

Министерство образования и науки РФ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Нижегородский государственный
технический университет им Р.Е. Алексеева
**Кафедра «Динамика, прочность машин
и сопротивление материалов»**

Расчет статически неопределенных рам

Методические указания к выполнению
расчетно-графической работы 2
по курсам «Строительная механика корабля», «Строительная
механика машин», «Строительная механика самолета» для
студентов факультета морской и авиационной техники
специальностей «Кораблестроение» (180101),
«Динамика и прочность машин» (150300.65) и
«Самолетостроение и вертолетостроение» (160201)
дневной формы обучения

Составители: В.Д. Вешуткин, Т.В. Моисеева

УДК [629.12:539.4](075)

Расчет статически неопределимых рам: метод. указания к выполнению расчетно-графической работы 2 по курсам «Строительная механика корабля», «Строительная механика машин», «Строительная механика самолета» для студентов факультета морской и авиационной техники специальностей «Кораблестроение» (180101), «Динамика и прочность машин» (150300.65) и «Самолетостроение и вертолетостроение» (160201) дневной формы обучения/ НГТУ; сост.: В.Д. Вешуткин, Т.В. Моисеева. - Н.Новгород.2011.- 47 с.

Предлагаемые методические указания предназначены для студентов факультета морской и авиационной техники при выполнении ими расчетно-графической работы по курсам «Строительная механика корабля», «Строительная механика машин», «Строительная механика самолета» и содержат задания, общие требования и примеры выполнения расчета статически неопределенной рамы с пояснениями и теоретическими выкладками.

Научный редактор А.А. Миронов

Редактор Э.Б. Абросимова

Техн. Редактор Моисеева Т.В.

Подписано в печать 31.01.2011. Формат 60 x 84¹/16.

Бумага газетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 3,0.

Уч.-изд. л. 2,6. Тираж 500 экз. Заказ 87.

Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева.

Типография НГТУ. 603950, г. Нижний Новгород, ул. Минина, 24.

© Нижегородский государственный технический
университет им. Р. Е. Алексеева. 2011

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
Основные обозначения.....	4
Правило знаков.....	5
1 Задания и общие пояснения.....	7
2 Расчет сложной рамы с подвижными узлами методом угловых деформаций	17
2.1. Разделение нагрузки на части	18
2.2 Возможные перекосы рамы.....	19
2.3 Вычисление относительных жесткостей пролетов	19
2.4. Расчет для симметричной части нагрузки	20
2.5. Расчет для антисимметричной части нагрузки	28
Приложение 1.....	38
Литература.....	47

ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемые методические указания предназначены для студентов факультета «Морской и авиационной техники» при выполнении ими расчетно-графической работы по курсам: «Строительная механика корабля», «Строительная механика машин», «Строительная механика самолета»; *содержат задания, общие требования и примеры выполнения расчета* статически неопределенной рамы с пояснениями и теоретическими выкладками. Наиболее распространенным в расчетной практике является метод угловых деформаций, который и рассматривается на примере выполнения расчетно-графической работы.

Особенностью данной методической разработки является то, что пример выполнения расчета предшествует методическим указаниям к его выполнению, что способствует *активизации самостоятельной работы студентов*, так как возникающие в процессе ознакомления с примером проблемные ситуации побуждают студентов к поиску недостающей информации в *Приложениях* по соответствующим ссылкам.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

w_i - прогиб в i -том сечении стержня рамы, м;

ω_i - угол поворота i -того сечения стержня рамы, рад;

$\alpha_i (Q_q)$ - величина, пропорциональная углу поворота i -того сечения стержня рамы, кНм;

$\alpha_i (Q_q)$ - угол поворота i -того сечения стержня рамы от нагрузки на участке ij , рад;

Φ_{ij} - угол перекоса стержня рамы на участке ij , рад;

Ψ_{ij} - величина, пропорциональная углу перекоса стержня рамы на участке ij , кНм;

K_{ij} - относительная жесткость стержня рамы на участке ij ;

K_0 - условная абсолютная жесткость стержня рамы, кНм.

Внешние нагрузки

P - сосредоточенная сила, кН;

q - интенсивность распределенной нагрузки, кН/м;

Q - равнодействующая распределенной нагрузки, кН;

R - реактивное усилие на опоре, или в узле рамы, кН;

M - сосредоточенный момент, кНм;

M_{ij} - опорный момент (*внешний по отношению к пролету ij*), кНм;

$m_y (m_{ij})$ - моменты от заданной нагрузки в *опорных сечениях i и j* при условии их *жесткой заделки*, кНм.

Внутренние силовые факторы (ВСФ)

V - срезывающая сила, кН;

$M(x)$ - изгибающий момент, кНм;

M_i - изгибающий момент в i -том узле, кНм.

ПРАВИЛО ЗНАКОВ

1. Для внешних нагрузок

- сосредоточенные силы P , распределенные нагрузки q и опорные реакции R *положительны*, если направлены *вниз* (рис.1);

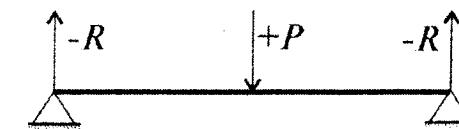
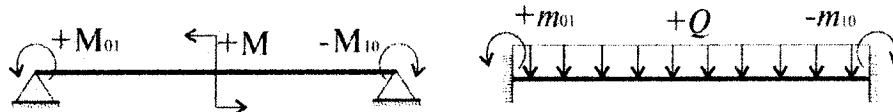


Рис.1

- сосредоточенные моменты (внешние- M и опорные - M_{ij}, m_{ij}) *положительны*, если направлены *против часовой стрелки* (рис. 2, а, б).



a)
 б)
 Рис.2

2. Для внутренних силовых факторов (ВСФ)

- срезывающая сила **положительна**, если она вызвана внешней нагрузкой, поворачивающей рассматриваемую часть балки **против часовой стрелки** (рис. 3);

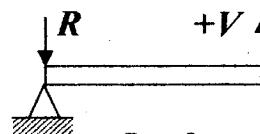


Рис. 3

- изгибающие моменты $M(x)$, M , **положительны**, если изгибают балку **выпуклостью вверх, верхние волокна растянуты** (рис. 4).



Рис. 4

Для перемещений

- прогибы балки w_i **положительны**, если направлены **вниз** (рис. 5);

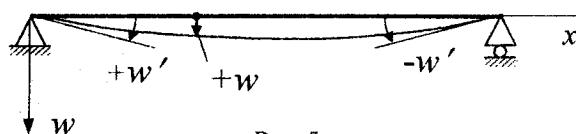


Рис.5

- углы поворота сечений балки **положительны**, если направлены **по часовой стрелке** (рис. 5).

1. ЗАДАНИЯ И ОБЩИЕ ПОЯСНЕНИЯ

1.1 Задание к выполнению расчетно-графической работы

Разделить общую нагрузку, действующую на раму, на две части: симметричную и антисимметричную.

С указанной в задании частью нагрузки раскрыть статическую неопределенность рамы с **методом угловых деформаций**.

Построить **эпюры** срезывающих сил и изгибающих моментов.

Построить ориентировочную **упругую линию** рамы.

Проверить выполнение **условия прочности для указанной части нагрузки**.

1.2. Варианты заданий

Варианты заданий выдаются преподавателем. Числовые значения расчетных параметров представлены в табл. 1.

Расчетные схемы рам показаны на рис.6-15.

1.3. Рекомендации по составлению расчетной схемы

Расчет следует начинать с вычерчивания **индивидуальной расчетной схемы** (рис.16), которая получается из расчетных схем (рис.6-15) путем присвоения расчетным параметрам числовых значений, выбранных в соответствии с вариантом по табл. 1.

В процессе преобразования расчетной схемы в индивидуальную схему, удаляют нагрузки, равные нулю, и изменяют направления отрицательных усилий.

В приведенных примерах даны **ссылки на Приложения**, содержащие методические указания к выполнению расчета.

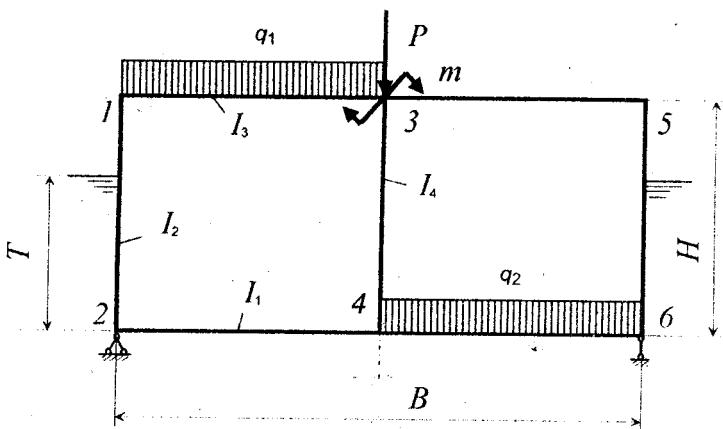


Рис.6

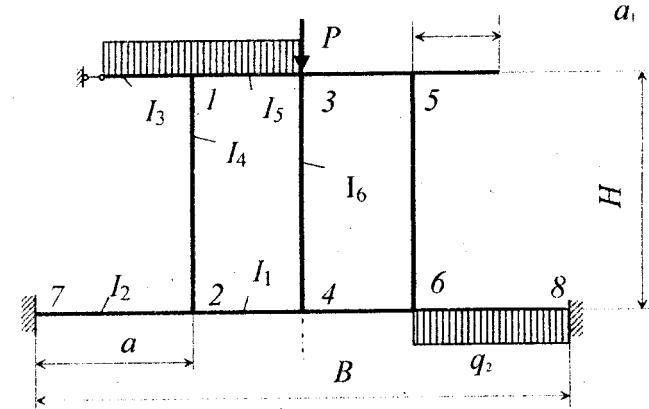


Рис.9

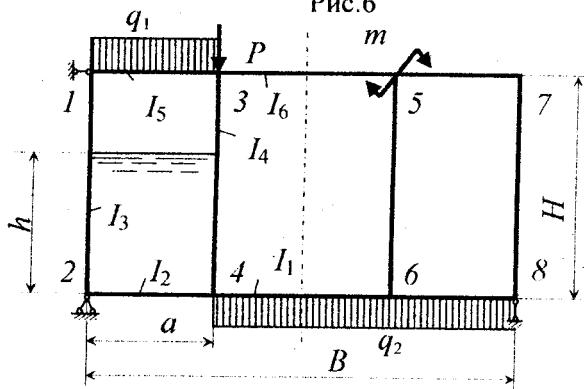


Рис.7

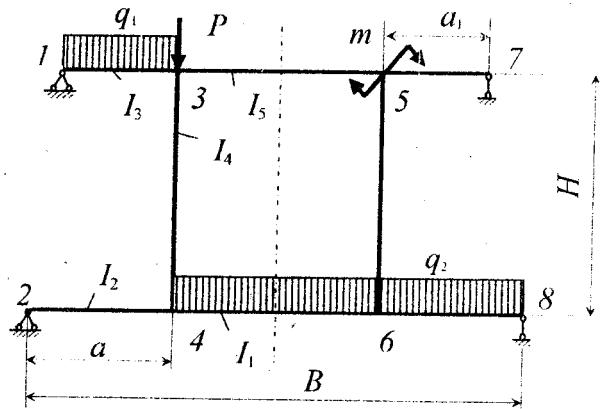


Рис.8

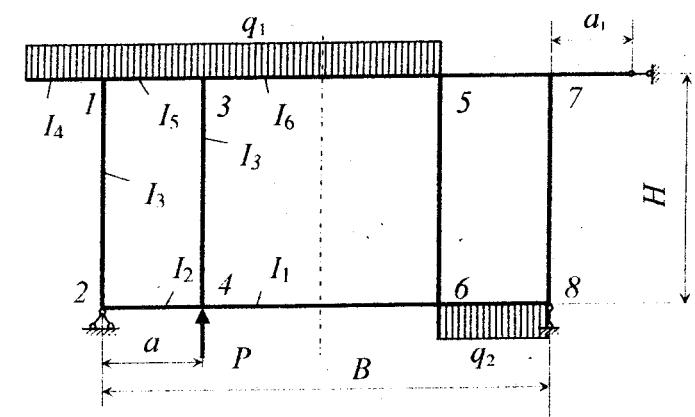


Рис.10

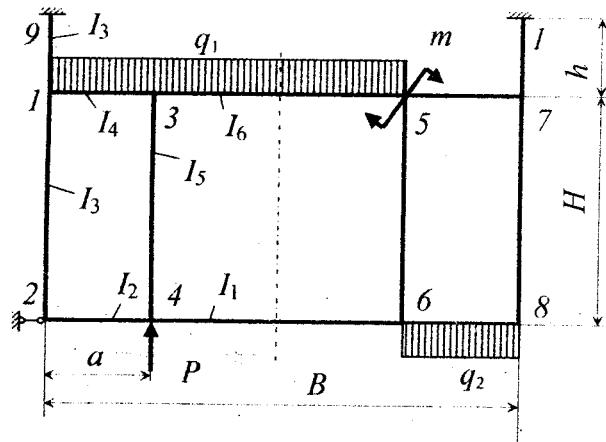


Рис. 11

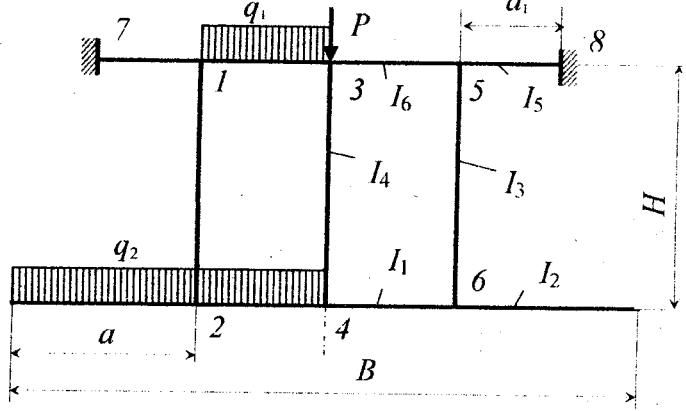


Рис. 12

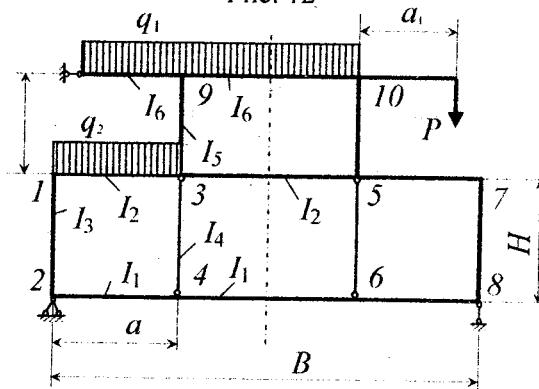


Рис. 13

10

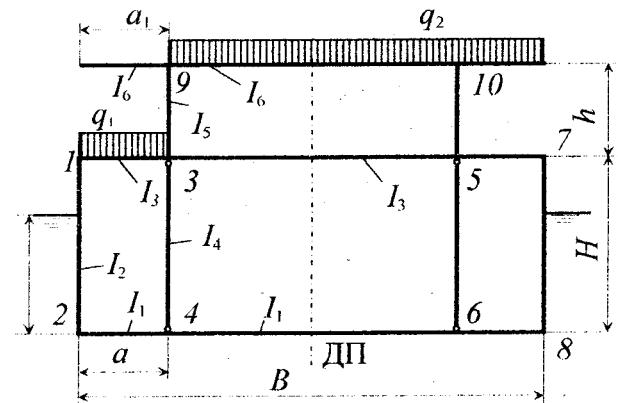


Рис. 14

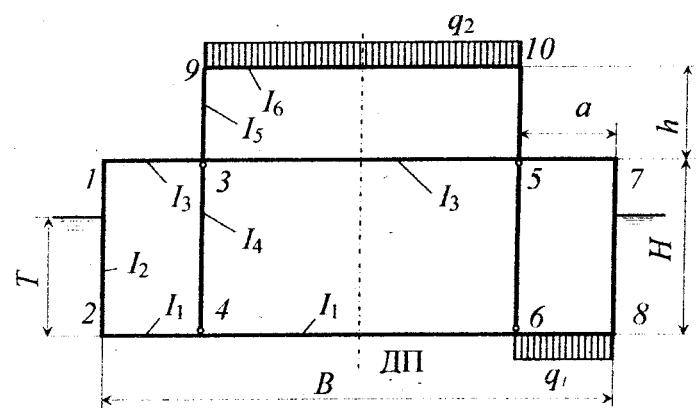


Рис. 15

Таблица 1

Вариант	1-1	1-2	1-3	1-4	2-1	2-2	2-3	2-4	3-1	3-2	3-3	3-4	4-1	4-2	4-3	4-4
Величина B	6	6	6,4	6,4	8	8	7,2	7,2	9	9	9,4	9,4	8	8	8,2	8,2
H	3,5	3,5	3	3	4	4	3,8	3,8	3	3	3,6	3,6	2	2	2,4	2,4
a	0	0	0	0	2,5	2,5	2,0	2,0	3	3	3,2	3,2	2	2	2,6	2,6
a_l	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	1	1	1,2	1,2
h	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$I_b, \text{см}^4$	1650	1650	1940	1940	2000	2000	2200	2200	1610	1610	2120	2120	1880	1880	1980	1980
I_1/I_0	2	2	2,4	2,4	4	4	3,5	3,5	3	3	3,2	3,2	4	4	3	3
I_2/I_0	1	1	1,4	1,4	3	3	2,8	2,8	3	3	3,2	3,2	4	4	3,6	3,6
I_3/I_0	1,4	1,4	1,6	1,6	2	2	1,5	1,5	1	1	1	1	3	3	2	2
I_4/I_0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2,5	2,5	1	1	2	2
I_5/I_0	0	0	0	0	1,5	1,5	1,0	1,0	2	2	2	2	2	2	2,2	2,2
I_6/I_0	0	0	0	0	1,5	1,5	1,0	1,0	0	0	0	0	1	1	1	1
$W_b, \text{см}^3$	12	12	14	14	14	14	15	15	15	12	12	14	14	15	16	16
$q_1, \text{kH/m}$	7	7	2	2	7	7	2	2	5	5	5	5	0	0	0	0
$q_2, \text{kH/m}$	0	0	0	0	40	40	38	38	25	25	22	22	0	0	0	0
P, kH	40	40	35	35	40	40	30	30	40	40	50	50	40	40	50	50
m, kNm	30	30	20	20	40	40	20	20	24	24	20	20	0	0	0	0
Сим.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Антисим.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

№ рисунка

Рисунок 6

Рисунок 9

Рисунок 8

Рисунок 7

Продолжение табл.1

Вариант	5-1	5-2	5-3	5-4	6-1	6-2	6-3	6-4	7-1	7-2	7-3	7-4	8-1	8-2	8-3	8-4
Величина B	8	8	8,4	8,4	10	10	9	9	7	7	7,8	7,8	9	9	7,8	7,8
H	4	4	4,2	4,2	4	4	3,8	3,8	3	3	3,2	3,2	3	3	3,2	3,2
a	2,5	2,5	2,7	2,7	3	3	3	3	1,0	1,0	1,4	1,4	2,0	2,0	2,2	2,2
a_l	1	1	0,8	0,8	0	0	0	0	2,0	2,0	2,0	2,0	1,5	1,5	2,0	2,0
h	0	0	0	0	2	2	2	2	0	0	0	0	2,5	2,5	2,5	2,5
T	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$I_b, \text{см}^4$	1340	1340	1540	1540	4000	4000	3700	3700	5000	5000	6000	6000	5200	5200	6100	6100
I_1/I_0	3	3	3,2	3,2	2	2	2,5	2,5	4	4	3,5	3,5	4	4	3,5	3,5
I_2/I_0	3	3	3,5	3,5	2	2	2,5	2,5	3	3	3,2	3,2	3,1	3,1	3,0	3,0
I_3/I_0	2	2	2,2	2,2	1	1	2	2	2	2	2,5	2,5	2,2	2,2	2,4	2,4
I_4/I_0	1	1	2	2	3	3	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
I_5/I_0	2	2	2,5	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1,2	1,2	1,1	1,1
I_6/I_0	2	2	1	1	3	3	3,5	3,5	1,5	1,5	2	2	1,6	1,6	2,1	2,1
$W_b, \text{см}^3$	10	10	11	11	24	24	22	22	29	29	32	32	30	30	33	33
$q_1, \text{kH/m}$	30	30	28	28	40	40	30	30	0	0	0	0	10	10	10	10
$q_2, \text{kH/m}$	0	0	0	0	0	0	0	0	30	30	35	35	0	0	0	0
P, kH	25	25	45	45	60	60	40	40	50	50	45	45	20	20	25	25
m, kNm	0	0	0	0	40	40	50	50	0	0	0	0	0	0	0	0
Сим.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Антисим.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

13

№ рисунка

Рисунок 10

Рисунок 12

Рисунок 13

Продолжение табл. 1

Вариант	9-1	9-2	9-3	9-4	10-1	10-2	10-3	10-4	1-5	1-6	1-7	1-8	2-5	2-6	2-7	2-8
Σ	B	10	10	10,4	10,4	10,4	9,8	9,8	6,2	6,2	6,6	6,6	7,8	7,8	7,4	7,4
	H	3,5	3,5	3,6	3,6	3,5	3,5	3,8	3,8	3,6	3,6	3,2	4,2	4,2	3,9	3,9
a	I_2/I_0	2,8	2,8	2,7	2,7	3	3	3	0	0	0	0	2,5	2,5	2,0	2,0
a_I	1	1	1,8	1,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
h	I_2/I_0	2,2	2,2	2,4	2,4	2,1	2,1	2,3	0	0	0	0	3,0	3,0	2,0	2,0
T	0	0	0	0	0	0	0	0	2,0	2,0	1,8	0	0	0	0	0
I_b, cm^4	1340	1340	1540	1540	4000	4000	3700	3700	1950	1950	2240	2240	2100	2100	2300	2300
I_1/I_0	3,2	3,2	3,3	3,3	2,8	2,8	2,7	2,7	2,2	2,2	2,4	2,4	4,2	4,2	3,5	3,5
I_2/I_0	3	3	3,5	3,5	2,5	2,5	2	2,6	1,5	1,5	1,6	1,6	3,2	3,2	2,9	2,9
I_3/I_0	2,7	2,7	2,2	2,2	2,1	2,1	2,6	2,6	1,4	1,4	1,6	1,6	2	2	1,6	1,6
I_4/I_0	1	1	2	2	3	3	2	2	1,1	1,1	1,2	1,2	2,1	2,1	2,2	2,2
I_5/I_0	2	2	2,5	2,5	1	1	1	1	0	0	0	0	1,6	1,6	1,4	1,4
I_6/I_0	2	2	2,1	2,1	3	3	3,5	3,5	0	0	0	0	1,2	1,2	1,0	1,0
W_b, cm^3	16	16	12	12	24	24	22	22	14	14	17	17	15	15	16	16
$q_1, \text{kH/m}$	9	9	9	9	6	6	6	6	7	7	2	2	7	7	2	2
$q_2, \text{kH/m}$	30	30	28	28	40	40	30	30	0	0	0	0	0	0	0	0
P, kH	10	10	12	12	14	14	10	10	12	12	5	5	0	0	0	0
m, kNm	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Сим.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Антисим.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

№ рисунка Рисунок 14

№ рисунка Рисунок 15 Рисунок 6 Рисунок 7

Продолжение табл. 1

Вариант	3-5	3-6	3-7	3-8	4-5	4-6	4-7	4-8	5-5	5-6	5-7	5-8	6-5	6-6	6-7	6-8	
Σ	B	9,1	9,1	9,2	9,2	8,2	8,2	8,4	8,4	8,2	8,6	8,6	9,8	9,8	9,2	9,2	
	H	3,4	3,4	3,8	3,8	2,8	2,8	2,6	2,6	4,2	4,2	4,6	4,6	4,7	4,7	3,9	3,9
a	I_2/I_0	2,8	2,8	3,0	3,0	2,2	2,2	2,4	2,4	2,4	2,6	2,6	3,1	3,1	3	3	
a_I	2,1	2,1	2,2	2,2	1,2	1,2	1,4	1,4	1,1	1,1	0,8	0,8	0	0	0	0	
h	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,4	2,4	2,5	2,5	
T	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
I_b, cm^4	1710	1710	2220	2220	1980	1980	2080	2080	1440	1440	1640	1640	4100	4100	3750	3750	
I_1/I_0	3,4	3,4	3,2	3,2	4,3	4,3	3,3	3,3	3,1	3,1	3,25	3,25	2,05	2,05	2,6	2,6	
I_2/I_0	3	3,4	3,4	4,2	4,2	3,8	3,8	3,2	3,2	3,6	3,6	2,4	2,4	2,7	2,7	2,7	
I_3/I_0	1,4	1,4	1,2	1,2	3,6	3,6	2,4	2,4	2,2	2,2	2,4	2,4	1,2	1,2	2,2	2,2	
I_4/I_0	2,1	2,1	2,6	2,6	1,1	1,1	2,1	2,1	1,1	1,1	2,5	2,5	3,4	3,4	2,4	2,4	
I_5/I_0	2,2	2,2	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,1	2,1	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	
$M_{\text{обратн}} \text{ неспунн}$	5	5	5	5	0	0	0	0	9	9	9	9	6	6	6	6	
$q_1, \text{kH/m}$	10	10	10,6	10,6	22	22	24	24	32	32	28	28	42	42	32	32	
$q_2, \text{kH/m}$	20	20	24	24	10	10	20	20	10	10	20	20	15	15	10	10	
P, kH	-20	-20	30	30	-40	-40	-30	-30	15	15	25	25	40	40	30	30	
m, kNm	26	26	28	28	-20	-20	-10	-10	-10	-10	-20	-20	30	30	-50	-50	
Сим.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
Антисим.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	

№ рисунка Рисунок 8 Рисунок 9 Рисунок 10 Рисунок 11

№ рисунка Рисунок 15 Рисунок 6 Рисунок 7 Рисунок 11

Окончание табл. 1

Варианты	7-5	7-6	7-7	7-8	8-5	8-6	8-7	8-8	9-5	9-6	9-7	9-8	10-5	10-6	10-7	10-8
Величина	B	8,2	8,4	7,2	7,2	9,1	9,1	7,9	7,9	10	10	10,4	10,4	10,4	9,8	9,8
H	4,2	4,3	3,9	3,9	3	3	3,2	3,2	3,5	3,5	3,6	3,6	3,5	3,5	3,8	3,8
a	2,6	2,6	1,6	1,6	2,1	2,1	2,3	2,3	2,8	2,8	2,7	2,7	3	3	3	3
a_1	0	0	0	0	1,6	1,6	2,0	2,0	1	1	1,8	1,8	0	0	0	0
h	0	0	0	0	2,5	2,5	2,5	2,5	2,2	2,2	2,4	2,4	2,1	2,1	2,3	2,3
T	0	0	0	0	0	0	0	0	2,1	2,1	1,9	1,9	2,2	2,2	2,3	2,3
$I_0 \text{ см}^4$	5000	5000	6000	6000	5200	5200	6100	6100	2340	2340	2540	2540	4000	4000	3700	3700
I_1/I_0	2,8	2,8	3,0	3,0	4	4	3,5	3,5	3,0	3,0	3,1	3,1	2,8	2,8	2,7	2,7
I_2/I_0	3	3	2,8	2,8	3,1	3,1	3,0	3,0	3	3	3,2	3,2	2,5	2,5	2,6	2,6
I_3/I_0	2	2	1,5	1,5	2,2	2,2	2,4	2,4	2,8	2,8	2,2	2,2	2,1	2,1	2,6	2,6
I_4/I_0	2	2	2	2	1	1	1	1	1,1	1,1	2	2	3	3	2	2
I_5/I_0	1,5	1,5	1,0	1,0	1,2	1,2	1,1	1,1	2	2	2,5	2,5	1	1	1	1
I_6/I_0	1,5	1,5	1,0	1,0	1,6	1,6	2,1	2,1	2	2	2,2	2,2	3	3	3,5	3,5
$W_b \text{ см}^3$	24	24	25	30	30	33	33	33	26	26	22	22	24	24	22	22
$q_1, \text{kH/m}$	0	0	0	0	10	10	12	12	0	0	0	0	0	0	0	0
$q_2, \text{kH/m}$	40	40	38	38	5	5	6	6	25	25	28	28	24	24	20	20
P, kH	40	40	30	30	20	20	25	25	0	0	0	0	0	0	0	0
$m \text{kNm}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Сим.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Антисим.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

Рисунок 12

Рисунок 13 Рисунок 14 Рисунок 15

2. Расчет сложной рамы с подвижными узлами методом угловых деформаций

Для заданной рамы (рис.16) раскрыть статическую неопределенность методом угловых деформаций, предварительно разложив нагрузку общего вида на симметричную и антисимметричную части, расчет выполнить отдельно для симметричной и антисимметричной части. Построить эпюры срезывающих сил и изгибающих моментов, а также ориентировочную упругую линию рамы. Сложив полученные результаты, выполнить оценку прочности элементов рамы и дать заключение о прочности рамы в целом.

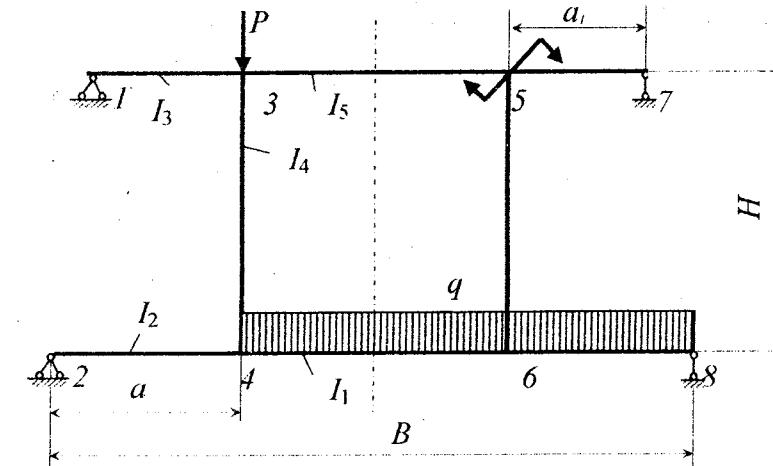


Рис. 16

Исходные данные:

нагрузки: $q = 25 \text{ кН/m}$; $m = 24 \text{ кНм}$; $P = 40 \text{ кН}$;

линейные размеры: $a = 3,0 \text{ м}$; $a_1 = 2,0 \text{ м}$; $B = 9,0 \text{ м}$; $H = 3,0 \text{ м}$;

моменты инерции: $I_1 = I_{46} = 3I_0$; $I_2 = I_{24} = 3I_0$; $I_3 = I_{13} = I_0$;

$I_4 = I_{34} = 2I_0$; $I_5 = I_{35} = 2I_0$; $I_0 = 1610 \text{ см}^4$;

момент сопротивления: $W_0 = 125 \text{ см}^3$.

Пролеты стержней

$I_{13} = a_1 = 2 \text{ м}$, $I_{24} = a = 3 \text{ м}$, $I_{34} = H = 3 \text{ м}$, $I_{35} = 9 - 6 = 3 \text{ м}$, $I_{46} = 3 \text{ м}$.

2.1. Разделение нагрузки на части

Разделим действующую на раму нагрузку на симметричную (рис. 17) и антисимметричную (рис. 18) ее части.

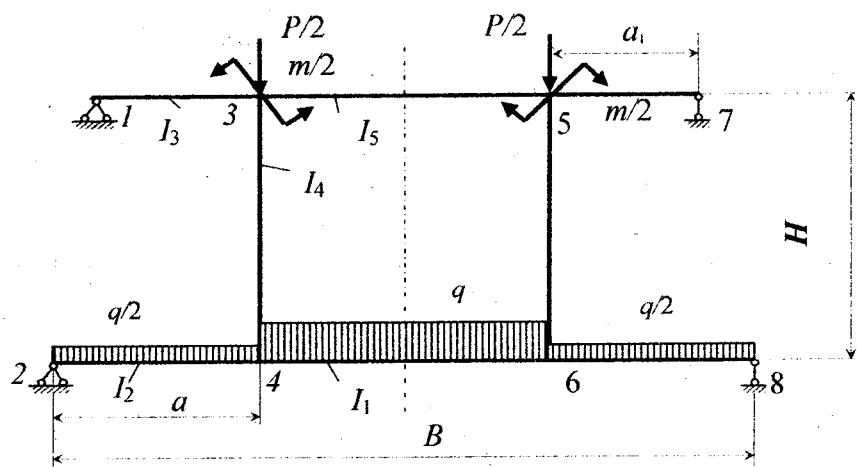


Рис. 17

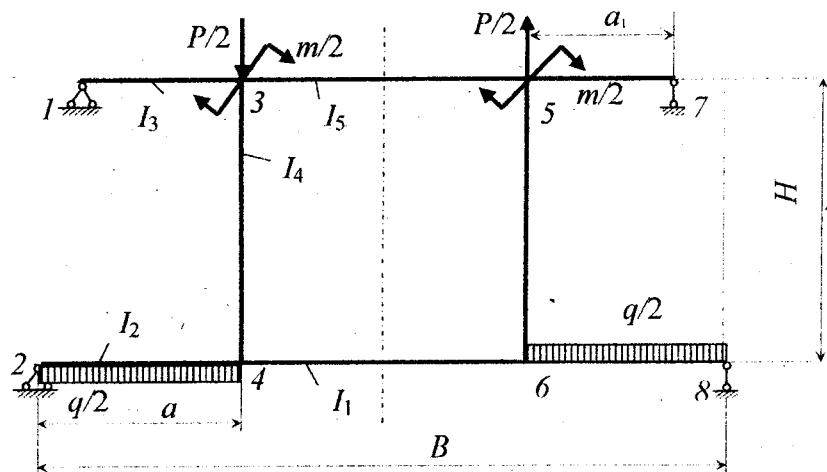


Рис.18

2.2. Возможные перекосы рамы

Представив раму в виде шарнирного механизма с шарнирами в ее узлах, вычислим число возможных перекосов по формуле

$$e = 2n - 3 - m = 2 \cdot 8 - 3 - 8 = 5,$$

где $n=8$ – число узлов рамы; $m=8$ – число стержней рамы.

Так как имеется 3 избыточные связи, то число возможных перекосов сокращается до $e = 5 - 3 = 2$. Один перекос симметричный (рис. 19) и один антисимметричный (рис. 20).

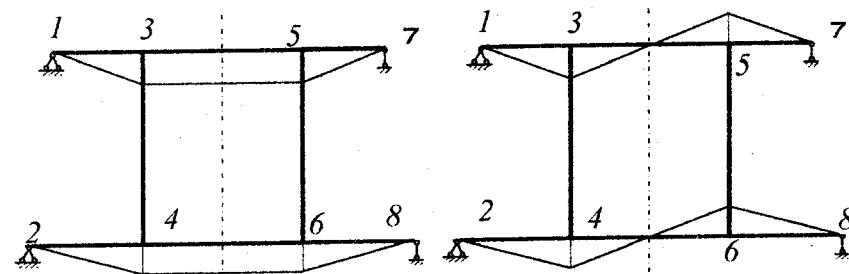


Рис.19

Рис. 20

2.3. Вычисление относительных жесткостей пролетов k_{ij}

Выбираем $I_0 = l^{\max} = H = 3,0 \text{ м}$ $I_0 = I^{\min}$.

Расчет относительных жесткостей выполняем по формуле

$$k_{ij} = \frac{J_y l_0}{J_0 l_{ij}}. \text{ Тогда}$$

$$k_{13} = \frac{I_{13} l_0}{I_0 l_{13}} = \frac{I_0 l_0}{I_0 l_{13}} = 1 \frac{3}{2} = 1,5;$$

$$k_{24} = \frac{I_{24} l_0}{I_0 l_{24}} = \frac{3 I_0 l_0}{I_0 l_{13}} = 3 \frac{3}{3} = 3,0;$$

$$k_{34} = \frac{I_{34}l_0}{I_0l_{34}} = \frac{2I_0l_0}{I_0l_{13}} = 2 \cdot \frac{3}{3} = 2,0;$$

$$k_{35} = \frac{I_{35}l_0}{I_0l_{35}} = \frac{2I_0l_0}{I_0l_{13}} = 2 \cdot \frac{3}{3} = 2,0;$$

$$k_{46} = \frac{I_{46}l_0}{I_0l_{46}} = \frac{3I_0l_0}{I_0l_{13}} = 3 \cdot \frac{3}{3} = 3,0.$$

2.4. Расчет для симметричной части нагрузки

2.4.1. Симметричный перекос

При симметричном перекосе выбираем в качестве независимо поворачивающегося стержня (НПС) – стержень 1-3.

При этом независимым углом перекоса (НУП) будет угол $\psi_{13} = \frac{\psi_{13}}{K_0}$.

Функциональные связи зависимых углов перекоса от независимого угла перекоса определяются из кинематики перекоса (рис. 19)

$$\psi_{13} \frac{l_{13}}{K_0} = \psi_{24} \frac{l_{24}}{K_0}; \quad \psi_{24} = \psi_{13} \frac{l_{13}}{l_{24}} = \frac{2}{3} \psi_{13} = 0,667 \psi_{13};$$

$$\psi_{46} = \psi_{35} = 0; \quad \psi_{34} = \psi_{56} = 0.$$

2.4.2 Условие симметрии

Вследствие симметрии имеем:

$$\omega_1 = -\omega_7; \quad \omega_2 = -\omega_8; \quad \omega_3 = -\omega_5;$$

$$\omega_4 = -\omega_6; \quad \psi_{57} = -\psi_{13}; \quad \psi_{68} = -\psi_{24}.$$

2.4.3 Пролетные нагрузки Q_{ij}

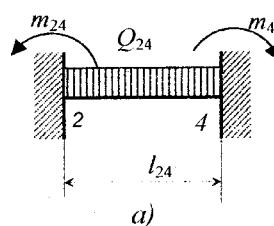
$$Q_{13} = Q_{34} = Q_{35} = 0; \quad Q_{24} = \frac{ql_{24}}{2} = \frac{25 \cdot 3}{2} = 37,5 \text{ кН};$$

$$Q_{46} = ql_{46} = 25 \cdot 3,0 = 75 \text{ кН}.$$

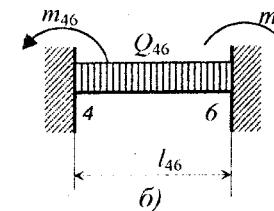
2.4.4. Узловые нагрузки

$$P_3 = \frac{P}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ кН}; \quad M_3 = \frac{m}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ кНм}.$$

2.4.5. Определение опорных моментов m_{ij}



a)



b)

$$m_{13} = m_{31} = m_{35} = m_{53} = m_{34} = m_{43} = 0;$$

$$m_{24} = -m_{42} = \frac{Q_{24}l_{24}}{12} = \frac{37,5 \cdot 3}{12} = 9,375 \text{ кНм};$$

$$m_{46} = -m_{64} = \frac{Q_{46}l_{46}}{12} = \frac{75,0 \cdot 3}{12} = 18,75 \text{ кНм}.$$

Рис.21

2.4.6. Составление основных уравнений

$$2 \left(\sum_j k_{ij} \right) \omega_i + \sum_j k_{ij} \omega_j - 3 \sum_j k_{ij} \psi_{ij} = \sum_j m_{ij} - M_i$$

Узел 1:

$$2k_{13}\omega_1 + k_{13}\omega_3 - 3k_{13}\psi_{13} = m_{13};$$

$$2 \cdot 1,5\omega_1 + 1,5\omega_3 - 3 \cdot 1,5\psi_{13} = 0;$$

$$3,0\omega_1 + 1,5\omega_3 - 4,5\psi_{13} = 0.$$

Узел 2:

$$2k_{24}\omega_2 + k_{24}\omega_4 - 3k_{24}\psi_{24} = m_{24};$$

$$2 \cdot 3,0\omega_2 + 3,0\omega_4 - 3 \cdot 3,0 \cdot 0,667\psi_{13} = 9,375;$$

$$6\omega_2 + 3,0\omega_4 - 6,0\psi_{13} = 9,375.$$

Узел 3:

2.4.10. Вычисление концевых моментов M_{ij}

$$M_{ij} = m_{ij} - k_{ij}(2\omega_i + \omega_j - 3\psi_{ij});$$

$$M_{13} = m_{13} - k_{13}(2\omega_1 + \omega_3 - 3\psi_{13}) =$$

$$= 0 - 1,5 \cdot (2 \cdot 72,97 + 9,72 - 3 \cdot 51,89) = 0 \text{ кНм};$$

$$M_{31} = m_{31} - k_{13}(2\omega_3 + \omega_1 - 3\psi_{13}) =$$

$$= 0 - 1,5 \cdot (2 \cdot 9,72 + 72,97 - 3 \cdot 51,89) = 94,86 \text{ кНм};$$

$$M_{24} = m_{24} - k_{24}(2\omega_2 + \omega_4 - 3\psi_{24}) =$$

$$= 9,375 - 3,0 \cdot (2 \cdot 47,32 + 12,25 - 3 \cdot 0,667 \cdot 51,89) = 0;$$

$$M_{42} = m_{42} - k_{24}(2\omega_4 + \omega_2 - 3\psi_{24}) =$$

$$= -9,375 - 3,0 \cdot (2 \cdot 12,25 + 47,32 - 3 \cdot 0,667 \cdot 51,89) = 86,46 \text{ кНм};$$

$$M_{34} = m_{34} - k_{34}(2\omega_3 + \omega_4 - 3\psi_{34}) =$$

$$= 0 - 2,0 \cdot (2 \cdot 9,72 + 12,25 - 0) = -63,41 \text{ кНм};$$

$$M_{43} = m_{43} - k_{34}(2\omega_4 + \omega_3 - 3\psi_{34}) =$$

$$= 0 - 2,0 \cdot (2 \cdot 12,25 + 9,72 - 0) = -68,46 \text{ кНм};$$

$$M_{35} = m_{35} - k_{35}(2\omega_3 + \omega_5 - 3\psi_{35}) =$$

$$= 0 - 2,0 \cdot (2 \cdot 9,72 - 9,72 - 0) = -19,45 \text{ кНм};$$

$$M_{46} = m_{46} - k_{46}(2\omega_4 + \omega_6 - 3\psi_{46}) =$$

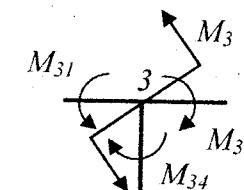
$$= 18,75 - 3,0 \cdot (2 \cdot 12,25 - 12,25 - 0) = -18,00 \text{ кНм}.$$

2.4.11. Проверка равновесия узлов

Узел 1: $M_{13} = 0; 0 \equiv 0.$

Узел 2: $M_{24} = 0; 0 \equiv 0.$

Узел 3



Узел 4

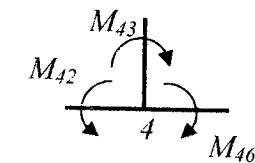


Рис.22

Узел 3:

$$M_{31} + M_{35} + M_{34} = M_3;$$

$$94,86 - 19,45 - 63,41 = 12,0; 12,0 \equiv 12,0.$$

Узел 4:

$$M_{42} + M_{43} + M_{46} = 0;$$

$$86,46 - 68,46 - 18,00 = 0,00; 0,00 \equiv 0,00.$$

2.4.12. Вычисление реакций в узлах

$$R_{13} = -R_{31} = -\frac{M_{13} + M_{31}}{l_{13}} = -\frac{0 + 94,86}{2,0} = -47,43 \text{ кН};$$

$$R_{24} = -\frac{Q_{24}}{2} - \frac{M_{24} + M_{42}}{l_{24}} = -\frac{37,5}{2} - \frac{0 + 86,46}{3,0} = -47,57 \text{ кН};$$

$$R_{42} = -\frac{Q_{24}}{2} + \frac{M_{24} + M_{42}}{l_{24}} = -\frac{37,5}{2} + \frac{0 + 86,46}{3,0} = 10,07 \text{ кН};$$

$$R_{46} = -\frac{Q_{46}}{2} - \frac{M_{46} + M_{64}}{l_{46}} = -\frac{75}{2} - \frac{-18,0 + 18,0}{3,0} = -37,5 \text{ кН};$$

$$R_{34} = -R_{43} = -\frac{M_{34} + M_{43}}{l_{34}} = -\frac{-63,41 - 68,46}{3,0} = 43,96 \text{ кН}.$$

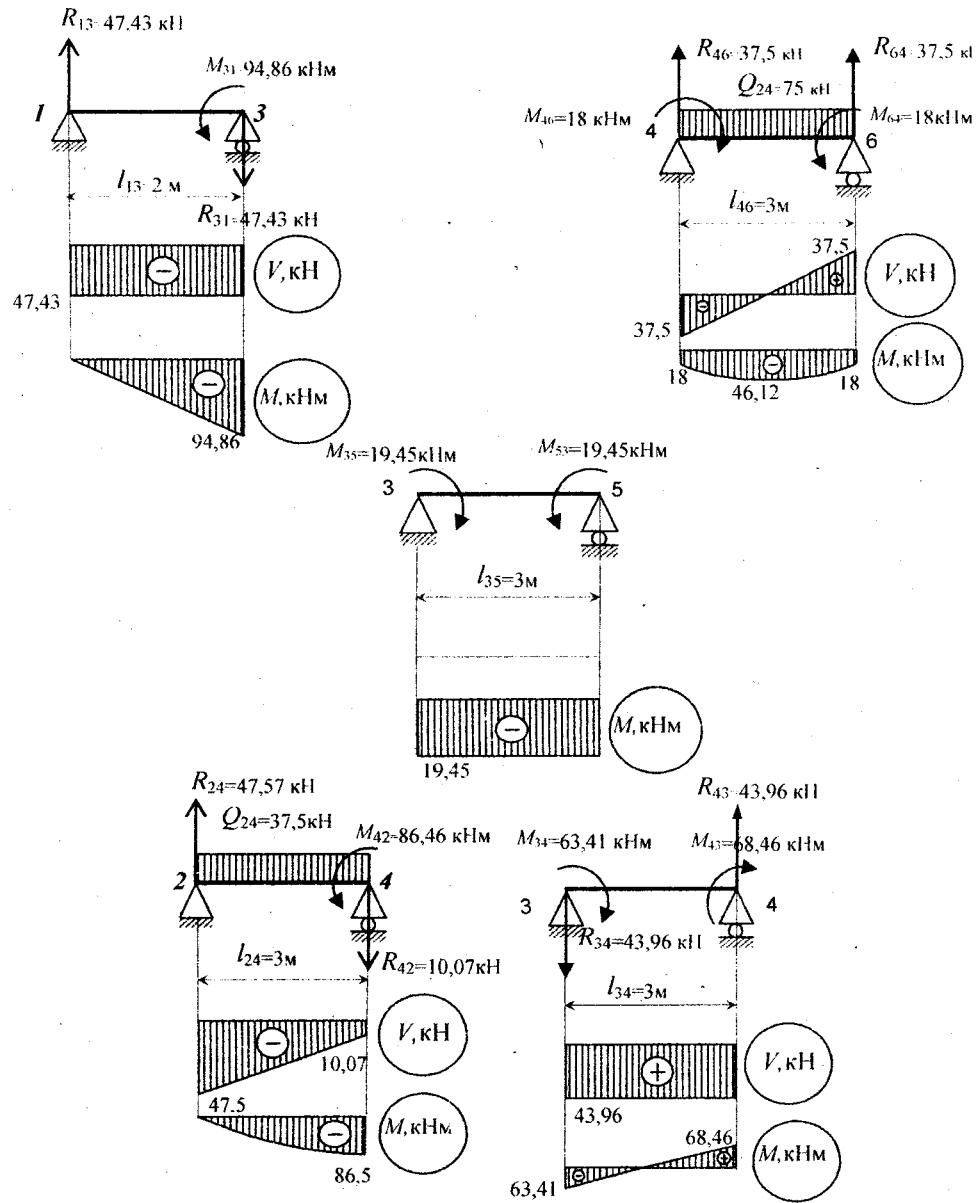


Рис.23

2.4.13. Проверка равновесия подвижного стержня

$$R_{31} = 47,43 \text{ kH}$$

$$P = 20 \text{ kH}$$

1 3 5

2 4 6

$$R_{42} = 10,07 \text{ kH}$$

$$R_{46} = 37,5 \text{ kH}$$

$$\sum R = 0; \quad R_{31} + R_{42} + R_{35} + R_{46} = P_3;$$

$$47,43 + 10,07 + 0 - 37,5 = 20; \quad 20 \equiv 20.$$

Рис. 24

2.4.14. Построение эпюр перерезывающих сил и изгибающих моментов, построение упругой линии

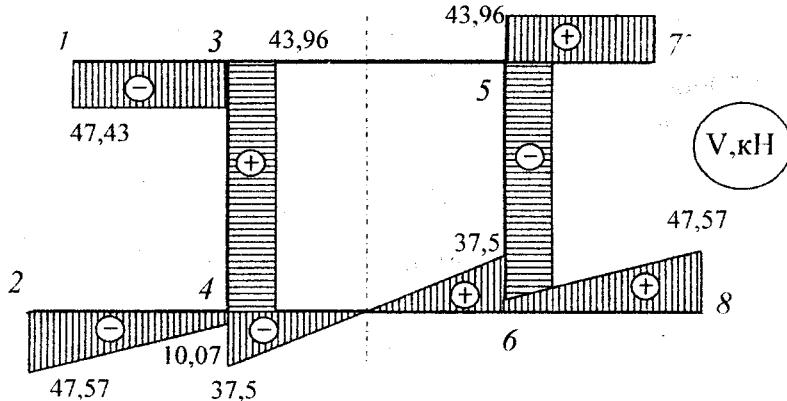


Рис.25. Эпюра срезывающих сил

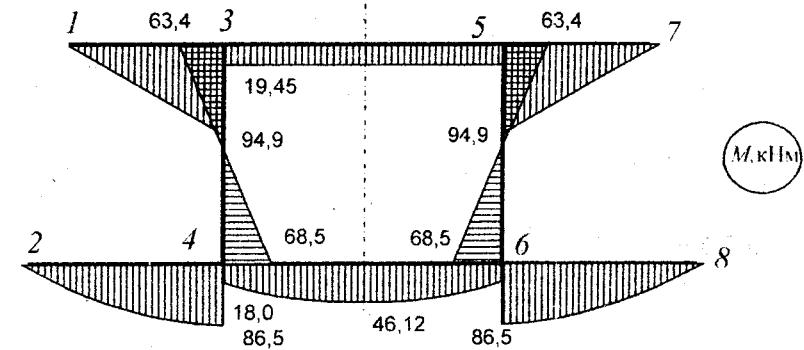


Рис. 26. Эпюра изгибающих моментов

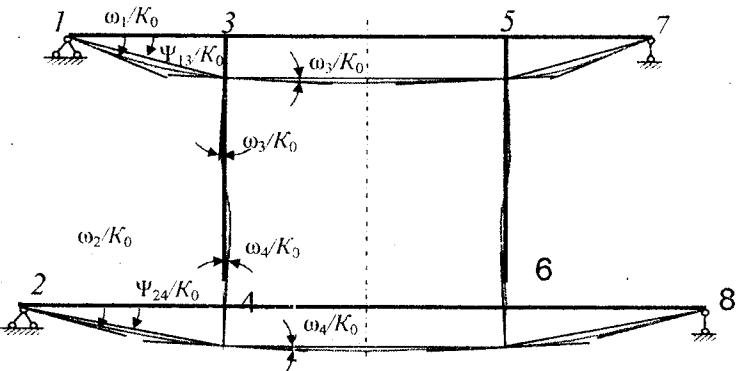


Рис.27. Упругая линия рамы

2.5. Расчет для антисимметричной части нагрузки

2.5.1. Антисимметричный перекос

При антисимметричном перекосе выбираем в качестве независимо поворачивающегося стержня (НПС) – стержень 1-3.

При этом независимым углом перекоса (НУП) будет угол – $\frac{\psi_{13}}{K_0}$.

Функциональные связи зависимых углов перекоса от независимого угла перекоса определяются из кинематики перекоса (рис.5).

$$\psi_{13} \frac{l_{13}}{K_0} = \psi_{24} \frac{l_{24}}{K_0}; \quad \psi_{24} = \psi_{13} \frac{l_{13}}{l_{24}} = \frac{2}{3} \psi_{13} = 0,667\psi_{13};$$

$$\psi_{13} \frac{l_{13}}{K_0} = -\psi_{35} \frac{l_{35}}{2K_0}; \quad \psi_{35} = -\psi_{13} \frac{2l_{13}}{l_{35}} = -\frac{2 \cdot 2}{3} \psi_{13} = -\frac{4}{3} \psi_{13} = -1,333\psi_{13};$$

$$\psi_{46} = \psi_{35} = -1,333\psi_{13}; \quad \psi_{34} = \psi_{56} = 0.$$

2.5.2. Условие антисимметрии нагрузки

Вследствие антисимметрии имеем

$$\omega_1 = \omega_7; \quad \omega_2 = \omega_8; \quad \omega_3 = \omega_5; \quad \omega_4 = \omega_6; \quad \psi_{57} = \psi_{13}; \quad \psi_{68} = \psi_{24}.$$

2.5.3. Пролетные нагрузки Q_{ij}

$$Q_{13} = Q_{34} = Q_{35} = 0; \quad Q_{24} = \frac{q}{2} l_{24} = \frac{25}{2} \cdot 3 = 37,5 \text{ кН}.$$

2.5.4. Узловые нагрузки

$$P_3 = \frac{P}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ кН}; \quad M_3 = -\frac{m}{2} = -\frac{24}{2} = -12 \text{ кНм}.$$

2.5.5. Определение опорных моментов m_{ij}

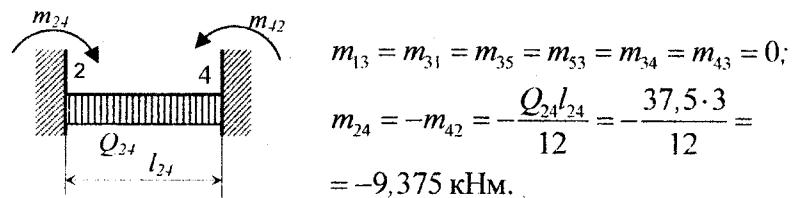


Рис.28

2.5.6. Составление основных уравнений

$$2 \left(\sum_j k_{ij} \right) \omega_i + \sum_j k_{ij} \omega_j - 3 \sum_j k_{ij} \psi_{ij} = \sum_j m_{ij} - M_i.$$

Узел 1:

$$2k_{13}\omega_1 + k_{13}\omega_3 - 3k_{13}\psi_{13} = m_{13};$$

$$2 \cdot 1,5\omega_1 + 1,5\omega_3 - 3 \cdot 1,5\psi_{13} = 0;$$

$$3,0\omega_1 + 1,5\omega_3 - 4,5\psi_{13} = 0.$$

Узел 2:

$$2k_{24}\omega_2 + k_{24}\omega_4 - 3k_{24}\psi_{24} = m_{24};$$

$$2 \cdot 3,0\omega_2 + 3,0\omega_4 - 3 \cdot 3,0 \cdot 0,667\psi_{13} = -9,375;$$

$$6\omega_2 + 3,0\omega_4 - 6,0\psi_{13} = -9,375.$$

Узел 3:

$$2(k_{13} + k_{35} + k_{34})\omega_3 + k_{13}\omega_1 + k_{35}\omega_5 + k_{34}\omega_4 - 3k_{13}\psi_{13} - 3k_{35}\psi_{35} - 3k_{34}\psi_{34} = \\ = m_{31} + m_{35} + m_{34} - M_3; \\ 2(1,5 + 2,0 + 2,0)\omega_3 + 1,5\omega_1 + 2,0\omega_4 + 2,0 \cdot \omega_5 - 3 \cdot 1,5\psi_{13} = -(-12); \\ 13,0\omega_3 + 1,5\omega_1 + 2,0\omega_4 - 4,5\psi_{13} = 12.$$

Узел 4:

$$2(k_{34} + k_{24} + k_{46})\omega_4 + k_{34}\omega_3 + k_{24}\omega_2 + k_{46}\omega_6 - 3k_{34}\psi_{34} - 3k_{24}\psi_{24} - 3k_{46}\psi_{46} = \\ = m_{43} + m_{42} + m_{46} - M_4; \\ 2(2,0 + 3,0 + 3,0)\omega_4 + 2,0\omega_3 + 3,0\omega_2 + 3,0 \cdot (\omega_6) - 3 \cdot 3,0 \cdot 0,667\psi_{13} = 9,375; \\ 19,0\omega_4 + 2,0\omega_3 + 3,0\omega_2 - 6,0\psi_{13} = 9,375.$$

2.5.7. Дополнительное уравнение

Выберем и обозначим независимый угол перекоса (величину, пропорциональную углу перекоса), через $\bar{\Psi}_{13}$.

Тогда получим следующие соотношения:

$$\frac{\Psi_{24}}{\bar{\Psi}_{13}} = 0,667; \quad \frac{\Psi_{35}}{\bar{\Psi}_{13}} = -1,333; \quad \frac{\Psi_{24}}{\bar{\Psi}_{13}} = -1,333; \quad \frac{\Psi_{57}}{\bar{\Psi}_{13}} = -1; \quad \frac{\Psi_{68}}{\bar{\Psi}_{13}} = -0,667.$$

Дополнительное уравнение, полученное на основе принципа возможных перемещений, будет иметь следующий вид для половины рамы:

$$-3k_{13} \frac{\Psi_{13}}{\bar{\Psi}_{13}} \omega_1 - 3k_{24} \frac{\Psi_{24}}{\bar{\Psi}_{13}} \omega_2 - 3k_{13} \frac{\Psi_{13}}{\bar{\Psi}_{13}} \omega_3 - 3k_{24} \frac{\Psi_{24}}{\bar{\Psi}_{13}} \omega_4 - \\ - 3k_{46} \frac{\Psi_{46}}{\bar{\Psi}_{13}} \omega_4 - 3k_{35} \frac{\Psi_{35}}{\bar{\Psi}_{13}} \omega_3 + \\ + 6 \left[k_{13} \left(\frac{\Psi_{13}}{\bar{\Psi}_{13}} \right)^2 + k_{24} \left(\frac{\Psi_{24}}{\bar{\Psi}_{13}} \right)^2 + \frac{1}{2} k_{35} \left(\frac{\Psi_{35}}{\bar{\Psi}_{13}} \right)^2 + \frac{1}{2} k_{46} \left(\frac{\Psi_{46}}{\bar{\Psi}_{13}} \right)^2 \right] \bar{\Psi}_{13} = \frac{K_0 A_{13}}{\bar{\Psi}_{13}},$$

где работа внешней нагрузки при независимом перекосе стержня 1-3 будет вычисляться по выражению

$$A_{13} = -Q_{24} \frac{l_{24}}{2} \frac{\Psi_{24}}{K_0} + P_3 l_{13} \frac{\Psi_{13}}{K_0} = -37,5 \frac{3,0}{2} \frac{0,667 \psi_{13}}{K_0} + \\ + 20 \cdot 2,0 \frac{\psi_{13}}{K_0} = 2,5 \frac{\psi_{13}}{K_0}.$$

Тогда, после подстановки числовых значений, получим дополнительное уравнение:

$$-3 \cdot 1,5 \cdot 1 \cdot \omega_1 - 3 \cdot 3,0 \cdot 0,667 \cdot \omega_2 - 3 \cdot 1,5 \cdot 1 \cdot \omega_3 - 3 \cdot 3,0 \cdot 0,667 \omega_4 - \\ - 3 \cdot 2,0 \cdot (-1,333) \omega_3 - 3 \cdot 3,0 \cdot (-1,333) \omega_2 + \\ + 6 \left(1,5 \cdot 1^2 + 3,0 \cdot 0,667^2 + \frac{1}{2} \cdot 2,0 \cdot 1,333^2 + \frac{1}{2} \cdot 3,0 \cdot 1,333^2 \right) \psi_{13} = 2,5; \\ -4,5 \omega_1 - 6,0 \omega_2 + 3,5 \omega_3 + 6,0 \omega_4 + 43,67 \psi_{13} = 2,5.$$

2.5.8. Проверка системы на каноничность и ее решение

Таблица 3

Узел	Коэффициенты при неизвестных					Правая часть
	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ψ_{13}	
узел 1	3,0	0,00	1,5	0	-4,5	0,00
узел 2	0,00	6,0	0	3,0	-6	-9,38
узел 3	1,5	0	13,0	2,00	3,5	12,00
Узел 4	0	3,0	2,00	19	6	9,38
Дополнительное уравнение	-4,5	-6	3,5	6	43,67	2,50

Решение системы

$$\omega_1 = -1,70 \text{ кНм}; \quad \omega_2 = -2,83 \text{ кНм}; \quad \omega_3 = 1,16 \text{ кНм}; \\ \omega_4 = 1,05 \text{ кНм}; \quad \psi_{13} = -0,74 \text{ кНм}.$$

2.5.9 Проверка решения системы

$$\begin{aligned} & 3,0(-1,70) + 0(-2,83) + 1,5 \cdot 1,16 + 0 \cdot 1,05 - 4,5(-0,74) = 0,0; \\ & 0,0 \equiv 0,0; \\ & 0(-1,70) + 6,0(-2,83) + 0 \cdot 1,16 + 3,0 \cdot 1,05 - 6,0(-0,74) = -9,38; \\ & -9,38 \equiv -9,38; \\ & 1,5(-1,70) + 0(-2,83) + 13,0 \cdot 1,16 + 2,0 \cdot 1,05 + 3,5(-0,74) = 12,0; \\ & 12,0 \equiv 12,0; \\ & 0(-1,70) + 3,0(-2,83) + 2,0 \cdot 1,16 + 19,0 \cdot 1,05 + 6,0(-0,74) = 9,38; \\ & 9,38 \equiv 9,38; \\ & -4,5(-1,70) - 6,0(-2,83) + 3,5 \cdot 1,16 + 6,0 \cdot 1,05 + 43,67(-0,74) = 2,5 \\ & 2,5 \equiv 2,5. \end{aligned}$$

2.5.10 Вычисление концевых моментов M_{ij} и M_{ji}

$$\begin{aligned} M_{ij} &= m_{ij} - k_{ij}(2\omega_i + \omega_j - 3\psi_{ij}); \\ M_{13} &= m_{13} - k_{13}(2\omega_1 + \omega_3 - 3\psi_{13}) = \\ &= 0 - 1,5[2(-1,70) + 1,16 - 3(-0,74)] = 0 \text{ кНм}; \\ M_{31} &= m_{31} - k_{13}(2\omega_3 + \omega_1 - 3\psi_{13}) = \\ &= 0 - 1,5[2 \cdot 1,16 - 1,70 - 3(-0,74)] = -4,26 \text{ кНм}; \\ M_{24} &= m_{24} - k_{24}(2\omega_2 + \omega_4 - 3\psi_{24}) = \\ &= 9,38 - 3,0[2 \cdot (-2,83) + 1,05 - 3 \cdot 0,667(-0,74)] = 0; \\ M_{42} &= m_{42} - k_{24}(2\omega_4 + \omega_2 - 3\psi_{24}) = \\ &= -9,38 - 3,0[2 \cdot 1,05 - 2,83 - 3 \cdot 0,667(-0,74)] = 7,12 \text{ кНм}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{34} &= m_{34} - k_{34}(2\omega_3 + \omega_4 - 3\psi_{34}) = \\ &= 0 - 2,0(2 \cdot 1,16 + 1,05 - 0) = -6,74 \text{ кНм}; \\ M_{43} &= m_{43} - k_{34}(2\omega_4 + \omega_3 - 3\psi_{34}) = \\ &= 0 - 2,0(2 \cdot 1,05 + 1,16 - 0) = -6,52 \text{ кНм}; \\ M_{35} &= m_{35} - k_{35}(2\omega_3 + \omega_5 - 3\psi_{35}) = \\ &= 0 - 2,0(2 \cdot 1,16 + 1,16 - 3(-1,33)(-0,74)) = -1,04 \text{ кНм}; \\ M_{46} &= m_{46} - k_{46}(2\omega_4 + \omega_6 - 3\psi_{46}) = \\ &= 0,0 - 3,0(2 \cdot 1,05 + 1,05 - 3(-1,33)(-0,74)) = -0,57 \text{ кНм}. \end{aligned}$$

2.5.11 Проверка равновесия узлов

Узел 1:

$$M_{13} = 0; \quad 0 \equiv 0.$$

Узел 2:

$$M_{24} = 0; \quad 0 \equiv 0.$$

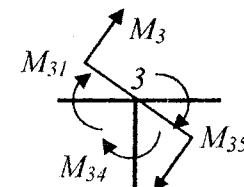
Узел 3:

$$\begin{aligned} M_{31} + M_{35} + M_{34} &= M_3; \\ -4,26 - 1,04 - 6,74 &= -12,04; \quad -12,04 \equiv -12,0. \end{aligned}$$

Узел 4:

$$\begin{aligned} M_{42} + M_{43} + M_{46} &= 0; \\ 7,12 - 6,52 - 0,57 &= 0,03; \quad 0,03 \equiv 0,00. \end{aligned}$$

Узел 3



Узел 4

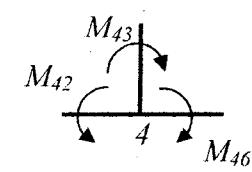


Рис.29

2.5.12. Вычисление реакций в узлах

$$R_{13} = -R_{31} = -\frac{M_{13} + M_{31}}{l_{13}} = -\frac{0 - 4,26}{2,0} = 2,13 \text{ кН};$$

$$R_{24} = \frac{Q_{24}}{2} - \frac{M_{24} + M_{42}}{l_{24}} = \frac{37,5}{2} - \frac{0 + 7,12}{3,0} = 16,38 \text{ кН};$$

$$R_{42} = -\frac{Q_{24}}{2} + \frac{M_{24} + M_{42}}{l_{24}} = \frac{37,5}{2} + \frac{0 + 7,12}{3,0} = 21,12 \text{ кН};$$

$$R_{46} = -\frac{M_{46} + M_{64}}{l_{46}} = -\frac{-0,57 - 0,57}{3,0} = 0,38 \text{ кН};$$

$$R_{34} = -R_{43} = -\frac{M_{34} + M_{43}}{l_{34}} = -\frac{-6,74 - 6,74}{3,0} = 4,49 \text{ кН}.$$

$$R_{35} = -R_{53} = -\frac{M_{35} + M_{53}}{l_{35}} = -\frac{-1,04 - 1,04}{3,0} = 0,69 \text{ кН}.$$

Реакции в узлах стержней вычислены по формулам

$$R_y = R_y(Q_y) - \frac{M_{yj} + M_{ji}}{l_y}; \quad R_{ji} = R_{ji}(Q_{ij}) + \frac{M_{yj} + M_{ji}}{l_y}.$$

Результаты расчета приведены в табл. 3

Таблица 3

Реакции в узлах, кН			
R_{ij}	$R_y(Q_{ij})$	R_{ji}	$R_{ji}(Q_{ij})$
$R_{13} = 2,13$	0	$R_{31} = -2,13$	0
$R_{24} = 16,38$	18,75	$R_{42} = 21,12$	18,75
$R_{34} = 4,49$	0	$R_{43} = -4,49$	0
$R_{35} = 0,69$	0	$R_{53} = -0,69$	0
$R_{46} = 0,38$	0	$R_{64} = -0,38$	0

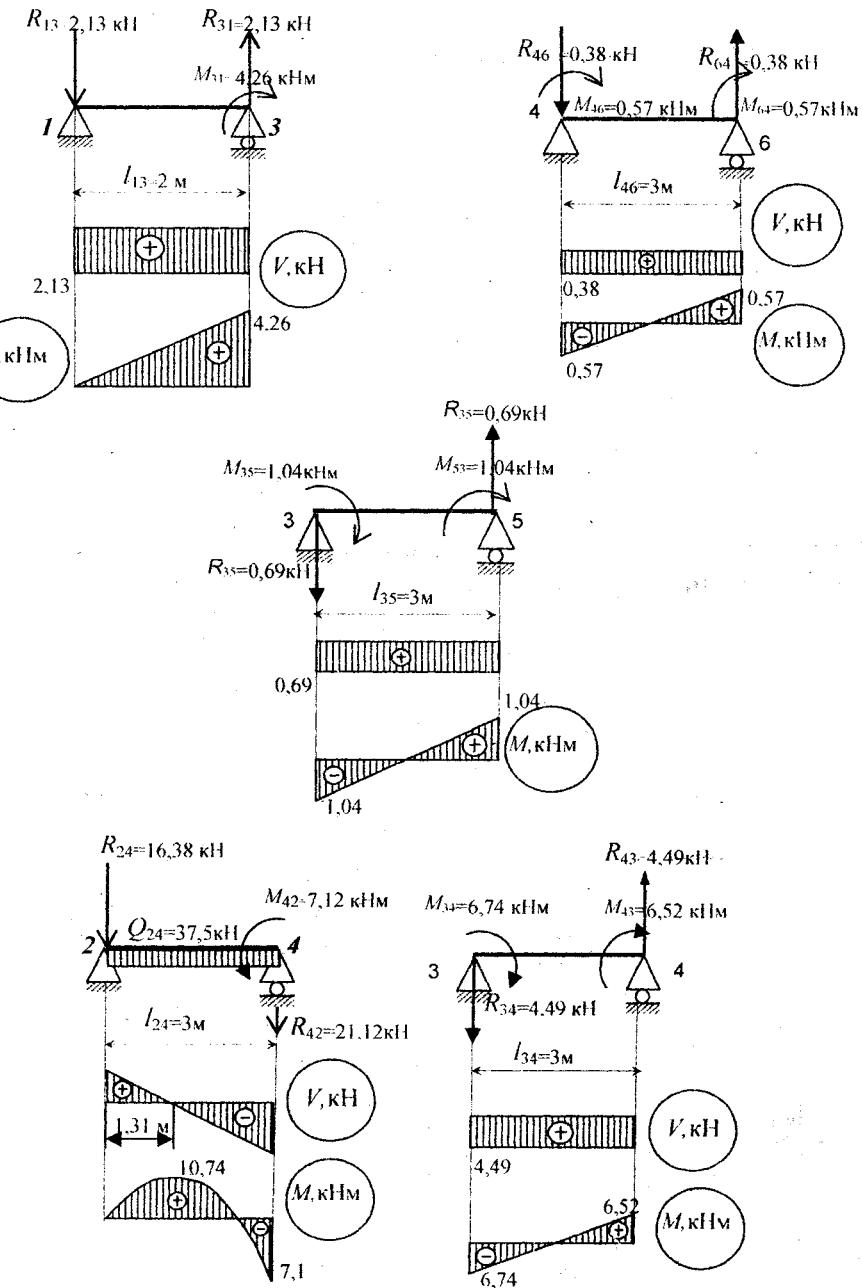
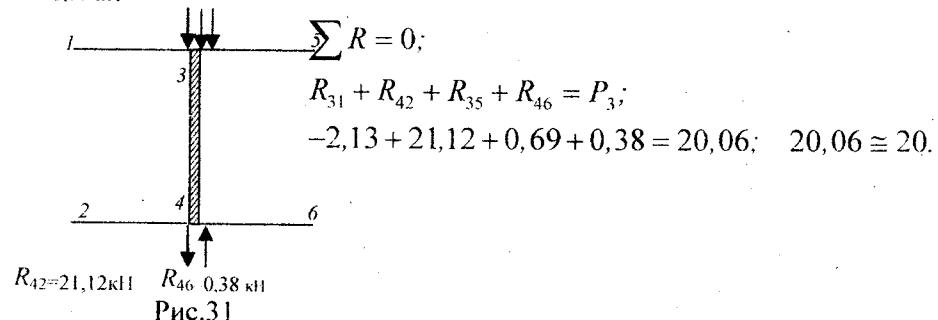


Рис.30

2.5.13. Проверка равновесия подвижного стержня

$$R_{31} = 2,13 \text{ кН}, P = 20 \text{ кН}$$

$$R_{35} = 0,69 \text{ кН}$$



2.5.14. Построение эпюор перерезывающих сил и изгибающих моментов, построение упругой линии

Пересечение оси срезывающей силой на участке 2-4 определим из подобия треугольников $x_0 = \frac{16,39 \cdot 3,0}{21,11 + 16,39} = 1,31 \text{ м}$.

Значение изгибающего момента в этом сечении $M_0 = 0,5 \cdot 16,39 \cdot 1,31 = 10,7 \text{ кНм}$.

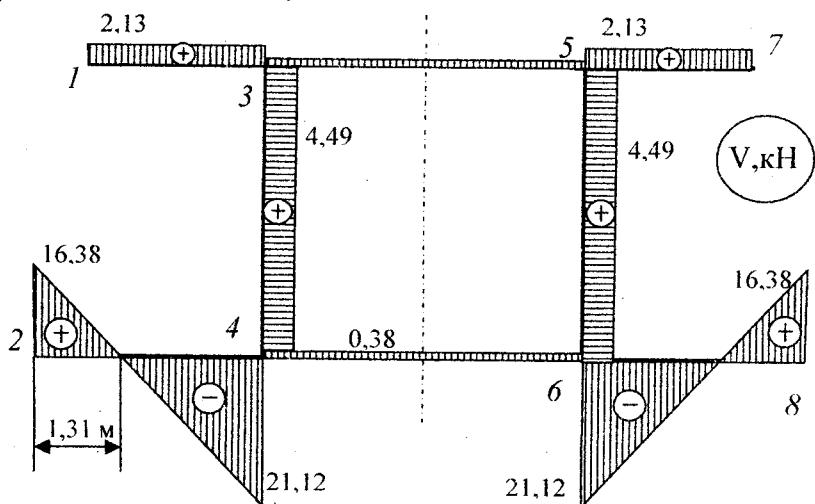


Рис.32 Эпюра срезывающих сил

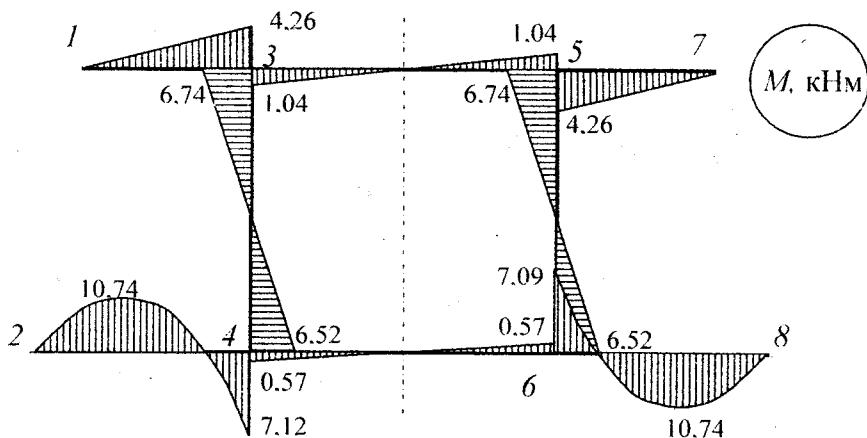


Рис.33. Эпюра изгибающих моментов

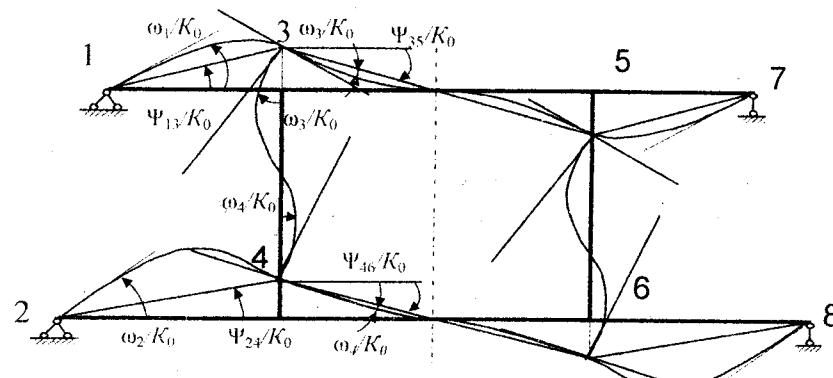


Рис. 34. Упругая линия

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

МЕТОДЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТА СЛОЖНОЙ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ С ПОДВИЖНЫМИ УЗЛАМИ

(п.1.)

Если конструкция имеет хотя бы одну ось симметрии (рис.35), то нагрузку, действующую на эту конструкцию, можно разбить на симметричную (рис.36) и антисимметричную (рис.37) части.

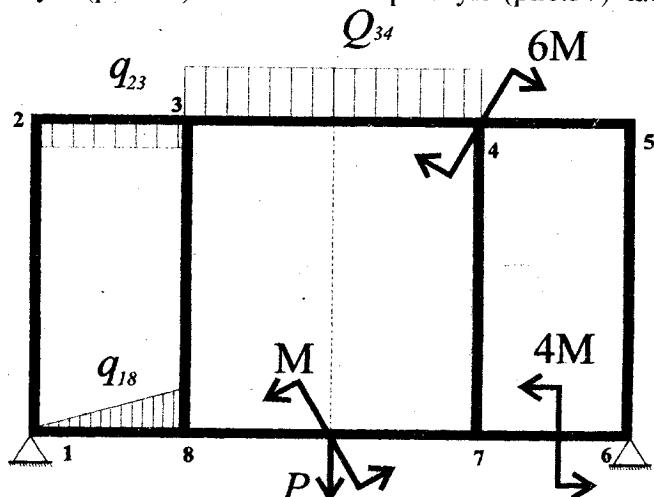


Рис.35

Для получения симметричной части нагрузки все виды нагрузки, за исключением той, которая расположена на оси симметрии рамы, делят пополам и располагают симметрично относительно оси симметрии рамы.

Если нагрузка расположена на оси симметрии рамы и вызывает симметричный прогиб стержней рамы, то она включается в симметричную часть нагрузки целиком (рис.36).

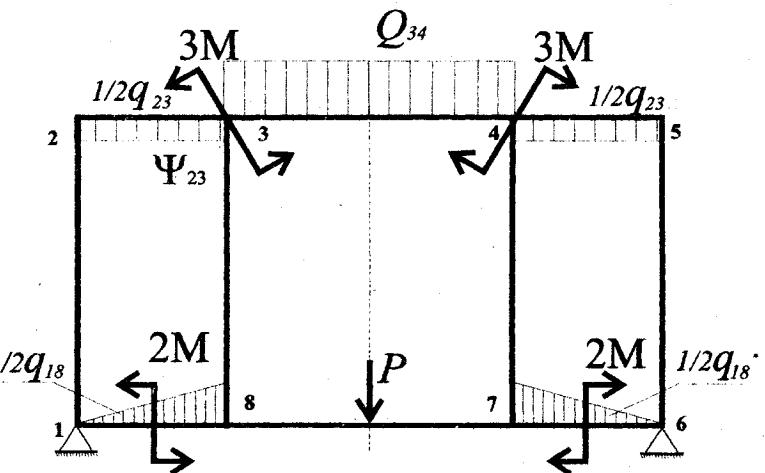


Рис.36

Для получения антисимметричной части нагрузки все виды нагрузки, за исключением той, которая расположена на оси симметрии рамы, делят пополам и располагают асимметрично относительно оси симметрии рамы.

Если нагрузка расположена на оси симметрии рамы и вызывает асимметричный прогиб стержней рамы, то она включается в антисимметричную часть нагрузки целиком (рис.37)

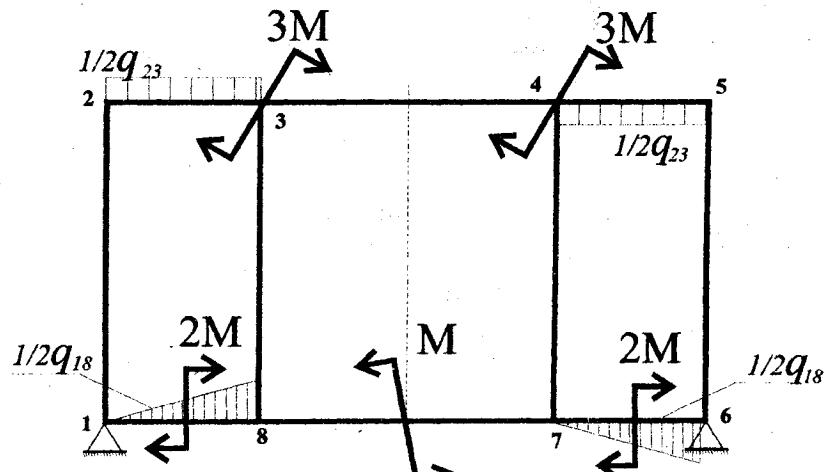


Рис.37

(п.2.)

Появление углов перекоса стержней рамы обусловлено подвижностью отдельных узлов. В кинематике плоских стержневых механизмов доказывается, что всякая плоская стержневая система, имеющая 2 неподвижных узла, в общем случае может иметь $e = 2n - 3 - t$ независимых перекоса.

За независимо-перекаивающийся стержень выбирают любой. Все остальные стержни, которые поворачиваются вслед за ним, называются функциональными (зависимыми).

Пусть рама, показанная на рис.38 имеет подвижные узлы: 2,5,3,4,7,8.

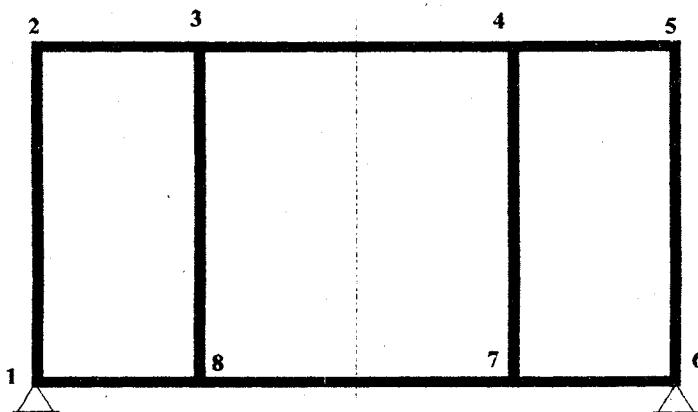


Рис.38

- примем за независимо-перекаивающийся стержень (1-2), показанный на рис.39. Тогда Φ_{12} -независимый угол перекоса. Выразим функциональные углы перекоса через независимый угол перекоса: $\Phi_{65} = \Phi_{24} + \Phi_{83} + \Phi_{12}$.

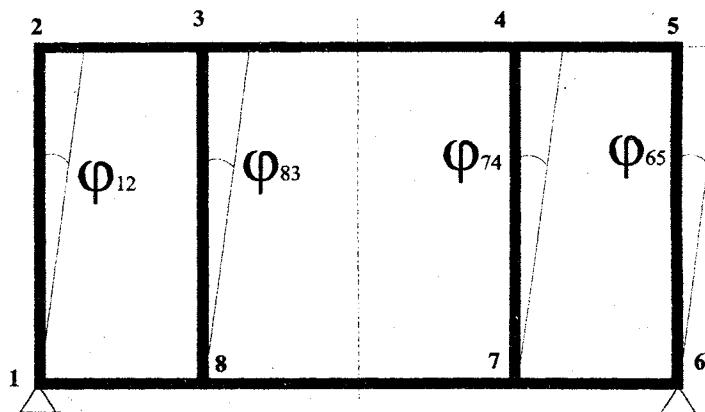


Рис.39

- примем за независимо-перекаивающийся стержень (1-8), показанный на рис.40. Тогда Φ_{18} -независимый угол перекоса. Выразим функциональные углы перекоса через независимый угол перекоса: $\Phi_{23} = \Phi_{18} + \Phi_{67} + \Phi_{54} + \Phi_{12}$

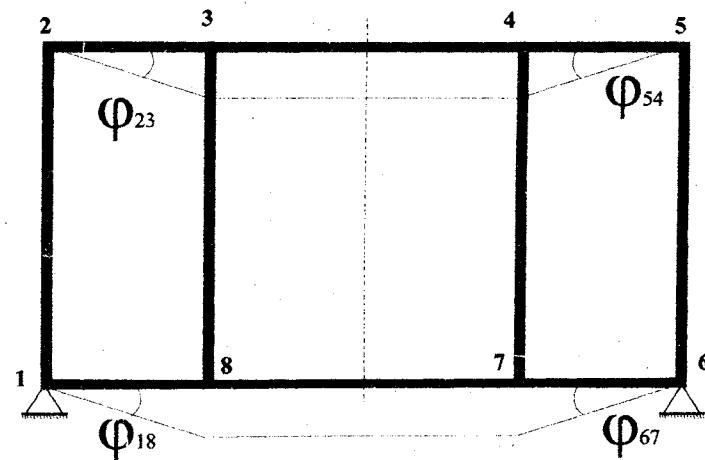


Рис.40

- примем за независимо-перекаивающийся стержень (3-4), показанный на рис.41. Тогда Φ_{34} -независимый угол перекоса. Выразим функциональные углы перекоса через независимый угол перекоса: $\Phi_{87} = \Phi_{34}$; $\Phi_{54} = -\frac{\Phi_{34}l_{34}}{l_{45}}$.

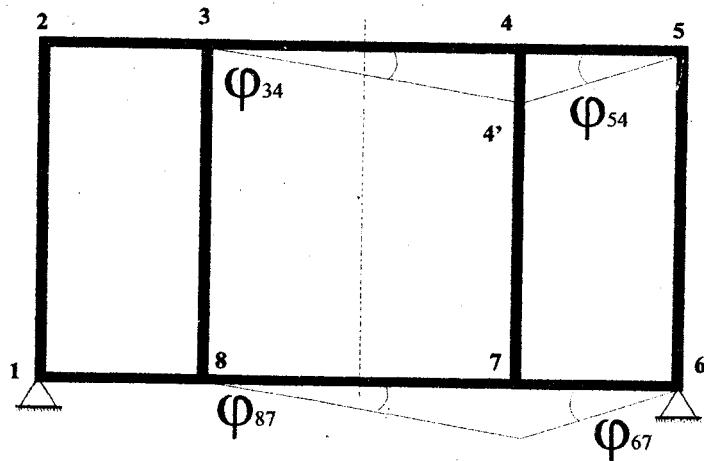


Рис.41

(п.3.)

$K_0 = \frac{2EJ_0}{l_0}$ - условная абсолютная жесткость стержня рамы,

$\kappa_y = \frac{J_{ij}}{J_0} \frac{l_0}{l_y}$ - относительная жесткость стержня рамы ij , где:

$J_0 = J_{\min}$ - момент инерции, наименьший из всех, на рассматриваемых стержнях рамы;

$l_0 = l_{\max}$ - длина наибольшего стержня рамы.

(п.4.)

m_{hi} (m_{ih}) - моменты от внешней нагрузки в опорных сечениях h "("i"), при условии их жесткой заделки (см.Рис.42). m_{hi} является **внешним моментом**, поэтому он имеет **положительное значение**, если направлен **против часовой стрелки**.

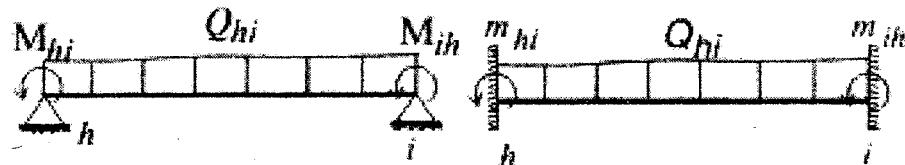


Рис.42

(п.5.)

При раскрытии статической неопределенности сложных рам с подвижными узлами за «лишние» неизвестные принимаются две группы величин:

- ω_i - величины, **пропорциональные углам поворота** концевых сечений стержней;
- Ψ_{ij} - величины, **пропорциональные углам перекоса** стержней.

Основные уравнения метода угловых деформаций для раскрытия статической неопределенности сложных рам с подвижными узлами имеют вид

$$2 \left(\sum_j k_{ij} \right) \omega_i + \sum_j (k_{ij} \omega_j) - 3 \sum_j (k_y \Psi_{ij}) = \sum_j m_{ij} - M_i,$$

где \sum_j - распространяется на все стержни, сходящиеся в узле i ;

$2 \left(\sum_j k_{ij} \right)$ - удвоенная жесткость всех стержней, сходящихся в узле «*i*»;

$\sum_i (k_{ij} \omega_j)$ - сумма произведений жесткости рассматриваемого стержня на его угол поворота;

$\sum_i (k_{ij} \Psi_{ij})$ - сумма произведений жесткости рассматриваемого стержня на его угол перекоса;

$\sum_j m_{ij}$ - сумма опорных моментов от нагрузки в пролетах всех стержней, сходящихся в узле «*i*»;

M_i - внешний сосредоточенный момент, приложенный в узле «*i*».

(п.6.)

Дополнительное уравнение для раскрытия статической неопределенности сложных рам с подвижными узлами составляется на основании принципа возможных перемещений.

Рассмотрим независимо-перекашивающийся стержень «*ij*».

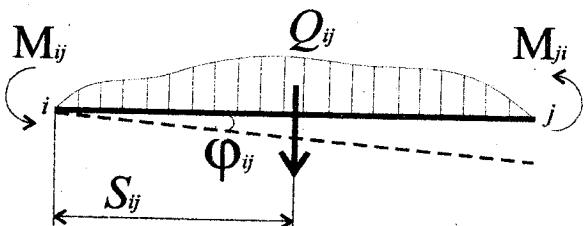


Рис.43

Согласно принципа возможных перемещений, сумма работ, совершаемых внешними усилиями, приложенными к стержню, при возможном перекосе Φ_{ij} , должна равняться нулю.

$$-M_{ij}\Phi_{ij} - M_{ji}\Phi_{ij} + Q_{ij}S_{ij}\Phi_{ij} = 0,$$

$$-M_{ij} - M_{ji} + Q_{ij}S_{ij} = 0,$$

где S_{ij} - расстояние до точки приложения равнодействующей нагрузки Q_{ij} . После подстановки в последнее равенство выражений узловых моментов, можно получить дополнительное уравнение:

$$-\sum_{\text{нов.ст.}} (3k_{ij}\omega_i + 3k_{ij}\omega_j) + [6 \sum_{\text{нов.ст.}} k_{ij}\omega_j] = \sum_{\text{нов.ст.}} Q_{ij}S_{ij} - \sum_{\text{нов.ст.}} (m_{ij} + m_{ji}),$$

где $\sum_{\text{нов.ст.}}$ -сумма, распространяющаяся на все

поворачивающиеся стержни при данном перекосе.

Окончательно дополнительное уравнение примет вид

$$\begin{aligned} & -\sum_{\text{нов.ст.}} (3k_{ij}\omega_i \frac{\Psi_{ij}}{\Psi_{gh}} + 3k_{ij}\omega_j \frac{\Psi_{ij}}{\Psi_{gh}}) + [6 \sum_{\text{нов.ст.}} k_{ij}\omega_j (\frac{\Psi_{ij}}{\Psi_{gh}})^2] \Psi_{gh} = \\ & = \frac{A_{gh}K_0}{\Psi_{gh}} - \sum_{\text{нов.ст.}} (m_{ij} + m_{ji}) \frac{\Psi_{ij}}{\Psi_{gh}}, \end{aligned}$$

где Ψ_{gh} -независимый перекос;

A_{gh} - работа всех внешних сил, действующих на стержни при соответствующих перекосах.

(п.7.)

Выражение работы внешних сил, действующих на стержни рамы (рис.44) на симметричном независимом перекосе для Ψ_{23} имеет вид

$$\begin{aligned} A_{23} &= -Q_{23} \frac{l_{23}}{2} \Psi_{23} + \frac{Q_{34}}{2} l_{23} \Psi_{23} + Q_{18} \frac{2l_{18}}{3} \Psi_{18} - 2M \Psi_{18} + \frac{P}{2} l_{18} \Psi_{18} = \\ &= -(\frac{q_{23}l_{23}}{2}) \frac{l_{23}}{2} \Psi_{23} + \frac{Q_{34}}{2} l_{23} \Psi_{23} + (\frac{q_{18}l_{18}}{2}) \frac{2l_{18}}{3} \Psi_{23} - 2M \Psi_{23} + \frac{P}{2} l_{18} \Psi_{23}. \end{aligned}$$

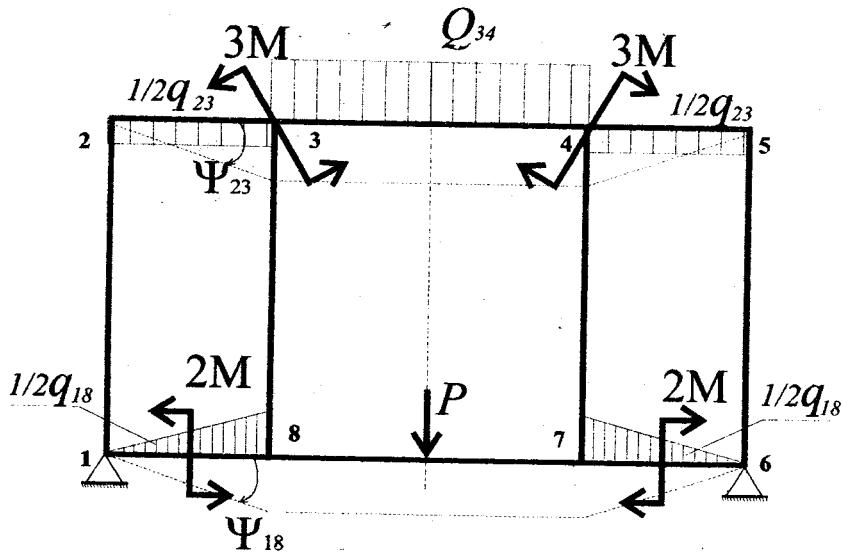


Рис.44

(п.8.)

Выражение работы внешних сил, действующих на стержни рамы (рис.45) на антисимметричном перекосе Ψ_{23} , имеет вид

$$A_{23} = Q_{23} \frac{l_{23}}{2} \Psi_{23} + Q_{18} \frac{2l_{18}}{3} \Psi_{18} + 2M\Psi_{18} + \frac{M}{2} \Psi_{87} = \\ = \left(\frac{q_{23}l_{23}}{2} \right) \frac{l_{23}}{2} \Psi_{23} + \left(\frac{q_{18}l_{18}}{2} \right) \frac{2l_{18}}{3} \Psi_{23} + 2M\Psi_{23} - \frac{M}{2} \Psi_{23} \frac{2l_{18}}{l_{87}},$$

где $\Psi_{87} = -\Psi_{23} \frac{l_{18}}{l_{87}/2} = -\Psi_{23} \frac{2l_{18}}{l_{87}}$.

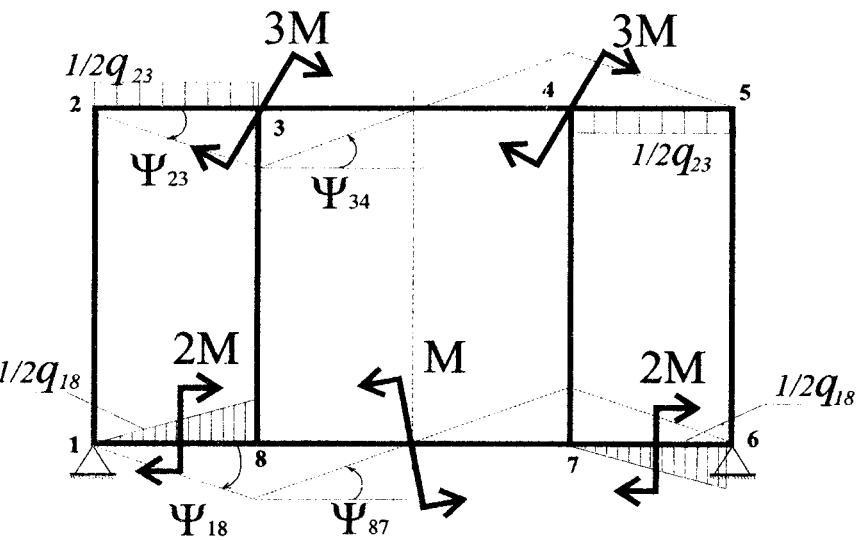


Рис.45

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прочность судов внутреннего плавания: справочник / В.В.Давыдов и др., М.: изд. «Гранспорт», -1978, -520 с.