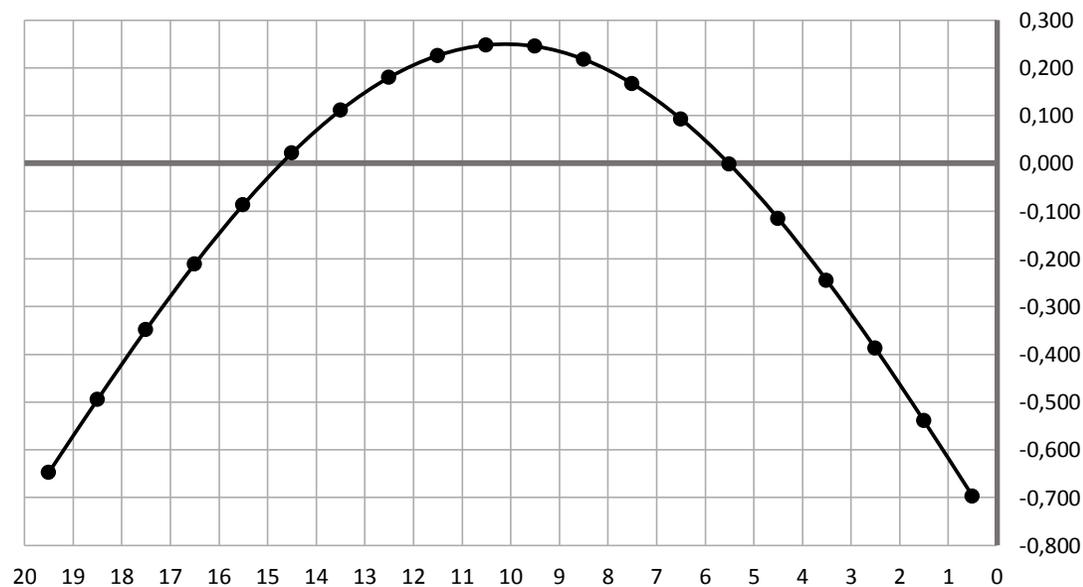
$$k_{\text{сдв}} = \frac{\frac{1}{20} E \pi^4 I_0 \sum \frac{I_i}{I_0} \sin^2 \frac{\pi x}{L}}{L^2 G \omega_c \left( \beta_1^2 + \frac{\pi^2}{2} \right)}; \quad k_{\text{вр}} = \frac{\rho_0^2 \left( \beta_1^2 + \frac{\pi^2}{2} \right) \sum m_i}{L^2 m_0 \sum \bar{m}_i f_i^2}.$$

Для второго тона вертикальных колебаний

$$k_{\text{сдв}} = \frac{\frac{1}{20} \cdot 16 E \pi^4 I_0 \sum \frac{I_i}{I_0} \sin^2 \frac{2\pi x}{L}}{L^2 G \omega_c (\beta_2^2 + 2\pi^2)}; \quad k_{\text{вр}} = \frac{\rho_0^2 (\beta_2^2 + 2\pi^2) \sum m_i}{L^2 m_0 \sum \bar{m}_i f_i^2}.$$

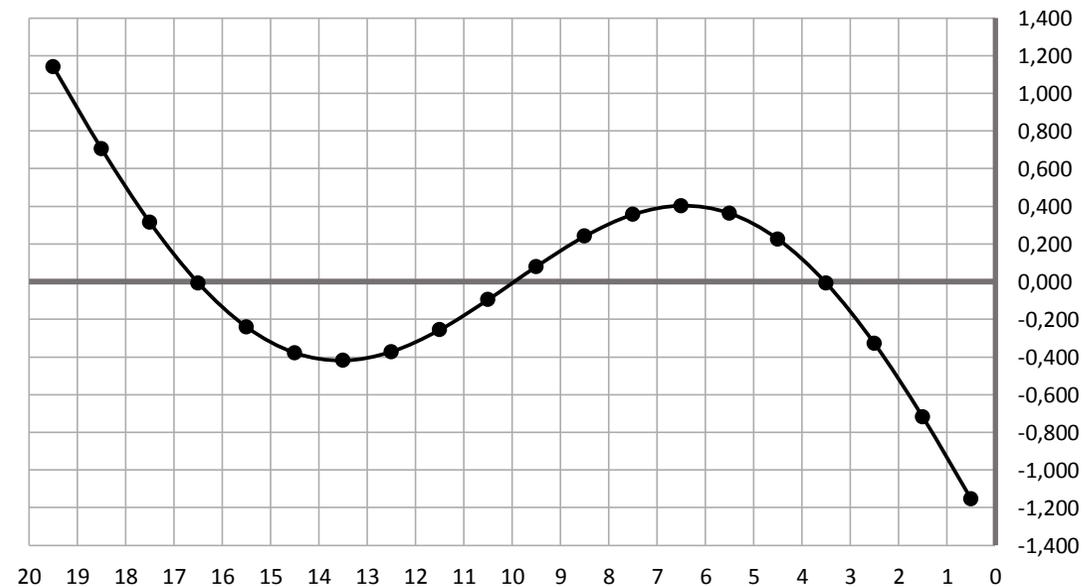
# Формы собственных колебаний

- Первого тона



$$f_1(x) = -0,75058 + 0,05268 \left( \frac{x}{L} - \frac{1}{2} \right) + \sin \frac{\pi x}{L}$$

- Второго тона



$$f_2(x) = -0,00781 + 2,74374 \left( \frac{x}{L} - \frac{1}{2} \right) + \sin \frac{2\pi x}{L}$$

# Частота собственных колебаний с учетом поправок на сдвиг и вращение

- $$N_1 = \frac{j^4 \pi^4 E I_0 \Delta L}{L^4} \cdot \sum_{i=1}^{20} \frac{I_i}{I_0} \sin^2 \frac{j \pi x_i}{L} = \frac{1^4 \pi^4 1,96 \cdot 10^8 \cdot 1 \cdot 5}{100^4} \cdot 15,889 = 15167 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$$
- $$M_1 = m_0 \Delta L \sum_{i=1}^{20} \bar{m}_i [f_1(x)]^2 = 10 \cdot 5 \cdot 8,118 = 406 \text{ т}$$
- $$\lambda_1 = \sqrt{\frac{N_1}{M_1}} = \sqrt{\frac{15167}{406}} = 6,11 \text{ с}^{-1}$$
- $$k_{\text{сдв}} = \frac{\frac{1}{20} E \pi^4 I_0 \sum_{I_0} \frac{I_i}{I_0} \sin^2 \frac{\pi x}{L}}{L^2 G \omega_c \left( \beta_1^2 + \frac{\pi^2}{2} \right)} = \frac{\frac{1}{20} \cdot 1,96 \cdot 10^8 \cdot \pi^4 \cdot 1 \cdot 15,889}{100^2 \cdot 7,55 \cdot 10^7 \cdot 0,08 \cdot \left( 0,05268^2 + \frac{\pi^2}{2} \right)} = 0,0509$$
- $$k_{\text{вр}} = \frac{\rho_0^2 \left( \beta_1^2 + \frac{\pi^2}{2} \right) \sum m_i}{L^2 m_0 \sum \bar{m}_i f_i^2} = \frac{2^2 \cdot \left( 0,05268^2 + \frac{\pi^2}{2} \right) \cdot 1383,48}{100^2 \cdot 10 \cdot 8,118} = 0,0168$$
- $$\lambda_1^* = \frac{\lambda_1}{\sqrt{1 + k_{\text{сдв}} + k_{\text{вр}}}} = \frac{6,11}{\sqrt{1 + 0,0509 + 0,0168}} = 5,92 \text{ с}^{-1}$$
- $$N_2 = \frac{j^4 \pi^4 E I_0 \Delta L}{L^4} \cdot \sum_{i=1}^{20} \frac{I_i}{I_0} \sin^2 \frac{j \pi x_i}{L} = \frac{2^4 \pi^4 1,96 \cdot 10^8 \cdot 1 \cdot 5}{100^4} \cdot 14,660 = 223912 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$$
- $$M_2 = m_0 \Delta L \sum_{i=1}^{20} \bar{m}_i [f_2(x)]^2 = 10 \cdot 5 \cdot 17,555 = 878 \text{ т}$$
- $$\lambda_2 = \sqrt{\frac{N_2}{M_2}} = \sqrt{\frac{223912}{878}} = 15,97 \text{ с}^{-1}$$
- $$k_{\text{сдв}} = \frac{\frac{1}{20} \cdot 16 E \pi^4 I_0 \sum_{I_0} \frac{I_i}{I_0} \sin^2 \frac{2 \pi x}{L}}{L^2 G \omega_c \left( \beta_2^2 + 2 \pi^2 \right)} = \frac{\frac{1}{20} \cdot 16 \cdot 1,96 \cdot 10^8 \cdot \pi^4 \cdot 1 \cdot 14,660}{100^2 \cdot 7,55 \cdot 10^7 \cdot 0,08 \cdot \left( 2,74374^2 + 2 \pi^2 \right)} = 0,1360$$
- $$k_{\text{вр}} = \frac{\rho_0^2 \left( \beta_2^2 + 2 \pi^2 \right) \sum m_i}{L^2 m_0 \sum \bar{m}_i f_i^2} = \frac{2^2 \cdot \left( 2,74374^2 + 2 \pi^2 \right) \cdot 1272,20}{100^2 \cdot 10 \cdot 17,555} = 0,0395$$
- $$\lambda_2^* = \frac{\lambda_2}{\sqrt{1 + k_{\text{сдв}} + k_{\text{вр}}}} = \frac{15,97}{\sqrt{1 + 0,1360 + 0,0395}} = 14,73 \text{ с}^{-1}$$

# Расчет вынужденных колебаний корпуса судна

Определить амплитуду колебаний корпуса судна в шпации 0-1, возникающую от гармонической силы  $P = \cos(\omega t)$ , которая приложена в шпации 19-20.

## Исходные данные

Амплитуда силы –  $P = 10$  кН

Частота вынужденных колебаний –  $\omega = 5,62$  с<sup>-1</sup>

Частота собственных колебаний:

1-го тона –  $\lambda_1 = 5,92$  с<sup>-1</sup>

2-го тона –  $\lambda_2 = 14,73$  с<sup>-1</sup>

Коэффициент внутреннего сопротивления –  $\chi_1 = \chi_2 = \chi = 0,1$

Коэффициент внешнего сопротивления –  $r = 0$

$$W(x, t) = \left[ \sum_{j=1}^{\infty} \frac{P f_j(a) f_j(x) \cos \beta_j}{N_j \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\lambda_j^2}\right)^2 + \left(\frac{2r_j \omega}{\lambda_j^2} + \chi_j\right)^2}} \right] \cos \omega t + \left[ \sum_{j=1}^{\infty} \frac{P f_j(a) f_j(x) \sin \beta_j}{N_j \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\lambda_j^2}\right)^2 + \left(\frac{2r_j \omega}{\lambda_j^2} + \chi_j\right)^2}} \right] \sin \omega t$$

Фазовый угол определяется формулами:

$$\sin \beta_j = \frac{\frac{2r_j \omega}{\lambda_j^2} + \chi_j}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\lambda_j^2}\right)^2 + \left(\frac{2r_j \omega}{\lambda_j^2} + \chi_j\right)^2}} \quad \cos \beta_j = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\lambda_j^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\lambda_j^2}\right)^2 + \left(\frac{2r_j \omega}{\lambda_j^2} + \chi_j\right)^2}}$$

Перемещение в шпации равно:

$$W(t) = 1,419 \cos \omega t + 1,517 \sin \omega t$$

Или  $W(t)$  можно представить в виде:

$$W(t) = C \cos(\omega t - \gamma) = 2,077 \cos(5,62t - 46^\circ 54')$$

$$W^{max} = 2,077 \text{ мм}$$

Допустимая амплитуда колебаний:

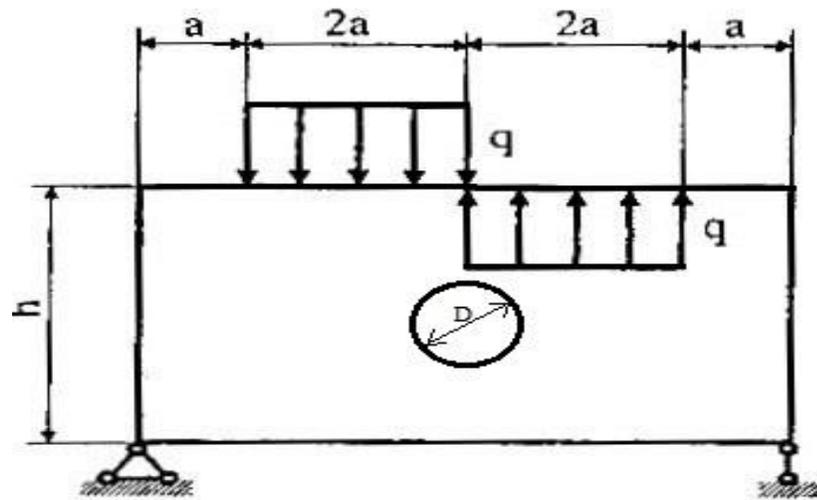
$$\alpha = \frac{2}{1 + \left(\frac{n}{5}\right)^2} = \frac{2}{1 + \left(\frac{0,894}{5}\right)^2} = 1,938 \text{ мм}$$

$2,077 > 1,938$  – максимальная амплитуда колебаний превышает допустимую, следовательно, необходимо провести мероприятия по уменьшению вибрации

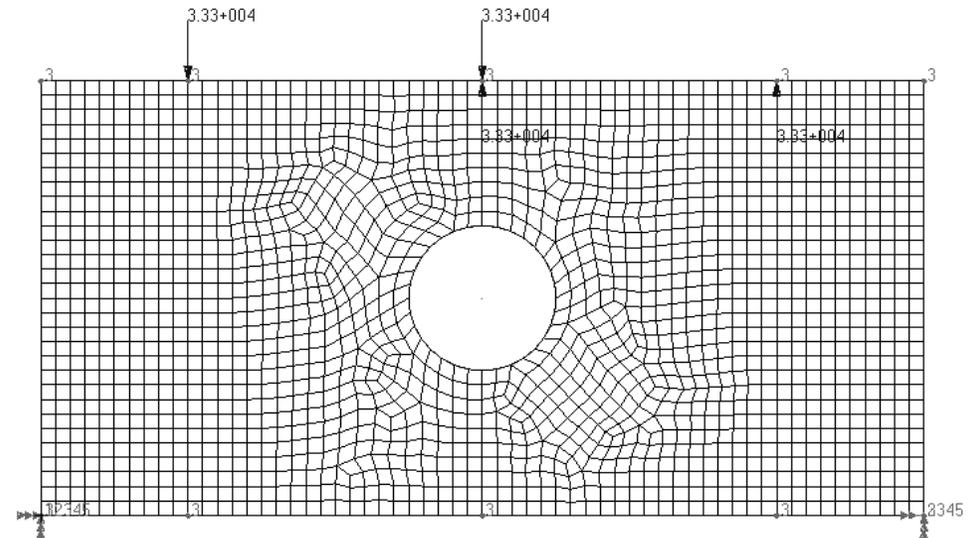
# 4. Расчет местной прочности элементов конструкции

Из условий прочности  $\sigma_i \leq [\sigma]$ , устойчивости  $P_{кр} \geq P$  и отсутствия резонанса  $f \neq f_{вын}$  спроектировать пластину минимальной толщины. Материал Ст.3

Расчетная схема



КЭ модель



$$a = 10 \text{ см}, h = 3 \cdot a = 30 \text{ см}, D = a = 10 \text{ см}, [\sigma] = 220 \text{ МПа}, f_{вын} = 10 \text{ Гц}$$

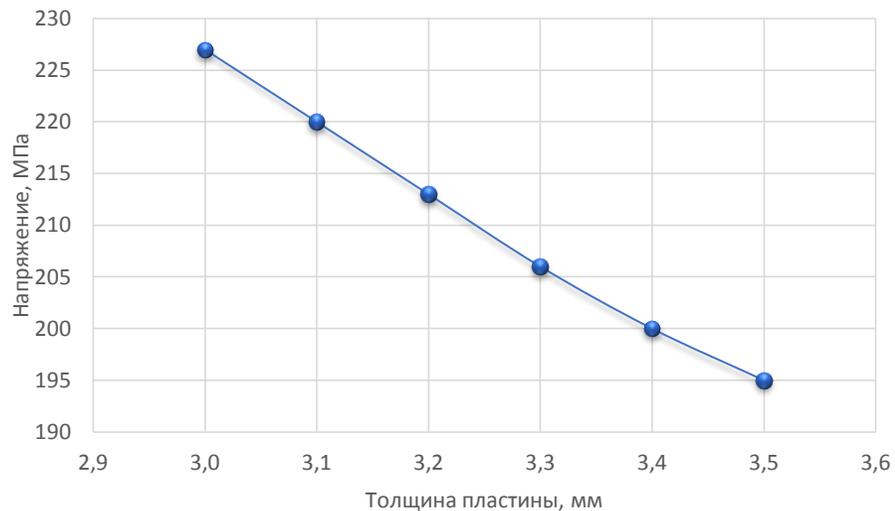


График зависимости максимального эквивалентного напряжения по Мизесу ( $\sigma_{\text{ЭКВ}}$ , МПа), возникающего в пластине от её толщины ( $t$ , мм)

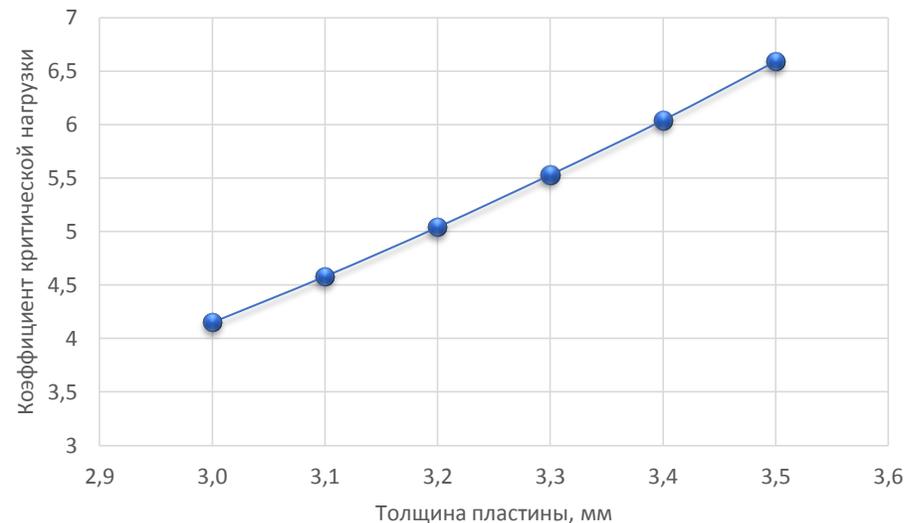


График зависимости частоты собственных колебаний первого тона  $f$  (Гц) от толщины пластины ( $t$ , мм)

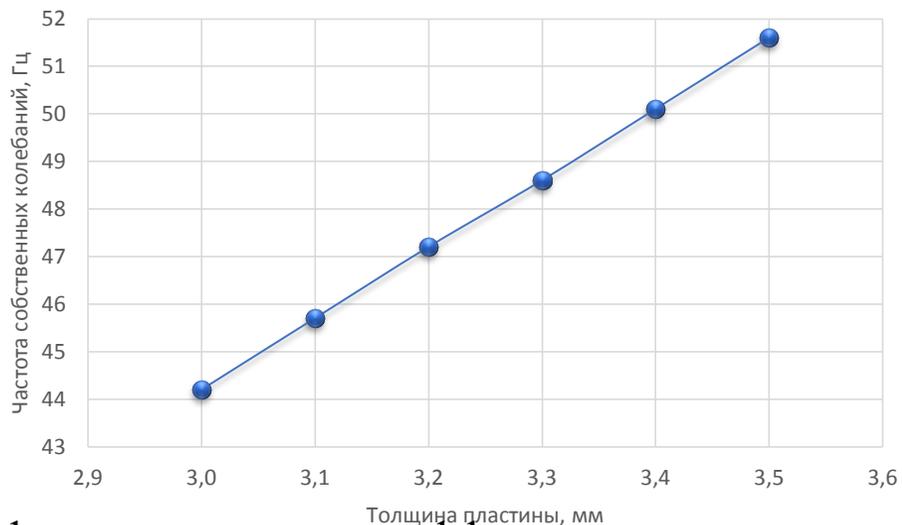
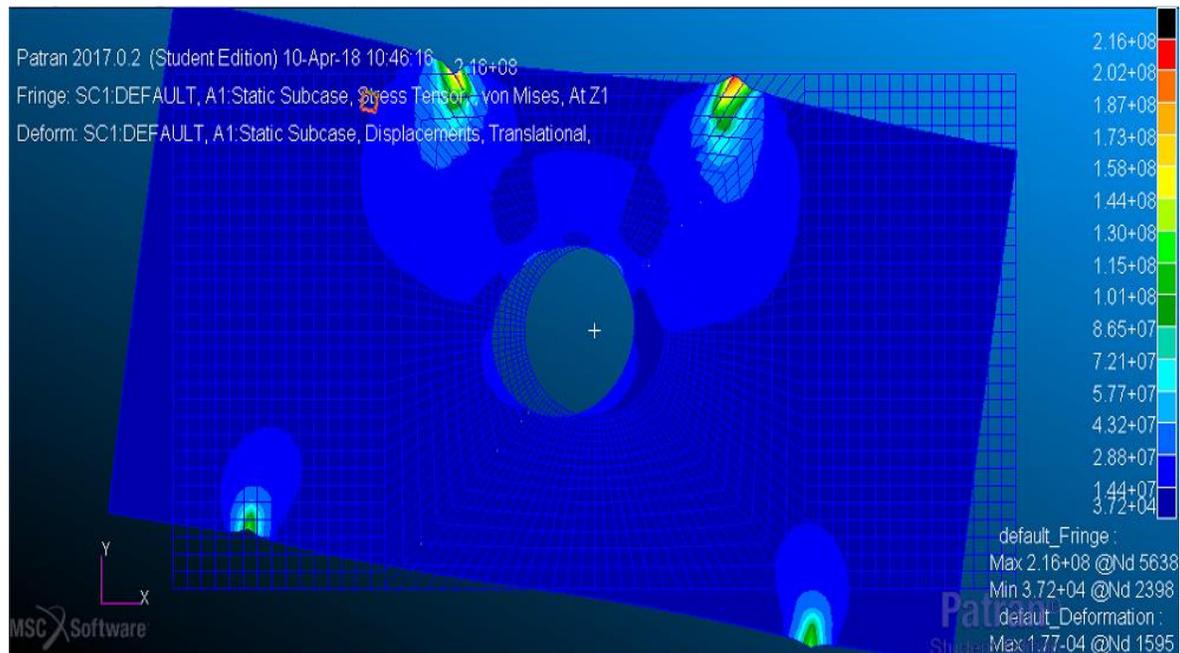


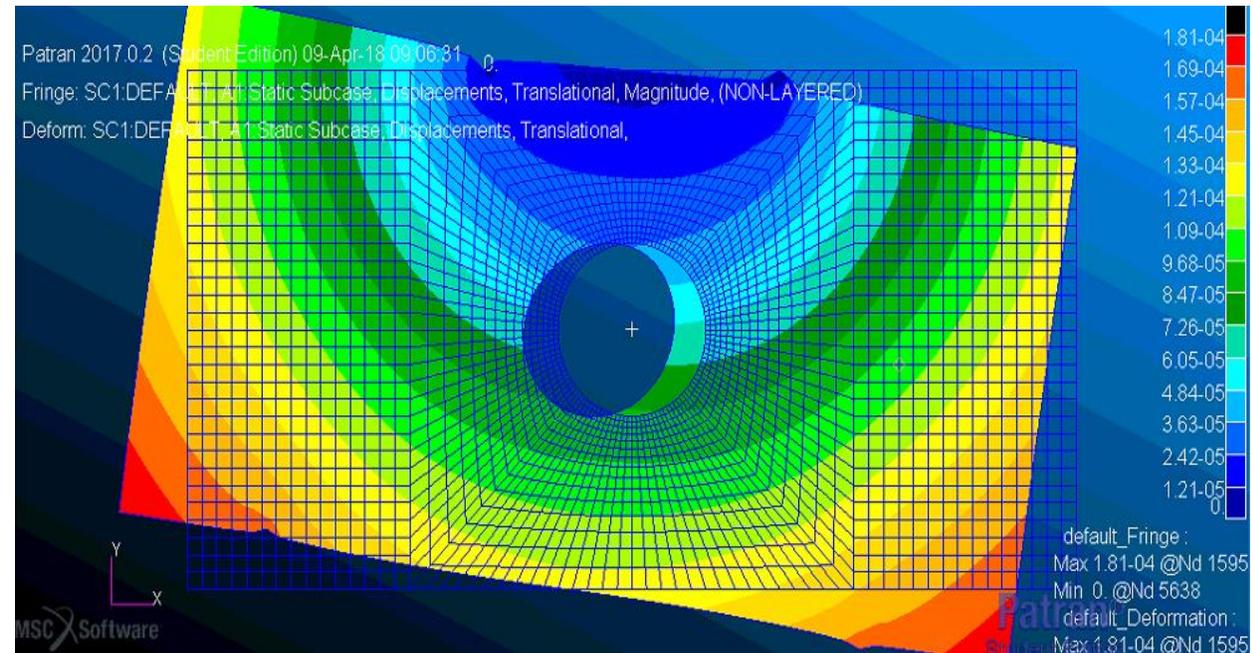
График зависимости коэффициента критической нагрузки  $k$  потери устойчивости первой формы от толщины пластины ( $t$ , мм)

**По результатам проведенных расчетов**  
**толщина пластины принята  $t = 3,1$  мм**

# Результаты расчета линейной статической прочности пластины с круглым вырезом

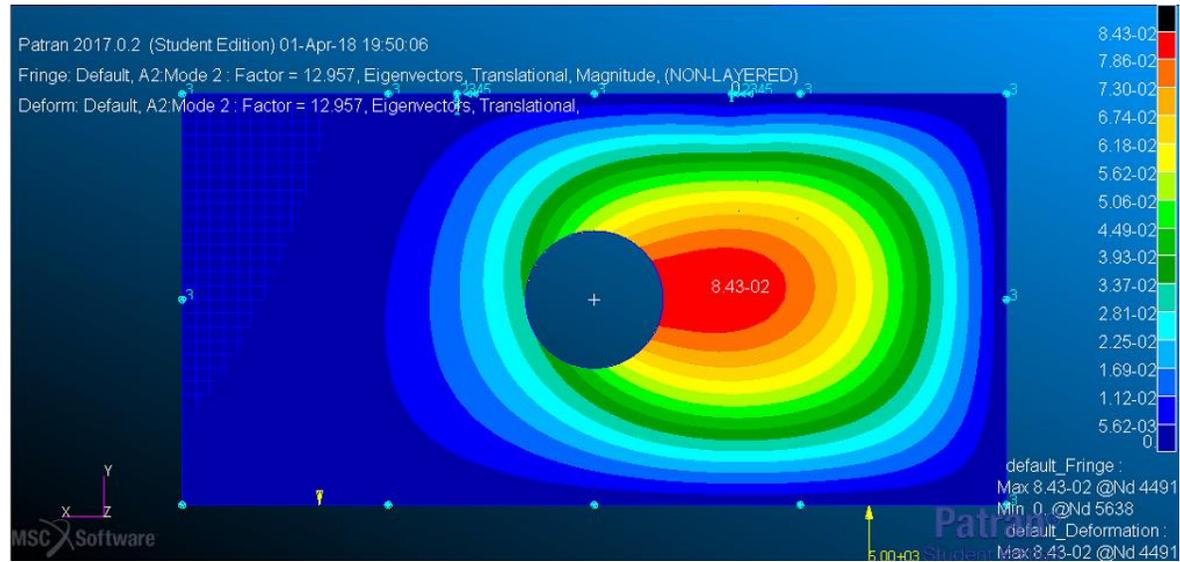


Распределение эквивалентных напряжений по Мизесу в пластине с круглым вырезом (Па)

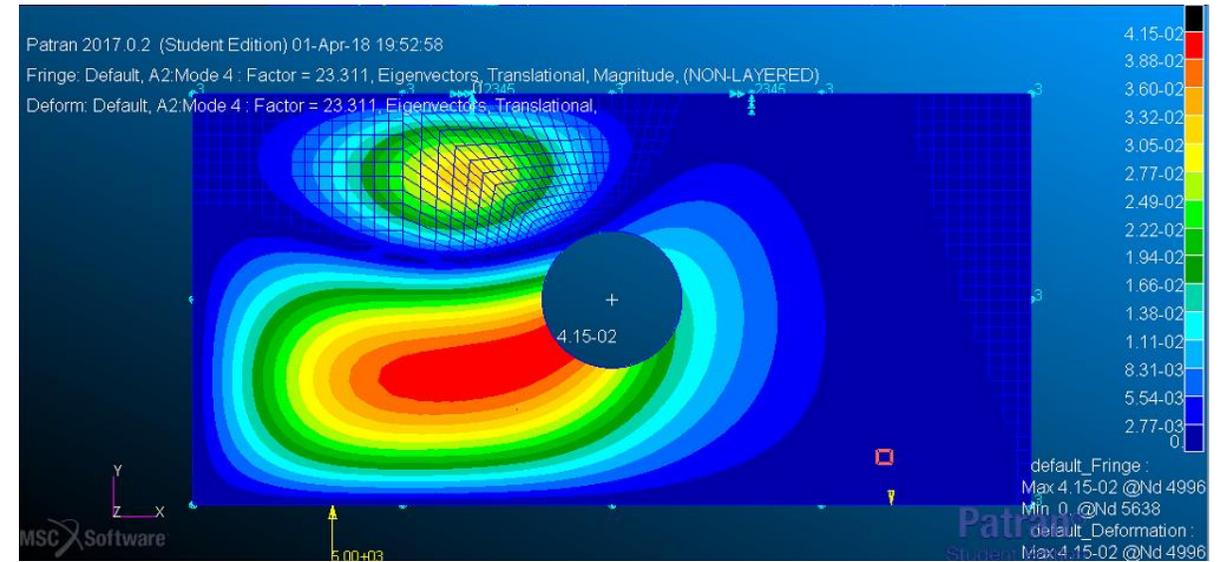


Распределение перемещений в пластине с круглым вырезом (м)

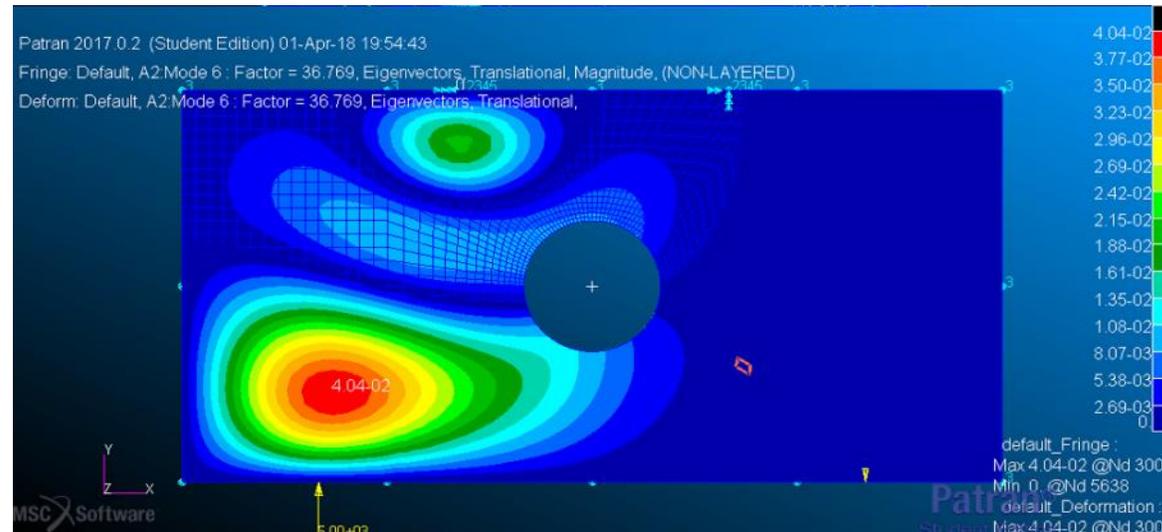
# Коэффициенты критической нагрузки и соответствующие им формы потери устойчивости



Первая форма потери устойчивости  $k = 13$

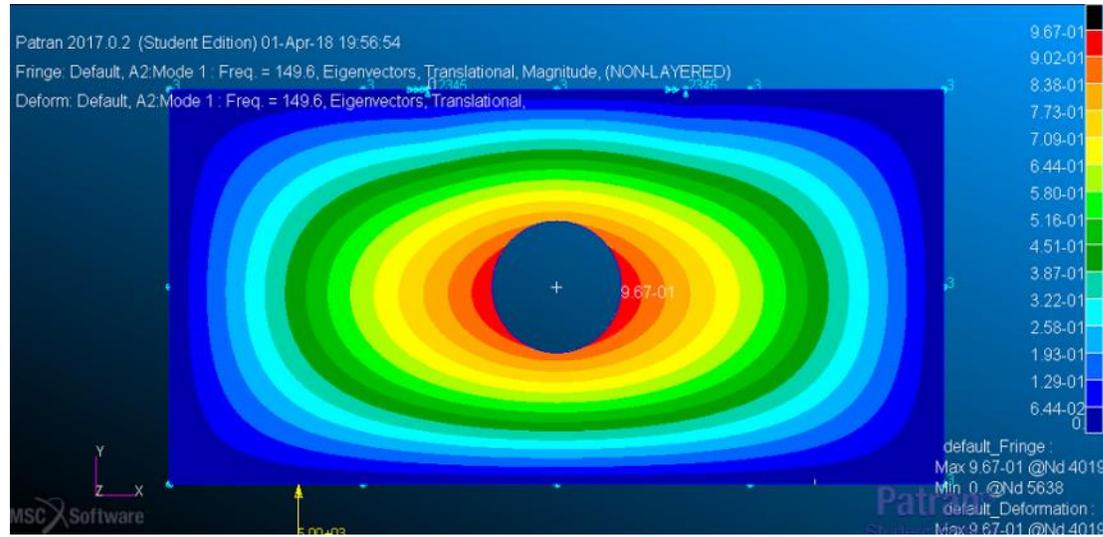


Вторая форма потери устойчивости  $k = 23,3$

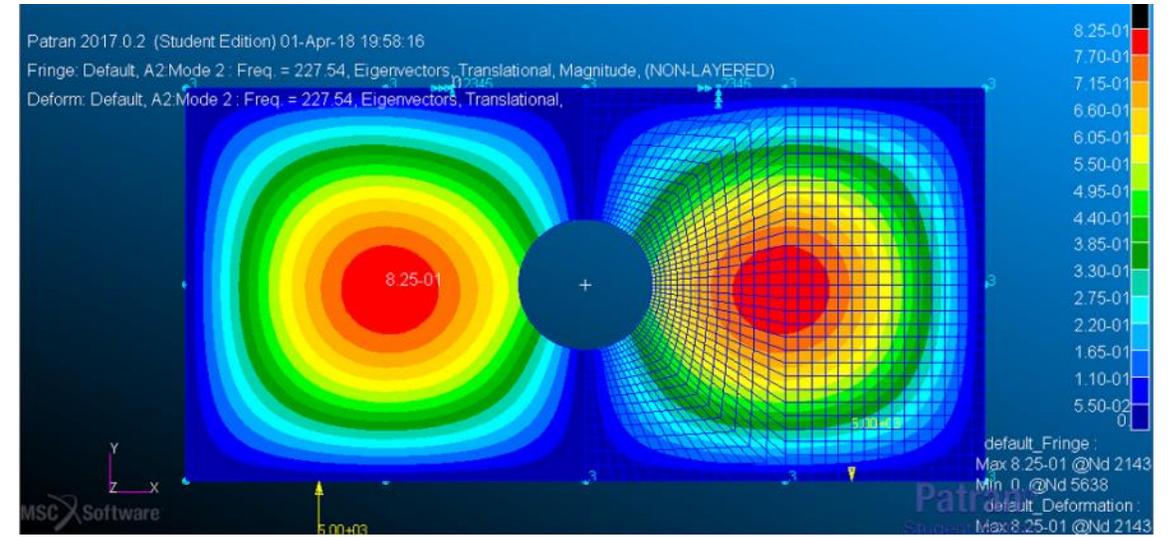


Третья форма потери устойчивости  $k = 36,8$

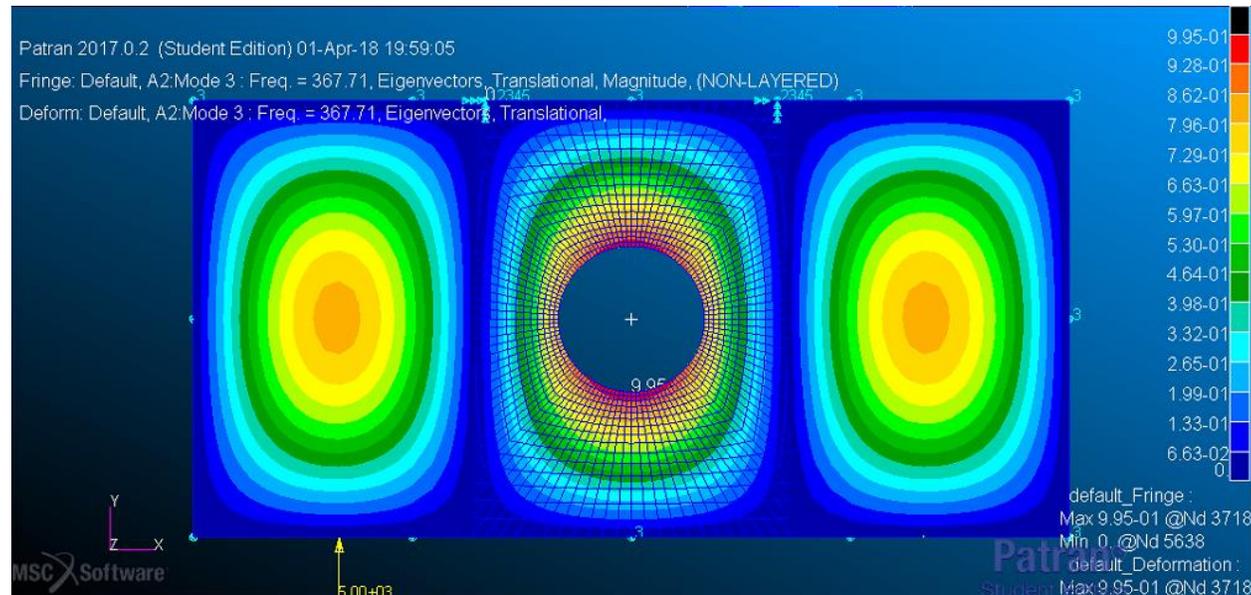
# Первые формы собственных колебаний и соответствующие им частоты



Форма собственных колебаний первого тона  $f = 149,6$  Гц



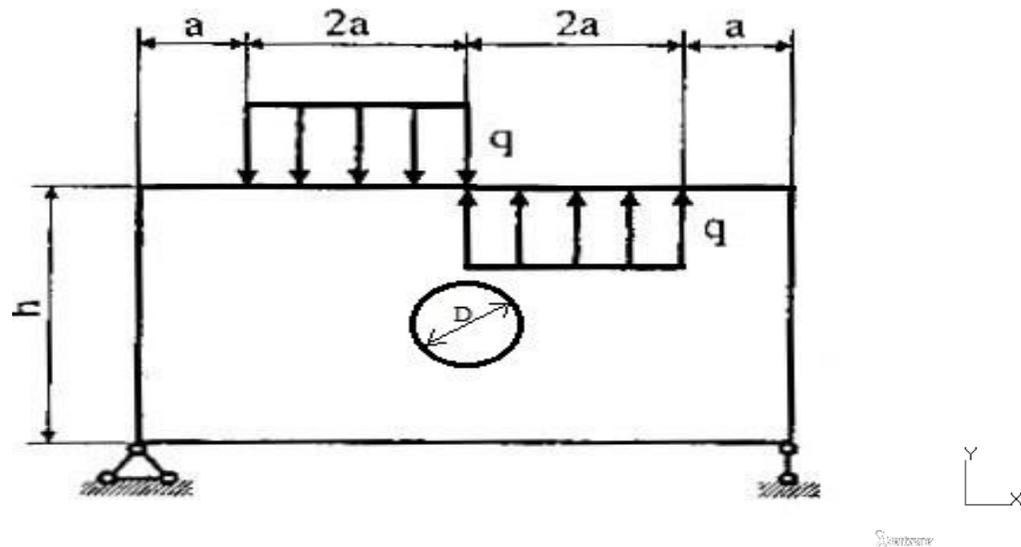
Форма собственных колебаний второго тона  $f = 227,5$  Гц



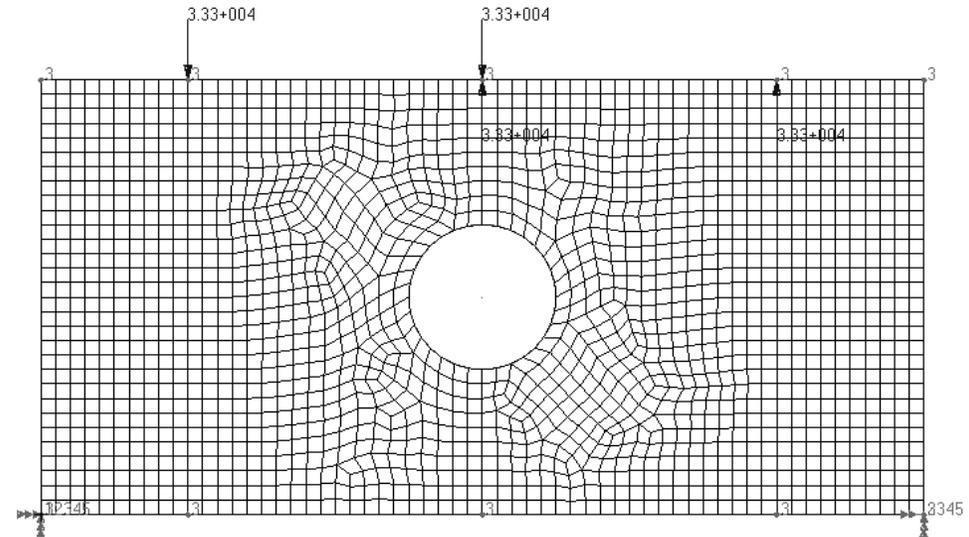
Форма собственных колебаний третьего тона  $f = 367,7$  Гц

Из условий прочности  $\sigma_i \leq [\sigma]$ , устойчивости  $P_{кр} \geq P$  и отсутствия резонанса  $f \neq f_{вн}$  спроектировать пластину минимальной толщины. Материал Ст.3

Расчетная схема



КЭ модель



$$a = 10 \text{ см}, h = 3 \cdot a = 30 \text{ см}, D = a = 10 \text{ см}, [\sigma] = 220 \text{ МПа}, f_{вн} = 10 \text{ Гц}$$

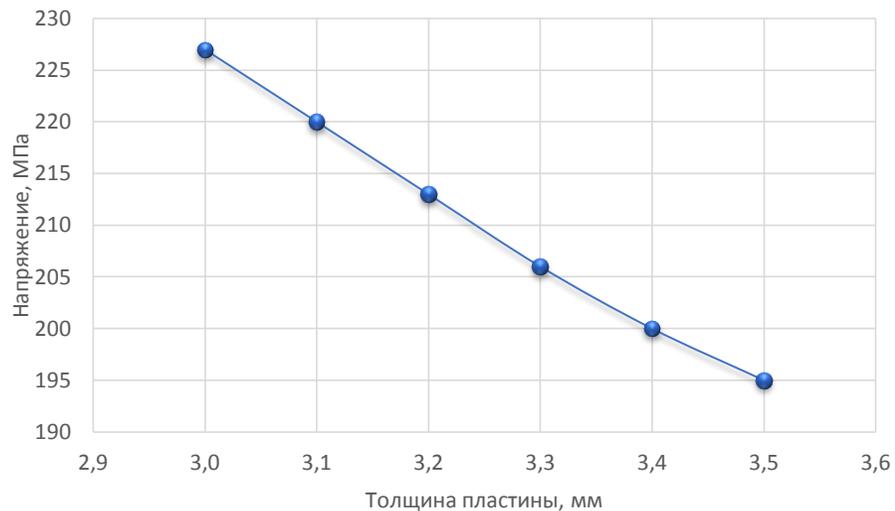


График зависимости максимального эквивалентного напряжения по Мизесу ( $\sigma_{\text{ЭКВ}}$ , МПа), возникающего в пластине от её толщины ( $t$ , мм)

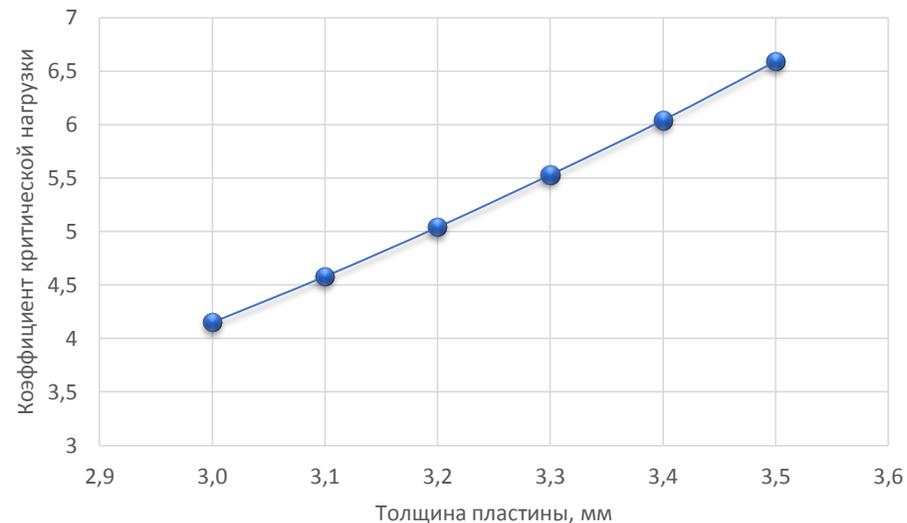


График зависимости частоты собственных колебаний первого тона  $f$  (Гц) от толщины пластины ( $t$ , мм)

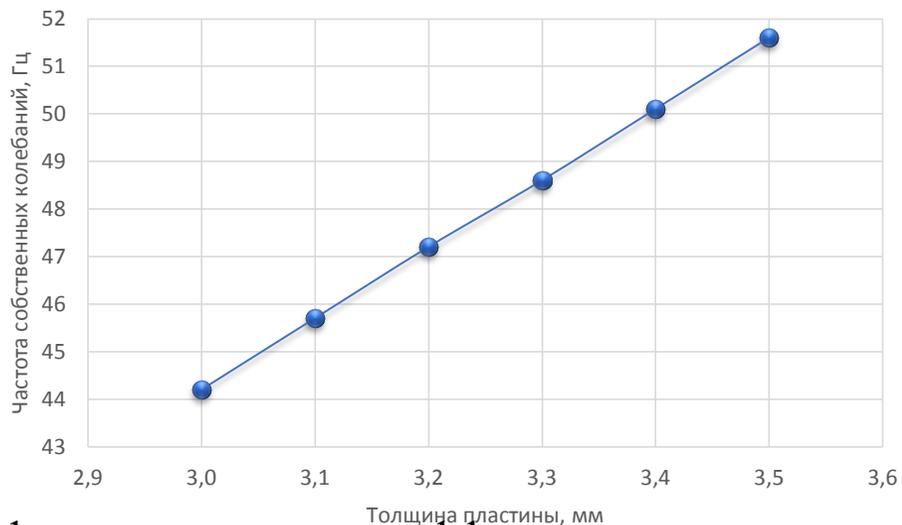
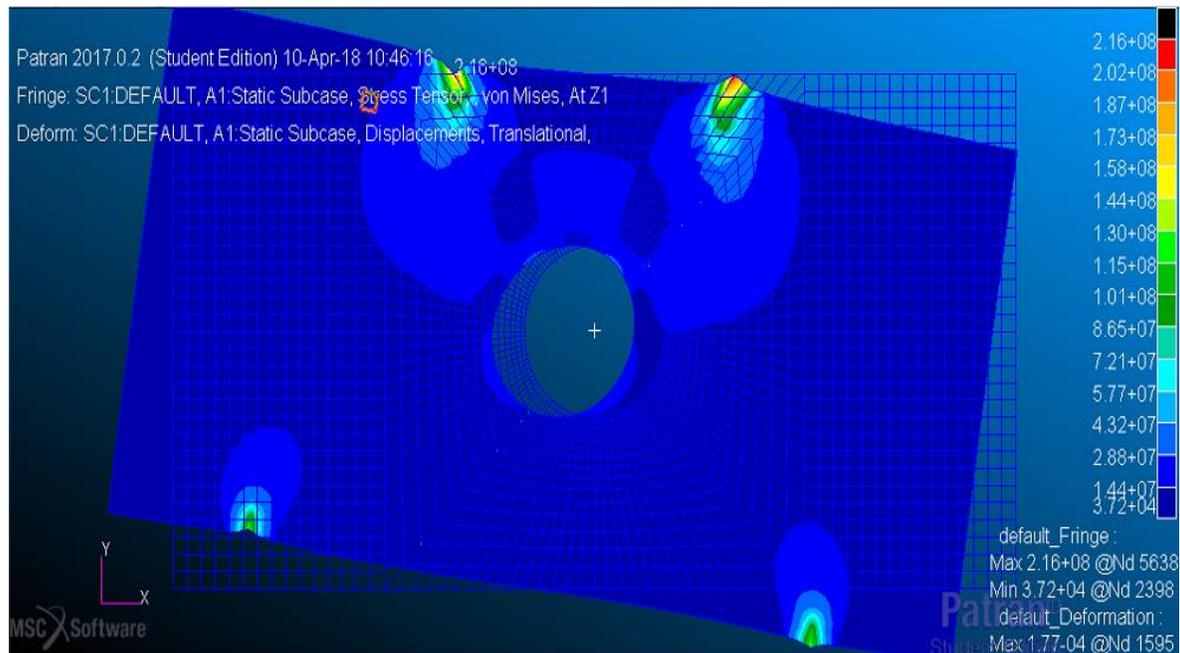


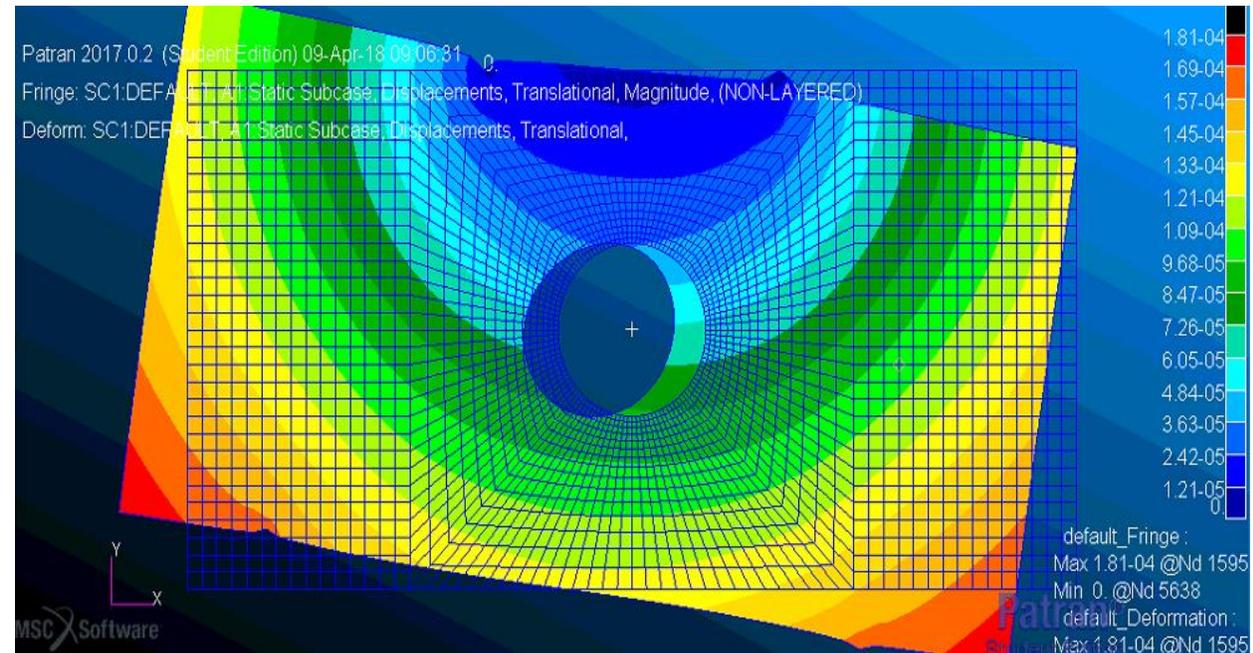
График зависимости коэффициента критической нагрузки  $k$  потери устойчивости первой формы от толщины пластины ( $t$ , мм)

**По результатам проведенных расчетов**  
**толщина пластины принята  $t = 3,1$  мм**

# Результаты расчета линейной статической прочности пластины с круглым вырезом

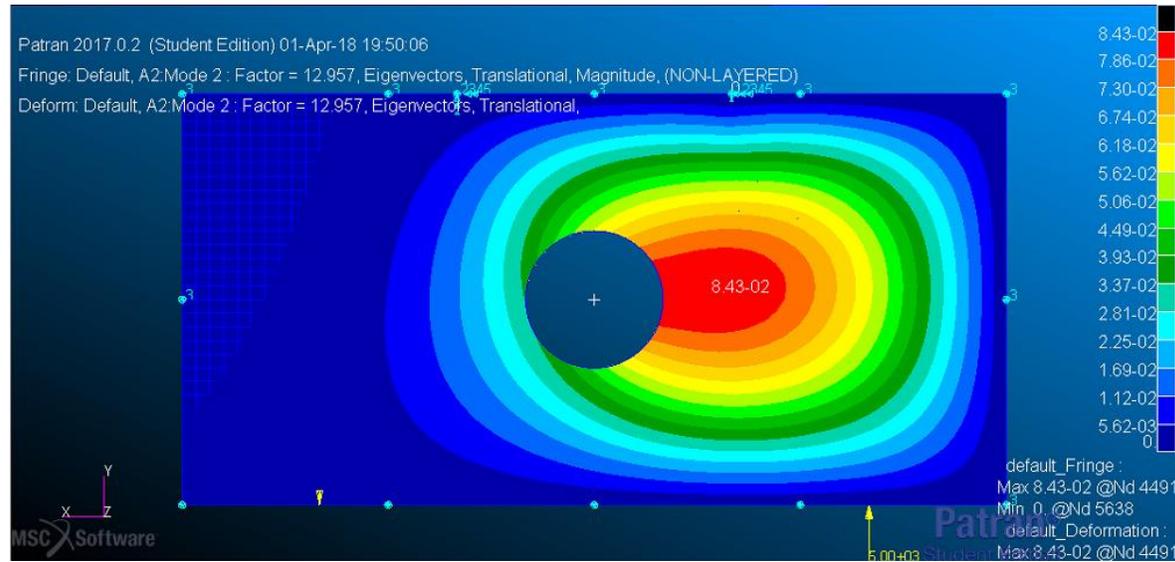


Распределение эквивалентных напряжений по Мизесу в пластине с круглым вырезом (Па)

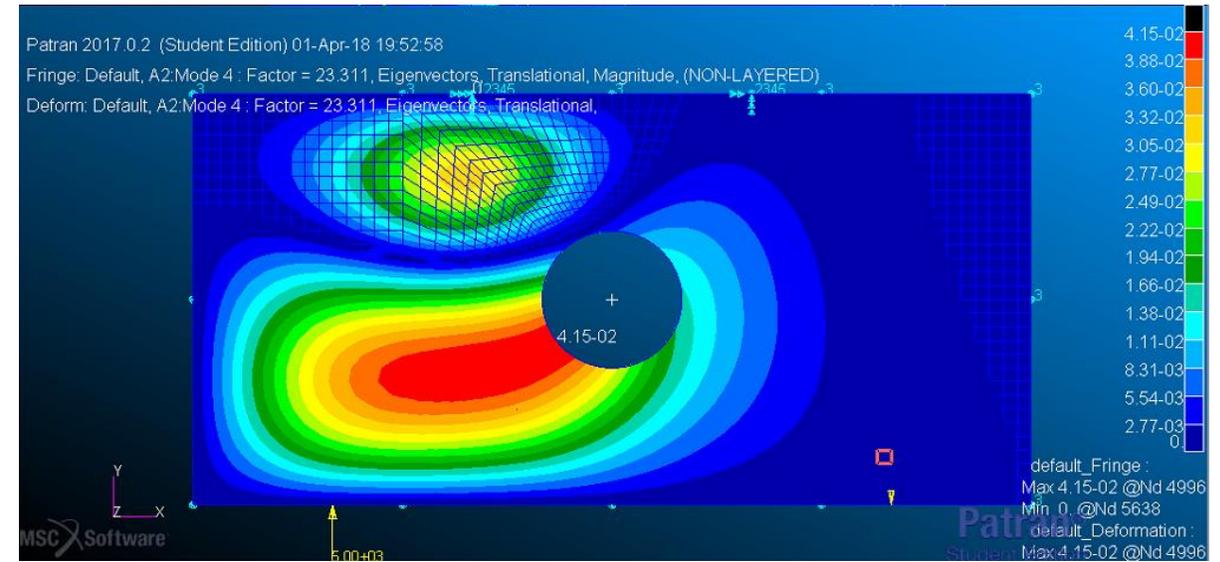


Распределение перемещений в пластине с круглым вырезом (м)

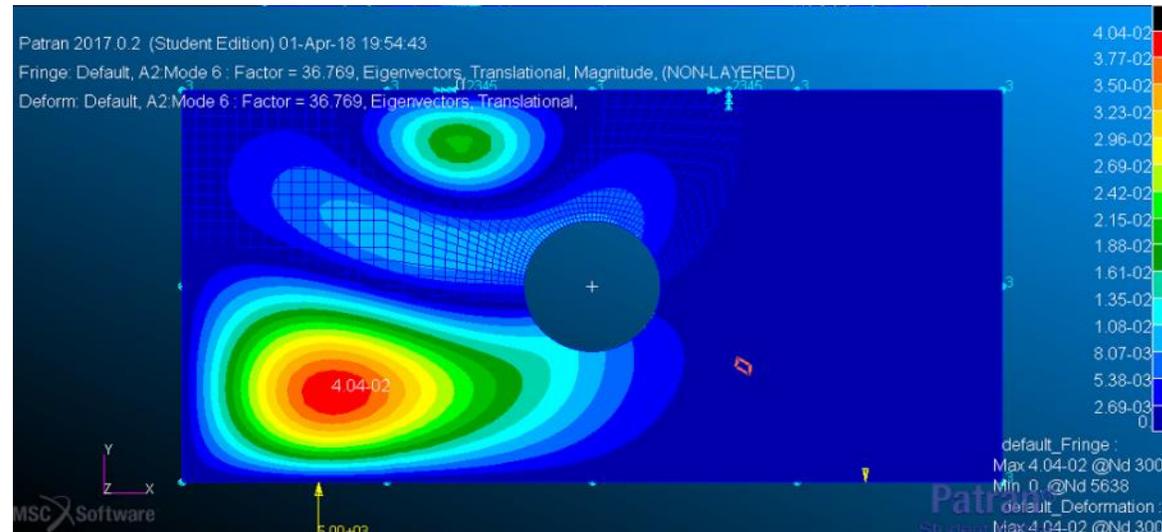
# Коэффициенты критической нагрузки и соответствующие им формы потери устойчивости



Первая форма потери устойчивости  $k = 13$

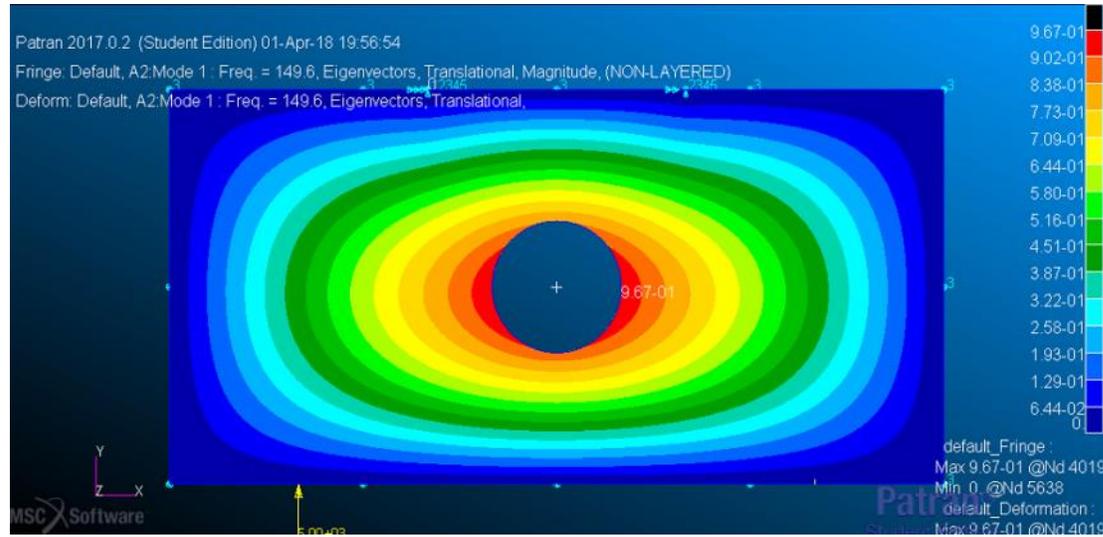


Вторая форма потери устойчивости  $k = 23,3$

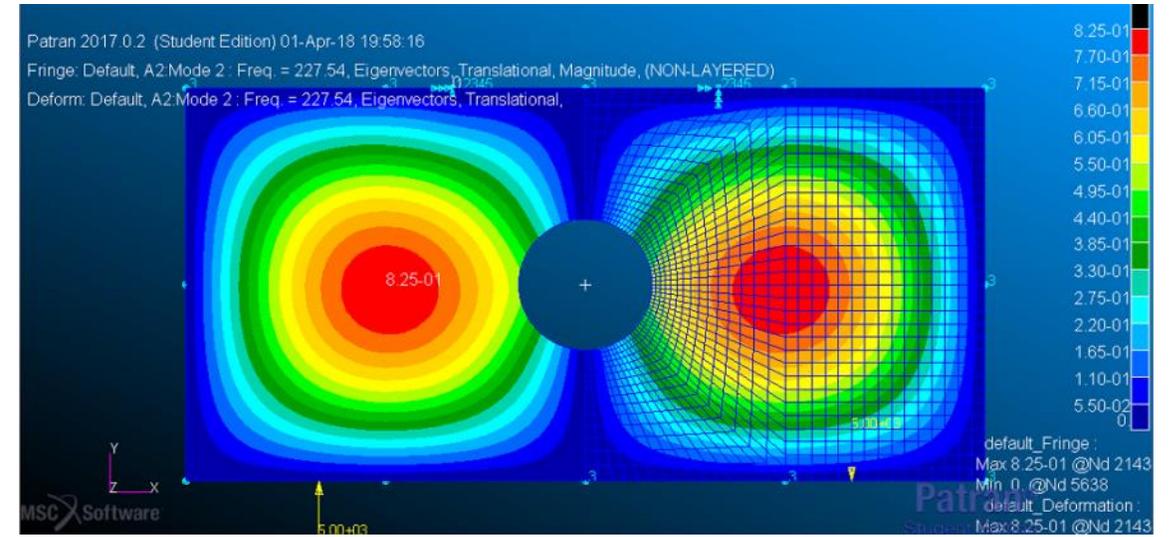


Третья форма потери устойчивости  $k = 36,8$

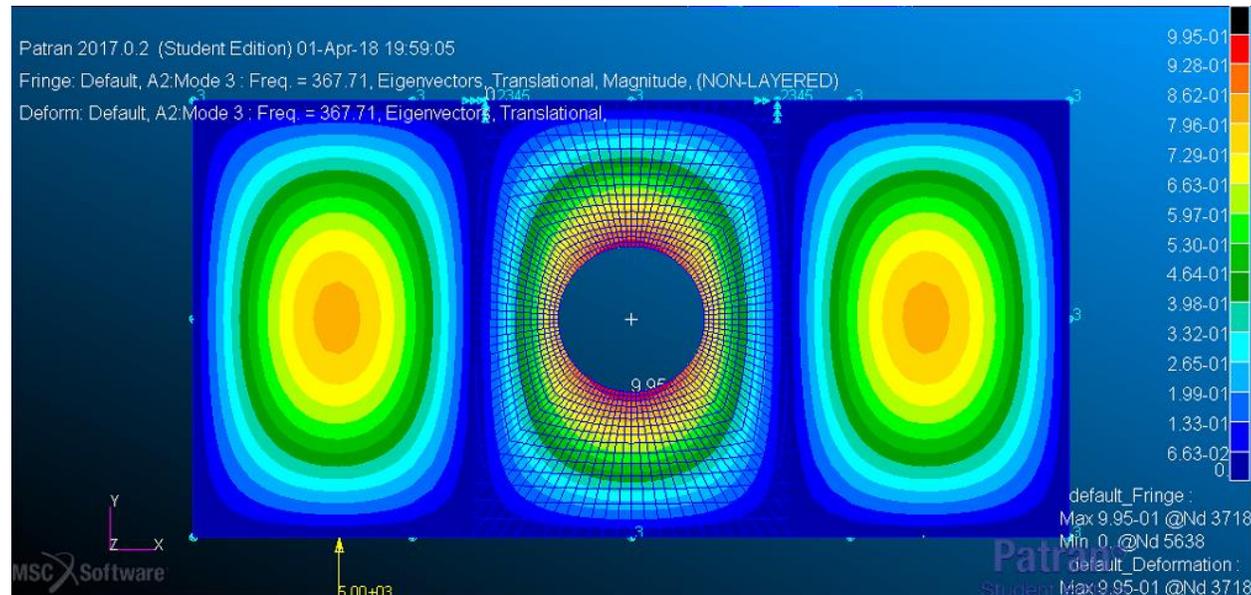
# Первые формы собственных колебаний и соответствующие им частоты



Форма собственных колебаний первого тона  $f = 149,6$  Гц



Форма собственных колебаний второго тона  $f = 227,5$  Гц



Форма собственных колебаний третьего тона  $f = 367,7$  Гц

# 5. Расчет ресурса конструкции

Напряженное состояние пластины с эллиптическим вырезом при растяжении

## Конструкция

Пластина с эллиптическим вырезом с размерами полуосей:

$$a = 1,39 \text{ см}$$

$$b = 0,61 \text{ см}$$

Теоретический коэффициент  
концентрации напряжений:

$$\alpha_{\sigma} = 1 + 2 \cdot \frac{a}{b} = 1 + 2 \cdot \frac{1,39}{0,61} = 5,56$$

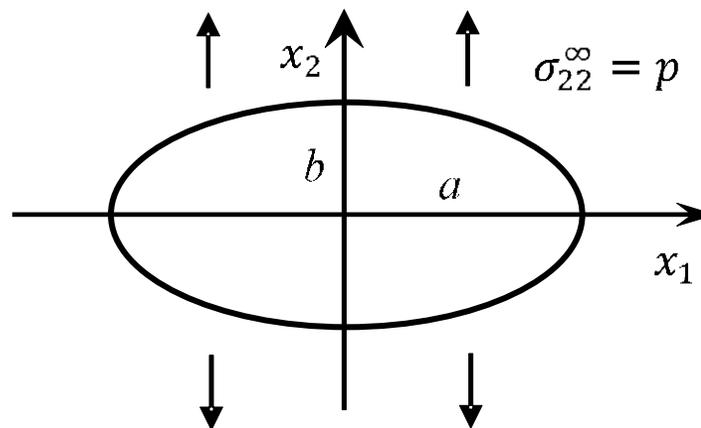
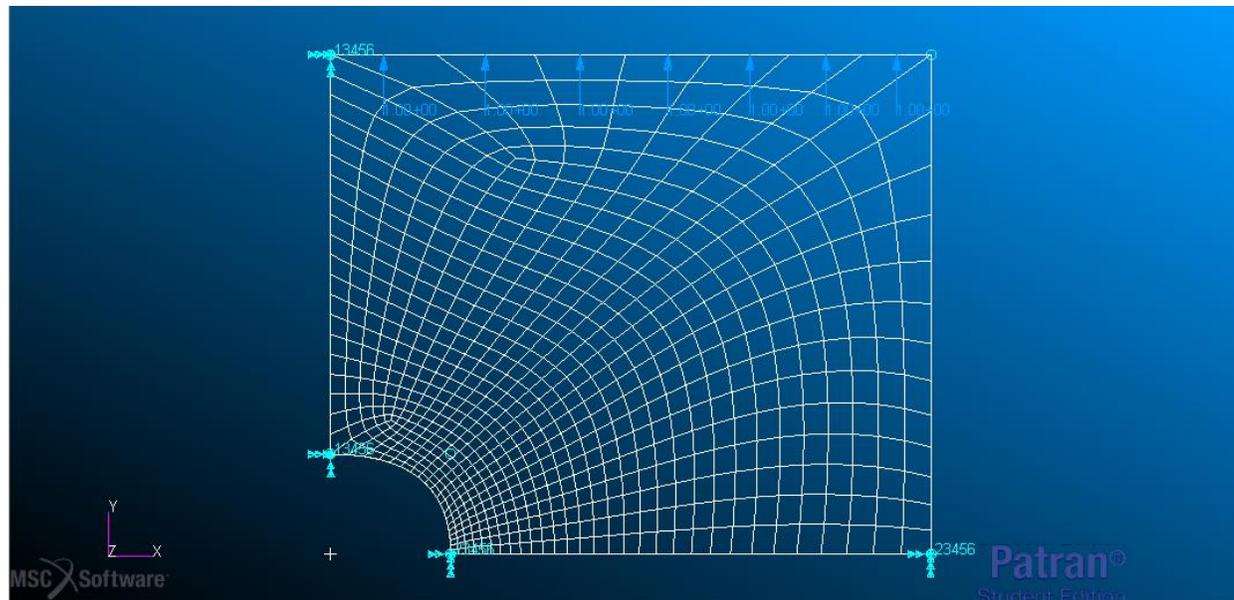
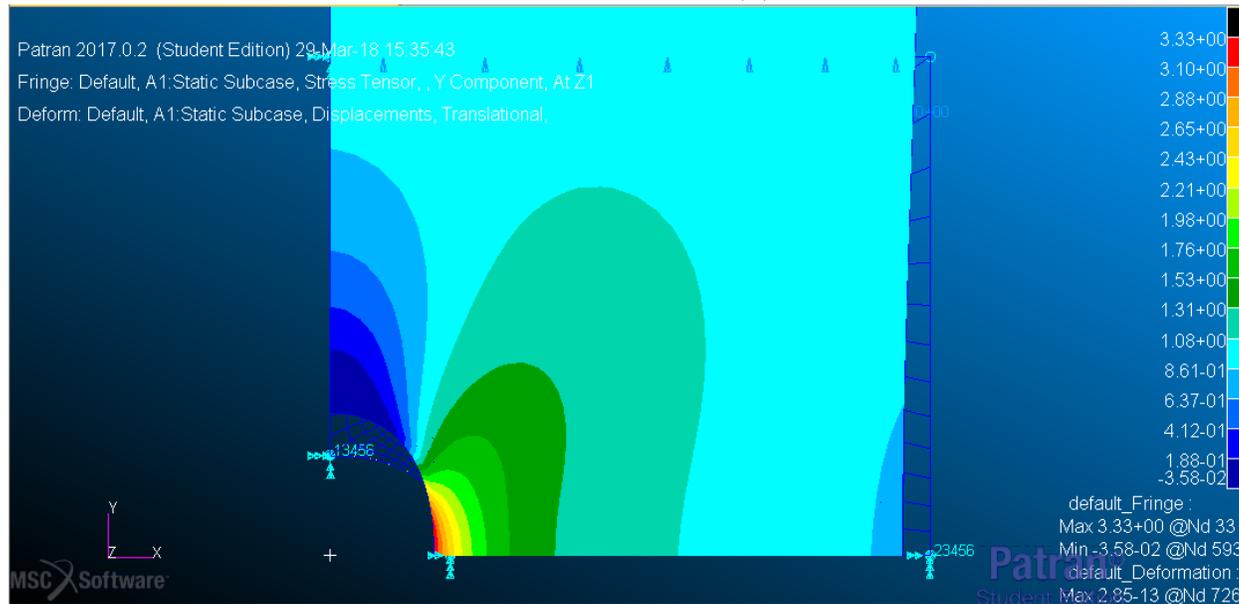


Схема пластины с  
эллиптическим вырезом



### Конечно-элементная модель пластины



Распределение нормальных напряжений по вертикальной оси  $Y$   
 в материале пластины

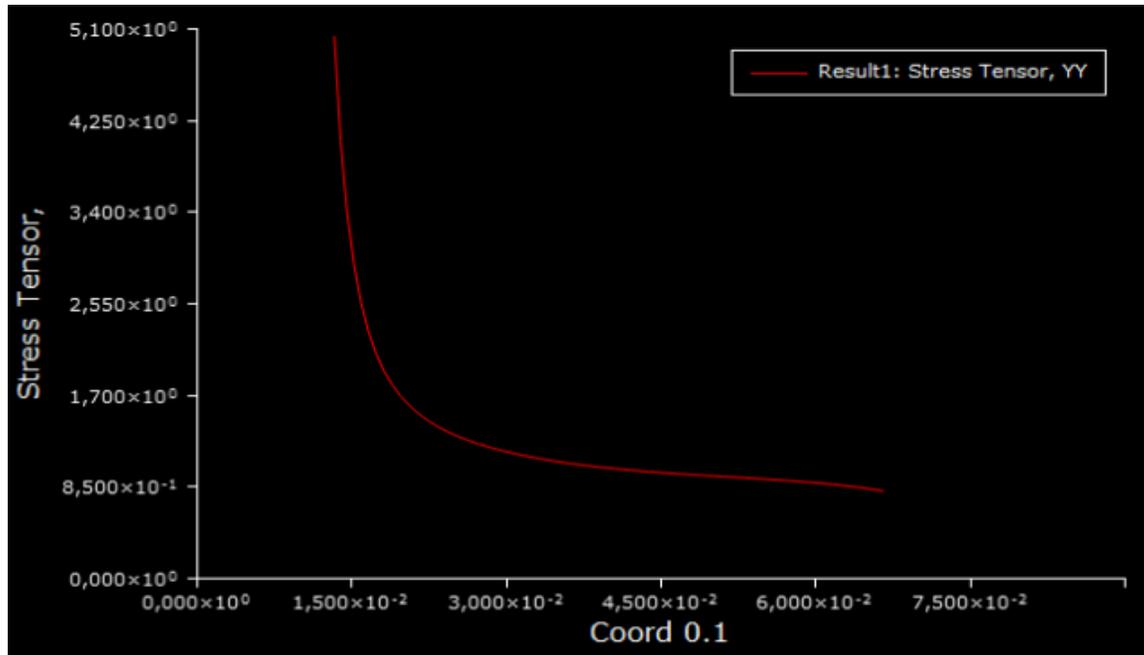


График зависимости нормальных напряжений по оси Y от удаления концентратора по оси X

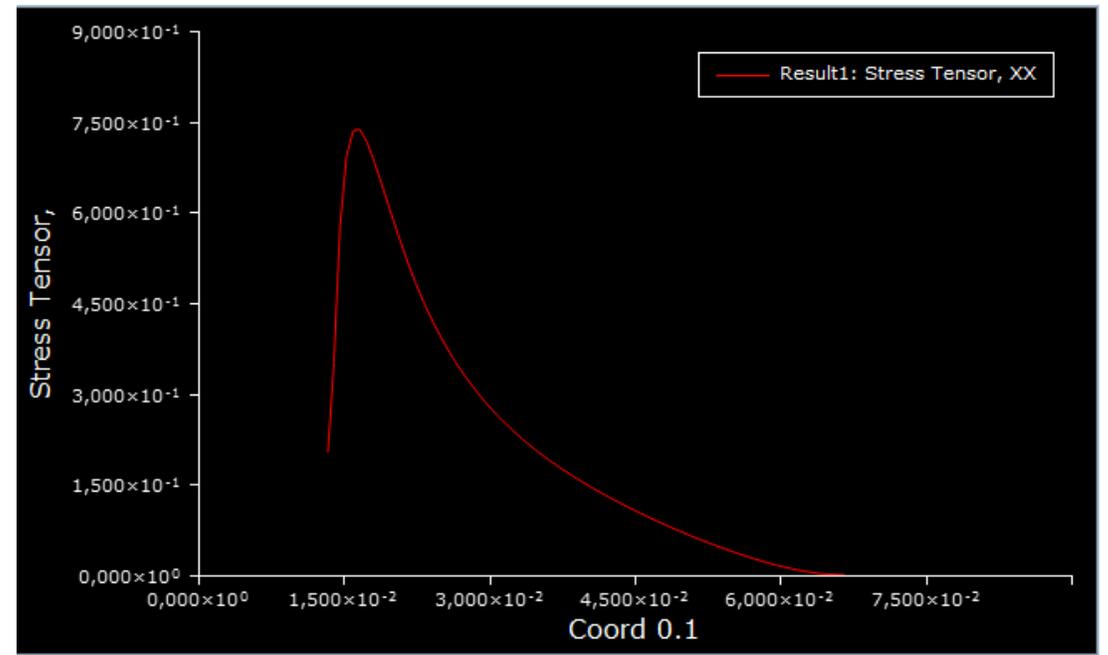


График зависимости нормальных напряжений по оси X от удаления концентратора по оси X

Коэффициент концентрации напряжений, полученный в ходе численного анализа равен  $k = 5,53$ .

Относительная погрешность расчетов:

$$\delta = \frac{\alpha - k}{\alpha} = \frac{5,56 - 5,53}{5,56} = 0,54\%$$

# Определение ресурса конструкции из условия усталостного нагружения

## Исходные данные

### Конструкция

Пластина с эллиптическим вырезом с размерами полуосей:

$$a = 1,39 \text{ см}$$

$$b = 0,61 \text{ см}$$

### Материал

Сталь Ст3

Предел текучести  $\sigma_T = 265 \text{ МПа}$

Предел прочности  $\sigma_B = 425 \text{ МПа}$

Предел текучести  $\sigma_{-1} = 150 \text{ МПа}$

Параметры кривой усталости:

$$N_1 = N_0 \left( \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a} \right)^m$$

$$N_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ цикла}$$

$$m = 7$$

Минимальный размер области накопления усталостных повреждений:

$$d = 0,25 \text{ мм}$$

Параметры кинетической диаграммы усталостного разрушения:

$$K_{fc} = 90 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$$

$$C = 2,5723 \cdot 10^{-13}$$

$$n = 3,8657$$

### Нагружение:

$$p_{min} = 0 \text{ МПа}$$

$$R = \frac{p_{min}}{p_{max}} = 0$$

$$p_{max} = 95 \text{ МПа}$$

# Число циклов до образования макротрещины

- Используем аппроксимацию кривой усталости в следующем виде:
- $N_1 = N_0 \left( \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a} \right)^m$
- где
- $\sigma_a = \frac{\Delta\sigma_d}{2}$
- $\Delta\sigma_d$  – размах напряжений на расстоянии  $d$  от вершины концентратора. Приближено  $\Delta\sigma_d$  определим по зависимости:
- $\Delta\sigma_d = \sigma_{max} \cdot \exp\left(\frac{-2d}{\rho}\right)$
- $\sigma_{max} = \alpha_\sigma \cdot p_{max} = 5,56 \cdot 95 = 528$  МПа
- $\rho = \frac{b^2}{a} = \frac{0,61^2}{1,39} = 0,268$  см – радиус кривизны в вершине концентратора.
- $\Delta\sigma_d = 528 \cdot \exp\left(\frac{-2 \cdot 0,25}{2,68}\right) = 438$  МПа
- $\sigma_a = \frac{438}{2} = 219$  МПа
- Число циклов до образования макротрещины:
- $N_1 = 2 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{150}{219}\right)^7 = 14,14 \cdot 10^4$  циклов.
- За начальный размер трещины принимаем  $d$ :
- $l_0 = d = 0,25$  мм

# Ресурс на стадии роста усталостной трещины

Выражение для коэффициента интенсивности напряжений:

•  $l \leq \rho$ :

$$K = p\sqrt{\pi l} \cdot 1.12 \cdot \alpha_\sigma \cdot \left[ \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \left( \frac{1}{(1+\lambda)^2} + \frac{3}{(1+\lambda)^4} \right) \right] \cdot (1 + 0,2238\lambda - 0,1643\lambda^2)$$

•  $l > \rho$ :

$$K = p\sqrt{\pi(a+l)}$$

$$\lambda = \frac{l}{\rho}$$

Критический замер трещины

Используем критерий разрушения Ирвина:

$$K = K_{fc}$$

$$p_{max}\sqrt{\pi(a+l_c)} = K_{fc}$$
$$95 \cdot \sqrt{\pi(0,0139 + l_c)} = 90 \rightarrow l_c = 0,272 \text{ м}$$

$$N_2 = \int_{l_0}^{l_c} \frac{1}{V} dl$$

$$V = C(\Delta K)^n$$

$$N_2 = \int_{l_0}^{\rho} \frac{1}{C(\Delta K(1))^n} dl + \int_{\rho}^{l_c} \frac{1}{C(\Delta K(2))^n} dl$$

$$N_2 = 9,26 \cdot 10^4 + 43,95 \cdot 10^4 = 53,21 \cdot 10^4 \text{ ЦИКЛОВ.}$$

# Суммарный ресурс до на стадии усталостного разрушения

$$N_c = N_1 + N_2 = 14,14 \cdot 10^4 + 53,21 \cdot 10^4 = 67,35 \cdot 10^4 \text{ ЦИКЛОВ.}$$

## Относительная протяженность стадии усталостного разрушения:

- Образование трещины:

$$\bar{N}_1 = \frac{N_1}{N_c} \cdot 100\% = \frac{14,14 \cdot 10^4}{67,35 \cdot 10^4} \cdot 100\% = 21\%$$

- РУТ:

$$\bar{N}_2 = \frac{N_2}{N_c} \cdot 100\% = \frac{53,21 \cdot 10^4}{67,35 \cdot 10^4} \cdot 100\% = 79\%$$

Спасибо за внимание