

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Р. Е. АЛЕКСЕЕВА»
(НГТУ)

Институт транспортных систем

Кафедра «Аэро-гидродинамика, прочность машин и сопротивление материалов»

Методические рекомендации
по проведению практических занятий (решению задач)
по дисциплине «Прикладная физика»

Направление подготовки
14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика»
код и наименование направления подготовки

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Форма обучения
очная

Нижний Новгород
2015

Методические рекомендации по проведению практических занятий (решению задач) по дисциплине «Прикладная физика» / Сост.: Жуков А.Е.; Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р.Е. Алексеева. – Нижний Новгород, 2015. – 22 с.

Методические указания рассмотрены на заседании кафедры «Аэро-гидродинамика, прочность машин и сопротивление материалов»

Протокол № 4 от « 14 » 01 20 15 г.

Заведующий кафедрой д.т.н., доцент Миронов А.А.
степень, уч.звание фамилия, инициалы

Дата, подпись 14.01.2015 

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
Тема 1: ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ОПАСНОГО СЕЧЕНИЯ.....	5
Методические указания по решению задач	5
Тема 2: РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ.....	10
Методические указания по решению задач	10
Тема 3: ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ И РАСЧЕТЫ НА ЖЕСТКОСТЬ.....	13
Методические указания по решению задач	13
Тема 4: РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ	16
Методические указания по решению задач	16
Тема 5: РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ	18
Методические указания по решению задачи 5.1	18
Методические указания по решению задачи 5.2	19
Методические указания по решению задачи 5.3	19
Литература	21
Перечень учебной литературы для самостоятельной работы студентов...	22

ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных задач техники является обеспечение прочности инженерных конструкций и их элементов при наименьшей затрате материала. При проектировании различных инженерных конструкций приходится определять размеры их отдельных элементов. Эта задача решается на основе расчетов, цель которых – создание прочной, жесткой, устойчивой, долговечной и, вместе с тем экономичной конструкции. Такая задача возникает при проектировании машин, автомобилей, самолетов, судов, ракет и т. п.

Все эти вопросы рассматриваются в комплексе дисциплин, одной из которых является «Сопротивление материалов (Прикладная физика)». Наука «Сопротивление материалов» широко применяется в инженерной практике. В данном курсе основное внимание уделяется вопросам прочности, жесткости и устойчивости стержней как основных элементов инженерных конструкций.

При изучении курса «Сопротивление материалов (Прикладная физика)» исключительно большое значение имеет решение задач. Решение и анализ задач позволяют понять и запомнить основные определения и формулы данного курса, создают представления об их характерных особенностях и границах применения.

Все задачи, независимо от способа задания исходных величин, рекомендуется решать в общем виде в буквенных обозначениях.

Получив ответ задачи в общем виде и проанализировав его, можно приступить к числовым расчетам. Особое внимание на этом этапе следует обратить на соблюдение размерностей представляемых величин.

В случае возникновения затруднений при изучении курса, выполнения контрольных и лабораторных работ необходимо обратиться к преподавателю за консультацией.

Задание и варианты для работ берутся в соответствии с «Заданиями для расчетно-графических и курсовых работ» [1] и «Схемами к заданиям для расчетно-графических и курсовых работ» [2]. Количество и виды заданий (схем), которые должен выполнить студент в рамках практических занятий и самостоятельной (внеаудиторной) работы задаются преподавателем на основании учебного плана и рабочей программы дисциплины в соответствии с количеством часов, выделенных на практические занятия и самостоятельную работу студента.

ТЕМА 1: ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ОПАСНОГО СЕЧЕНИЯ

Задача 1 (схемы 5, 7, 8, 9, 10, 13,15, 17, 18). Для заданных упругих систем определить значения внутренних силовых факторов и построить их эпюры, выразив ординаты в характерных сечениях через q и a . Показать положение опасного сечения.

Методические указания по решению задач

Построение эпюр внутренних силовых факторов и определение положения опасного сечения для всех схем задания проводят в следующем порядке:

1. Определяют количество силовых участков (границами силовых участков являются сечения, где приложены сосредоточенные силы или сосредоточенные моменты, а также сечения, где начинается или кончается распределенная нагрузка).

2. Применяя метод сечений, определяют внутренние усилия в произвольном сечении на каждом силовом участке:

а) разрезают брус мысленно сечением на две части;

б) отбрасывают одну из частей;

в) заменяют действие отброшенной части на оставшуюся внутренними усилиями;

г) определяют внутренние усилия из условий равновесия оставшейся части бруса.

3. По полученным выражениям для внутренних усилий строят графики (эпюры) внутренних усилий и определяют положение опасного сечения.

При этом следует помнить, что при изгибе бруса существуют дифференциальные зависимости между интенсивностью распределенной нагрузки q , поперечной силой Q_y и изгибающим моментом M_x согласно которым:

а) в сечениях, где приложена сосредоточенная сила P (сосредоточенный момент m), эпюра Q_y (эпюра M_x) имеет скачок на величину этой силы (этого момента);

б) эпюра Q_y :

- постоянна на участках, где отсутствует распределенная нагрузка q ;
- меняется по линейному закону на участках, где приложена равномерно распределенная нагрузка q ;

в) эпюра M_x :

- возрастает слева направо на участках, где $Q_y > 0$ и убывает слева направо на участках, где $Q_y < 0$;
- возрастает или убывает в пределах участка на величину, численно равную площади эпюры Q_y на этом участке;
- возрастает или убывает по линейному закону на участках, где $Q_y = \text{const}$ ($q = 0$), и меняется по закону квадратной параболы на участках, где Q_y меняется по линейному закону ($q = \text{const}$).

Причем парабола выпукла навстречу направлению нагрузки q и имеет экстремум в сечении, где $Q_y = 0$;

- постоянна на участках, где $Q_y = 0$.

При построении эпюр внутренних усилий следует четко усвоить:

1. В сечениях бруса, работающего на растяжение или сжатие, возникает только нормальная сила N_z , которая равна алгебраической сумме проекций на ось z бруса всех внешних нагрузок, приложенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, и считается положительной, если вызвана внешней растягивающей брус силой.

Если материал растянутого (сжатого) бруса одинаково работает на растяжение и сжатие ($\sigma_{вр} = \sigma_{вс}$ или $\sigma_{тр} = \sigma_{тс}$), то опасным будет сечение, где $N_z = |N_z^{\max}|$. В противном случае следует наметить два сечения, подозреваемых на опасное: для растянутой части бруса это будет сечение, где $N_z = |N_z^{\max}|_p$; для сжатой — $N_z = |N_z^{\max}|_c$. Дальнейший расчет на прочность покажет, какое из этих сечений действительно является опасным.

2. В сечениях бруса, работающего на кручение, возникает только крутящий момент M_z , который равен алгебраической сумме моментов относительно оси z бруса от всех внешних нагрузок, приложенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, и считается положительным, если вызван внешним моментом, стремящимся вращать рассматриваемую часть бруса против часовой стрелки (если смотреть со стороны сечения).

Так как прочность скручиваемого бруса не зависит от направления крутящего момента, то опасным будет сечение где $M_z = |M_z^{\max}|$.

3. В сечениях бруса, работающего на изгиб, возникают обычно два внутренних усилия: поперечная сила Q_y и изгибающий момент M_x .

Поперечная сила Q_y равна алгебраической сумме проекций на ось y всех внешних нагрузок, приложенных к брусу по одну сторону от рассматриваемого сечения, и считается положительной, если вызвана внешней нагрузкой, стремящейся повернуть рассматриваемую часть бруса по часовой стрелке.

Изгибающий момент M_x равен алгебраической сумме моментов относительно оси x в рассматриваемом сечении от всех внешних нагрузок, приложенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, и считается положительным, если стремится изогнуть брус выпуклостью вниз. Следует обратить внимание, что при таком правиле знаков эпюра изгибающих моментов строится со стороны сжатых волокон бруса.

Влиянием поперечной силы на прочность по сравнению с изгибающим моментом во многих случаях можно пренебречь, поэтому опасным сечением бруса, работающего на изгиб, будет сечение, где $M_x = |M_x^{\max}|$.

4. В плоских рамах (схема 10) в общем случае в каждом сечении возникают одновременно три внутренних усилия: нормальная сила N_z , поперечная сила Q_y и изгибающий момент M_x . Следует помнить, что эпюра изгибающих моментов строится со стороны сжатых волокон рамы (при этом знак момента на эпюре не проставляется).

При расчетах на прочность рамных конструкций влиянием поперечных и нормальных сил обычно можно пренебречь по сравнению с изгибающим моментом, поэтому опасным сечением рамы будет сечение, где $M_x = |M_x^{\max}|$.

5. В плоско-пространственных рамах, в которых нагрузка расположена в плоскости, перпендикулярной к плоскости рамы (схема 15), в общем случае в каждом сечении могут возникнуть три внутренних усилия: поперечная сила Q_y , изгибающий момент M_x и крутящий момент M_z . Эпюра M_x строится со стороны сжатых волокон.

Опасным сечением плоско-пространственной рамы будет сечение, в котором и изгибающий момент M_x и крутящий момент M_z одновременно достигают наибольших значений. Если моменты M_x и M_z достигают наибольших значений в разных сечениях, то следует наметить несколько сечений, подозреваемых на опасное. Дальнейший расчет на прочность покажет, какое из них действительно является опасным.

6. В пространственных системах (схема 13) в общем случае в каждом сечении могут возникнуть одновременно шесть внутренних усилий: нормальная сила N_z , поперечные силы Q_y и Q_x , изгибающие моменты M_x и M_y , крутящий момент M_z . Влиянием поперечных сил Q_y и Q_x обычно можно пренебречь при расчетах на прочность и жесткость, что позволяет не строить эти эпюры. Эпюры изгибающих моментов M_x и M_y следует строить со стороны сжатых волокон.

Опасным будет сечение, в котором все внутренние усилия одновременно достигают наибольших значений. Если внутренние усилия дости-

гают наибольших значений в разных сечениях, то намечают несколько сечений, подозреваемых на опасное. Дальнейший расчет на прочность покажет, какое из них действительно опасное.

Внутренние силовые факторы представляют собой реакции одной части бруса на другую (внутренние реакции), поэтому их можно определять как реакции в жестком защемлении (жестко закрепив то сечение, в котором определяют внутренние силовые факторы), рассматривая равновесие бруса по одну сторону от сечения. Примеры определения внутренних силовых факторов в произвольном сечении с координатой z приведены на рис. 1. Расчетные выражения для определения внутренних силовых факторов на приведенных схемах:

$$\text{а) } N_z = -2P + qz;$$

$$\text{б) } M_z = m_1 - 2m_1 + m_z z;$$

$$\text{в) } Q_y = -P + qz; M_x = -P(a + z) + m + qz \frac{z}{2};$$

$$\text{г) } N_z = -qa, Q_y = -P, M_x = -P(a + z) + qa \frac{a}{2} - m;$$

$$\text{д) } N_z = -30P, M_x = 30P \frac{d}{2}, M_y = Pz, M_z = m + P \frac{d}{2}, Q_x = P;$$

$$\text{е) } Q_y = +2qa - P, M_x = 2qa \left(\frac{a}{2} - z \right) + Pz, M_z = -(2qa)a.$$

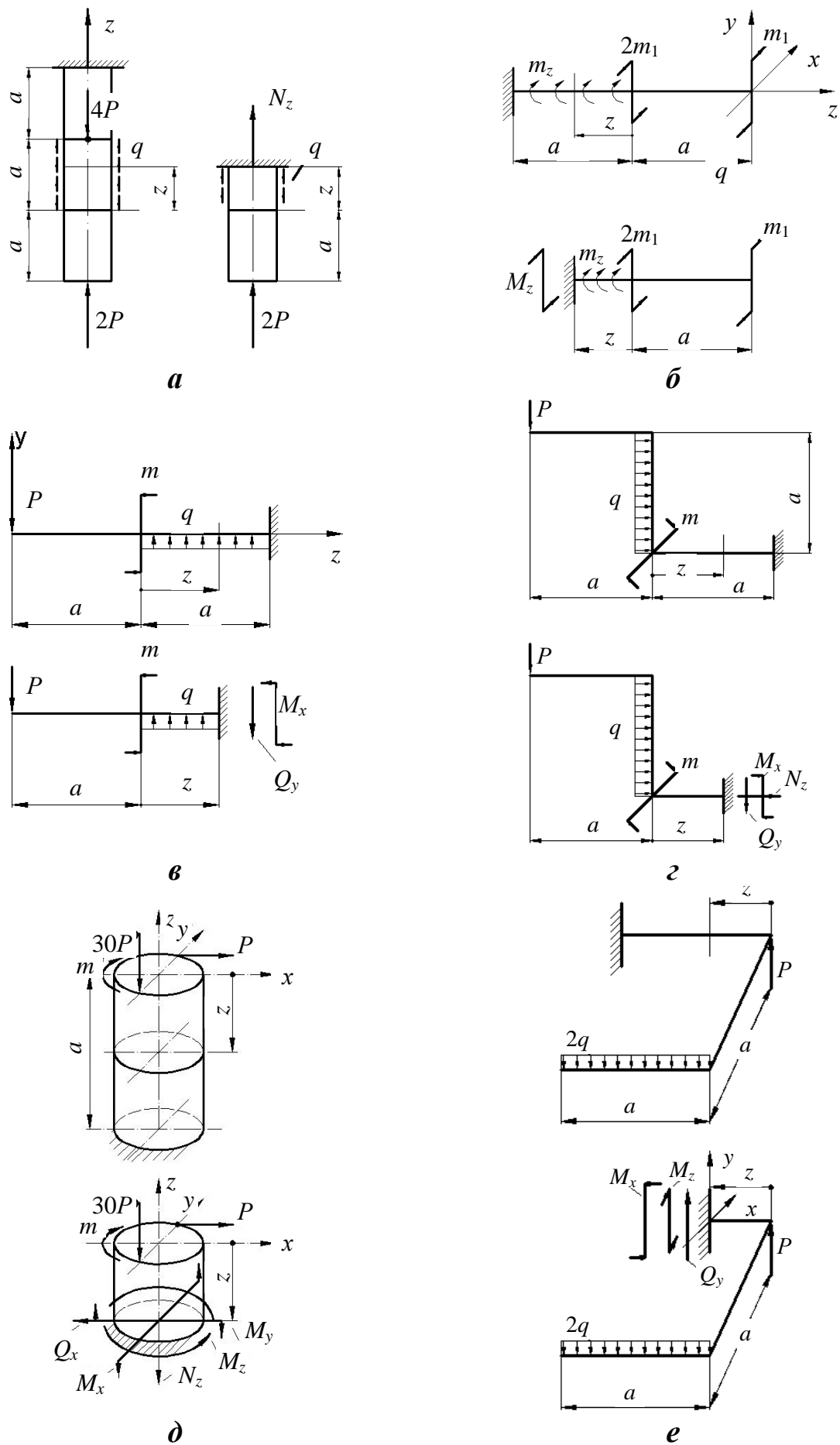


Рис. 1

ТЕМА 2: РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ

Задача 2.1 (схема 5). Подобрать из условия прочности размеры квадратного сечения деревянного бруса, работающего на растяжение или сжатие.

Задача 2.2 (схема 33). Подобрать из условия прочности размеры круглого, кольцевого ($d / D = 0,5$) и квадратного сечения скручиваемого стального бруса. Материал бруса – Ст. 3.

Задача 2.3 (схема 8). Подобрать из условия прочности размеры круглого, прямоугольного ($h / b = 2$) и двутаврового сечения стальной балки. Материал балки – Ст.3.

Задача 2.4 (схема 9). Подобрать из условия прочности величину допустимой нагрузки для стальной балки, имеющей сечение по схеме 1. Материал балки – Ст. 3.

Задача 2.5 (схема 10). Для плоской рамы подобрать двутавровое сечение из условия прочности. Материал рамы – Ст.3.

Задача 2.6 (схема 13). Для стального бруса круглого поперечного сечения определить из условия прочности допустимую нагрузку. Вычислить величину нормальных, касательных и эквивалентных напряжений в опасной точке опасного сечения при нагрузке, равной допустимой. Материал бруса – Ст. 30 ХГСА.

Задача 2.7 (схема 15). Для плоско-пространственного бруса круглого поперечного сечения подобрать величину допустимой нагрузки из условия прочности. Диаметр бруса $d = a / 20$. Материал бруса – Ст. 3.

Методические указания по решению задач

Расчеты на прочность (задачи 2.1-2.7) проводят по следующей единой схеме:

1. Строят эпюры внутренних силовых факторов и находят опасное сечение. Опасным будет то сечение, в котором все внутренние усилия одновременно достигают наибольших значений; если внутренние усилия достигают наибольших значений в разных сечениях, то намечают несколько сечений, подозреваемых на опасное. Дальнейший расчет на прочность покажет, какое из них действительно опасное.

2. В опасном сечении (или в сечениях, подозреваемых на опасное) строят эпюры нормальных и касательных напряжений и находят опасную точку бруса, в которой и нормальные и касательные напряжения достигают наибольших значений. Если нормальные и касательные напряжения достигают наибольших значений в разных точках, то намечают несколько точек, подозреваемых на опасную. Действительно опасной точкой бруса будет та точка, в которой по одной из теорий прочности эквивалентное напряжение

$\sigma_{\text{экв}}$ достигает наибольшего значения. Положение этой точки определяет и положение опасного сечения.

3. Определяют напряженное состояние в опасной (или подозреваемой на опасную) точке и в зависимости от вида напряженного состояния в опасной точке составляют условие прочности бруса. При этом возможны следующие три случая:

а) частица материала в опасной (или подозреваемой на опасную) точке находится в линейном напряженном состоянии. В этом случае условие прочности будет

$$\sigma_z^{\max} \leq [\sigma].$$

Причем, если в опасном сечении возникает только одно из внутренних усилий N_z , M_x или M_y , то соответственно

$$\sigma_z^{\max} = \left| \frac{N_z^{\max}}{A} \right|; \quad \sigma_z^{\max} = \left| \frac{M_x^{\max}}{W_x} \right|; \quad \sigma_z^{\max} = \left| \frac{M_y^{\max}}{W_y} \right|.$$

Если в опасном (или подозреваемом на опасное) сечении возникают одновременно внутренние усилия N_z , M_x и M_y , то

$$\max[\sigma_z] = \left| \frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x \right|,$$

где x и y – координаты опасной (наиболее удаленной от нейтральной линии в опасном сечении) точки.

Если материал бруса одинаково работает на растяжение и сжатие, то в условие прочности подставляют

$$\sigma_z^{\max} = \max[\sigma_z] \text{ и } [\sigma] = [\sigma]_p = [\sigma]_c.$$

Если материал не одинаково работает на растяжение и сжатие, то на прочность рассчитывают два элемента. При расчете максимально напряженного элемента в растянутой зоне в условие прочности подставляют $(\sigma_z^{\max})_p$ и $[\sigma]_p$, а при расчете элемента в сжатой опасной зоне – $(\sigma_z^{\max})_c$ и $[\sigma]_c$;

б) частица материала в опасной точке находится в напряженном состоянии чистого сдвига. В этом случае условие прочности имеет вид

$$\tau^{\max} \leq [\tau].$$

Так как влиянием поперечных сил Q_y и Q_x на прочность обычно можно пренебречь, то учитывают только касательные напряжения от крутящего момента M_z и, следовательно,

$$\tau^{\max} = \frac{M_z^{\max}}{W_{p(\kappa)}},$$

где W_p – полярный момент сопротивления круглого (кольцевого) сечения, W_κ – момент сопротивления кручению для брусьев некруглого сечения.

в) частица материала в опасной точке находится в сложном напряженном состоянии, когда на ее гранях возникают одновременно и нормальные, и касательные напряжения. В этом случае условие прочности записывается следующим образом:

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} \leq [\sigma].$$

Эквивалентное напряжение $\sigma_{\text{ЭКВ}}$ подсчитывается по одной из теорий прочности.

Примечания

1. При расчете брусьев, работающих на изгиб (задача 2.3. и задача 2.4), а также при расчете плоско-пространственного бруса (задача 2.7) влиянием поперечной силы Q_y на прочность можно пренебречь.

2. При расчете на прочность плоской рамы (задача 2.5) влиянием поперечной силы Q_y и нормальной силы N_z можно пренебречь.

3. При расчете на прочность бруса в общем случае нагружения (задача 2.6) влиянием поперечных сил Q_y и Q_x можно пренебречь.

ТЕМА 3: ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ И РАСЧЕТЫ НА ЖЕСТКОСТЬ

Задача 3.1 (схема 31). Подобрать из условия прочности размер квадратного сечения чугунного бруса. Проверить брус на жесткость, если известно, что перемещение свободного (нижнего) конца бруса не должно превышать $1 / 400$ общей его длины. При расчете принять $E_p = E_c$.

Задача 3.2 (схема 33). Подобрать из условия прочности размер круглого сплошного сечения стального бруса. Построить эпюру углов закручивания относительно сечения C . Проверить брус на жесткость, если допустимый угол закручивания $[\Theta] = 0,005$ рад/м. Материал бруса Ст. 30 ХГСА.

Задача 3.3 (схема 35). Для двухопорной балки постоянной жесткости EI_x в общем виде определить методом Мора прогиб в точках C , D и угол поворота на правой опоре. При определении прогиба в точке D и угла поворота на правой опоре интегралы Мора вычислить по правилу Верещагина.

Показать примерное положение изогнутой оси балки с учетом прогибов в точках C и D , угла поворота на правой опоре, опорных устройств балки и эпюры изгибающих моментов M_x .

Задача 3.4 (схема 36). Для плоской рамы в общем виде определить вертикальное перемещение точки D и угол поворота сечения на одной из опор. Интегралы Мора вычислить по правилу Верещагина. Жесткость поперечного сечения EI_x всех элементов рамы принять одинаковой.

Задача 3.5 (схема 15). Для плоско-пространственного бруса круглого поперечного сечения в общем виде определить вертикальное перемещение сечения A . При расчете принять $G = 0,4 E$, $d = 0,1 a$.

Методические указания по решению задач

Наиболее целесообразно определять перемещения с помощью интеграла Мора, позволяющего определять их для любых точек и в любом направлении, при этом следует иметь в виду, что значительное упрощение решения интеграла Мора дает способ (правило) Верещагина для систем, состоящих из участков с прямолинейной осью и при постоянной жесткости сечения по длине участка. Перемещения вычисляются по методу Мора (задачи 3.1-3.5) обычно в такой последовательности:

1. Определяют реакции опор от заданной нагрузки.
2. Составляют выражения и строят эпюры внутренних силовых факторов от заданной нагрузки.

3. В сечении, перемещение которого определяют, прикладывают единичную нагрузку в направлении искомого перемещения. Это будет единичная сила $\bar{P} = 1$, если ищут линейное перемещение, или единичный момент $\bar{M} = 1$, если ищут угловое перемещение.

4. Определяют реакции опор от единичной нагрузки.

5. Составляют выражения и строят эпюры внутренних силовых факторов от единичной нагрузки.

6. Перемножая по участкам выражения внутренних силовых факторов от заданной и единичной нагрузки, определяют искомое перемещение.

7. При вычислении интеграла Мора по способу Верещагина необходимо перемножить по участкам площади ω_i грузовых эпюр на ординаты соответствующих единичных эпюр, взятые под центрами тяжести площадей ω_i грузовых эпюр.

Следует иметь в виду, что перемножение выражений или эпюр внутренних силовых факторов производится по участкам, количество которых определяется совместно заданной и единичной нагрузкой. При этом любую сложную грузовую эпюру внутренних усилий на участке путем разбивки или дополнения можно представить в виде совокупности фигур, имеющих форму прямоугольника, треугольника или квадратной параболы, для которых известна площадь ω и положение центра тяжести – точки C . Положение центра тяжести и величины площадей основных фигур показано на рис. 2.

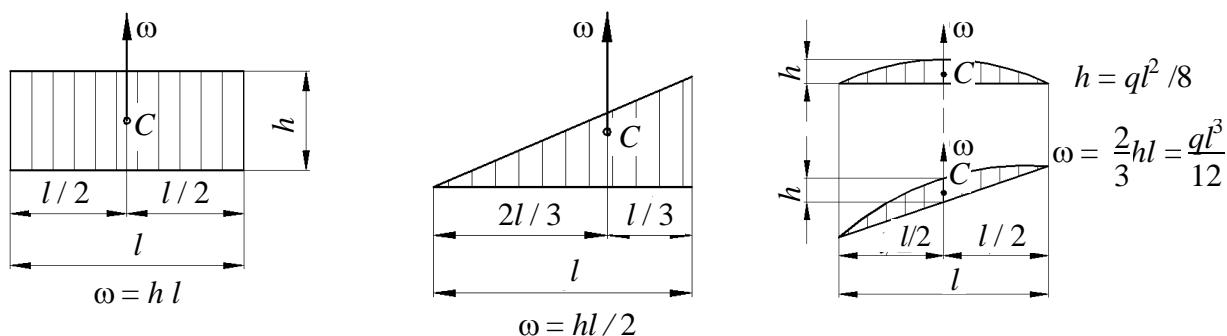


Рис. 2

Основные способы разбивки грузовых эпюр представлены на рис. 3. Площади фигур обозначены ω_i , причем одинаковые направления векторов ω_i соответствуют площадям с одинаковым знаком.

На рис. 3, в заштрихованная грузовая эпюра после соединения концов параболы линией CE разбивается на прямоугольник $ABDC$ (ω_1), треугольник CDE (ω_2) и параболу с основанием CE (ω_3), имеющую обратный знак. На рис. 3, е заштрихованная грузовая эпюра представлена в виде двух треугольников: ABC (ω_1) и CDB (ω_2), имеющих разные знаки. На рис. 3, ж

заштрихованная грузовая эпюра разбита на три элемента; треугольник CDB (ω_1), параболу с основанием CD (ω_2) и треугольник ABC (ω_3), имеющий площадь с другим знаком. Разбивка остальных эпюр понятна из рисунков.

8. Положительный знак результата вычисления перемещения свидетельствует о том, что направление перемещения совпадает с направлением единичной нагрузки.

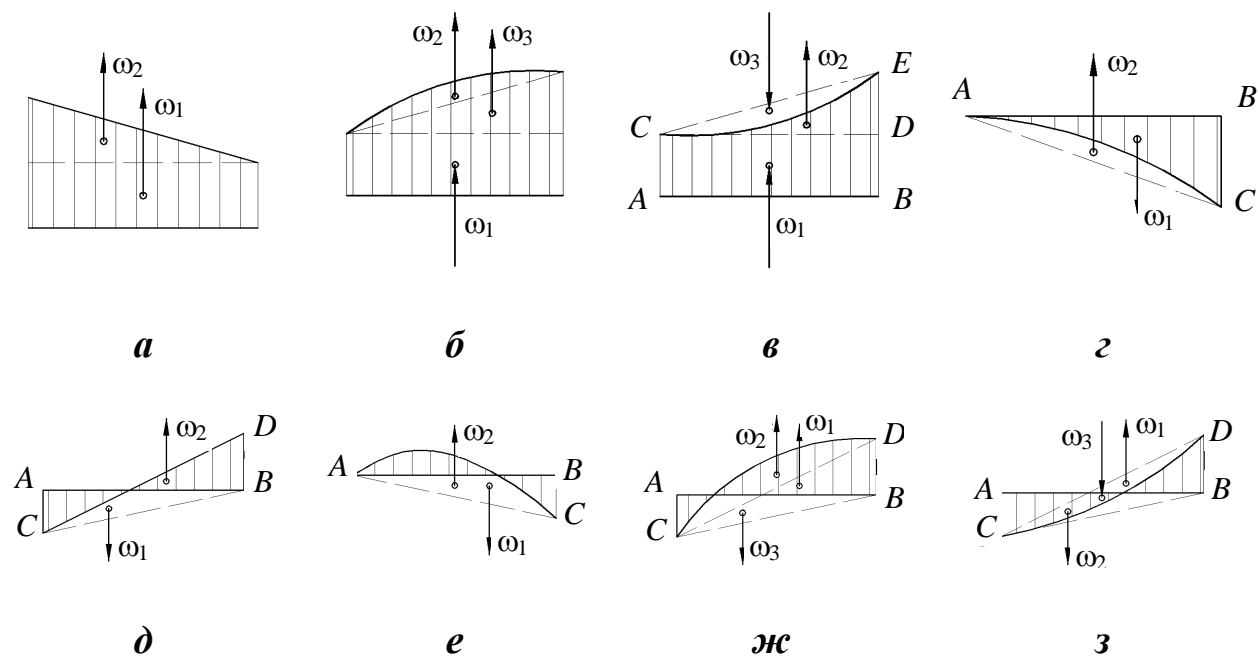


Рис. 3

ТЕМА 4: РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ

Задача 4.1 (схема 40). Для стержневой системы определить усилия в стержнях и построить их эпюру, выразив ординаты ее через q и a . Если в системе есть брус AB , то при расчете принять его абсолютно жестким. Подобрать из условия прочности диаметры круглого сечения стержней. Материал стержней – Ст. 30 ХГСА.

Задача 4.2 (схема 42). Для бруса построить эпюру крутящих моментов. Для проверки правильности решения построить эпюру углов закручивания. Задачу решить в общем виде.

Задача 4.3 (схема 43). Подобрать двутавровое сечение стальной балки из условия прочности и найти угол поворота сечения B . Материал балки – Ст. 3.

Задача 4.4 (схема 47). Для плоской рамы раскрыть статическую неопределимость, подобрать диаметр круглого сечения из условия прочности и выполнить деформационную проверку полученного решения. Материал рамы – Ст. 30 ХГСА.

Методические указания по решению задач

Расчет любой статически неопределимой системы (задачи 4.1-4.4) методом сил производят в следующем порядке:

1. Определяют степень статической неопределимости системы.
2. Отбрасывая «лишние» связи, выбирают основную систему – статически определимую, но геометрически неизменяемую.
3. Загружая основную систему заданной нагрузкой и заменяя действие отброшенных «лишних» связей неизвестными усилиями X_i , получают статически определимую систему, эквивалентную заданной статически неопределимой.
4. Составляют канонические уравнения метода сил, выражающие условия эквивалентности полученной статически определимой системы и заданной статически неопределимой системы.
5. Строят эпюры внутренних силовых факторов для основной системы от заданных нагрузок (грузовые эпюры) и от единичных усилий $\overline{X_i} = 1$ (единичные эпюры).
6. Перемножая грузовые и единичные эпюры по способу Верещагина определяют коэффициенты $(\delta_{ii}, \delta_{ik})$ при неизвестных X_i и свободные члены Δ_{ip} канонических уравнений.
7. Решают совместно систему канонических уравнений и находят неизвестные силы X_i .

Таким образом, вместо заданной статически неопределимой системы получают эквивалентную ей статически определимую систему, нагруженную заданной внешней нагрузкой и найденными теперь силами X_i , имеющими направление, выбранное при решении задачи, если ответ получен со знаком (+), или имеющими противоположное направление, если ответ получен со знаком (-). Последующий расчет на прочность или жесткость производится для этой статически определимой системы, эквивалентной заданной, по методике, рассмотренной в контрольных работах 2 и 3.

8. Для проверки правильности решения производят деформационную проверку.

ТЕМА 5: РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

Задача 5.1 (схема 52). Для вращающейся с постоянной угловой скоростью конструкции, выполненной из стального прутка диаметром $d = 2$ см, определить из условия прочности допустимую угловую скорость ω . Влиянием поперечных и нормальных сил на прочность пренебречь. Материал конструкции – Ст. 30 ХГСА. Запас прочности принять $n_T = 3$.

Методические указания по решению задачи 5.1

На каждую вращающуюся часть конструкции длиной $l = 1$ будет действовать сила инерции, зависящая от радиуса z вращения этой части

$$q_z = m a_n,$$

где масса частицы длиной $l = 1$

$$m = \frac{Q}{g} = \frac{A l \gamma}{g} = \frac{A \gamma}{g};$$

центростремительное ускорение

$$a_n = \omega^2 z.$$

Таким образом, на каждую единицу длины $l = 1$ вращающегося элемента конструкции будет действовать сила инерции

$$q_z = m a_n = \frac{A \gamma}{g} \omega^2 z.$$

Порядок решения задачи

1. Рассматривают конструкцию как раму, закрепленную двумя опорами и нагруженную распределенной инерционной нагрузкой q_z .

2. Строят эпюру изгибающих моментов и находят наибольший изгибающий момент M_x^{\max} .

3. Записывают условие прочности (пренебрегая поперечной и нормальной силами):

$$\sigma_z^{\max} = \frac{M_x^{\max}}{W_x} \leq [\sigma].$$

Отсюда определяют допустимую для конструкции угловую скорость ω (которая входит в выражение M_x^{\max}).

Задача 5.2 (схема 53). Подобрать диаметр круглого поперечного сечения конструкции из условия прочности. Массу упругой системы не учитывать. Материал конструкции – Ст. 3. Запас прочности принять $n_T = 3$.

Методические указания по решению задачи 5.2

1. К упругой системе прикладывается статическая сила $P = |k_1 qa|$, равная весу падающего груза в направлении удара.

2. Определяется линейное перемещение $\delta_{ст}$ сечения, в котором происходит удар, в направлении удара от силы P . Для этого строят грузовую эпюру изгибающих моментов M_x от статически приложенной силы P и строят единичную эпюру \bar{M}_x единичной силы $\bar{P} = 1$, приложенной в точке удара по направлению движения падающего груза. Эпюры M_x и \bar{M}_x перемножаются по правилу Верещагина и определяется перемещение $\delta_{ст}$. Подставляя $\delta_{ст}$ в приближенное выражение коэффициента динамичности, определяют его величину

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{ст}}} \approx \sqrt{\frac{2h}{\delta_{ст}}}.$$

3. По эпюре M_x находят наибольшее значение изгибающего момента и определяют статические напряжения (возникающие при статическом положении силы P)

$$\sigma_{ст}^{\max} = M_x^{\max} / W_x.$$

4. Составляют условие прочности рамы с учетом ударной нагрузки:

$$\sigma_{дин}^{\max} = k_d \sigma_{ст}^{\max} = k_d \frac{M_x^{\max}}{W_x} \leq [\sigma].$$

Отсюда находят диаметр круглого поперечного сечения

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} \geq \frac{k_d M_x^{\max}}{[\sigma]} \quad \text{или} \quad d \geq \sqrt[3]{\frac{32 k_d M_x^{\max}}{\pi [\sigma]}}.$$

Задача 5.3 (схема 51). Для стержня заданного поперечного сечения определить величину критической и допустимой силы и найти коэффициент запаса на устойчивость. Материал – Ст.3.

Методические указания по решению задачи 5.3

1. Учитывая симметрию, показываем положение главных центральных осей инерции сечения и вычисляем его геометрические характеристики

$$A, I_{\min}, i_{\min} = \sqrt{I_{\min} / A}.$$

2. Учитывая закрепление концов стержня, определяем гибкость

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}.$$

3. Если $\lambda \geq \lambda_{\text{пред}}$ (для Ст. 3 $\lambda_{\text{пред}} = 100$), то критическая сила подсчитывается по формуле Эйлера

$$P_{\text{к}} = \frac{\pi^2 EI_{\text{min}}}{(\mu l)^2}.$$

Если же $\lambda < \lambda_{\text{пред}}$, то критическая сила вычисляется по эмпирической зависимости

$$P_{\text{к}} = \sigma_{\text{к}} A = (a - b\lambda + c\lambda^2) A.$$

Для стали $a = 304,1$ МПа, $b = 1,118$ МПа, $c = 0$.

4. Допустимая нагрузка определяется из условия устойчивости

$$\frac{P}{A} \leq \varphi [\sigma_{\text{с}}],$$

откуда

$$[P] \leq \varphi [\sigma_{\text{с}}] A.$$

Коэффициенты снижения допускаемого напряжения φ для различных материалов в зависимости от гибкости стержня λ определяется по таблице, приведенной в [10].

Коэффициент запаса на устойчивость будет

$$n_{\text{у}} = \frac{P_{\text{к}}}{P}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Сопротивление материалов, прикладная физика, механика материалов: Задания для расчетно-графических работ / НГТУ им. Р.Е. Алексеева; сост.: А.Н. Дербасов, С.А. Сергеева. – Нижний Новгород, 2015. – 19 с.
2. Сопротивление материалов, прикладная физика: Схемы к заданиям для расчетно-графических и курсовых работ. / НГТУ им. Р.Е. Алексеева; сост.: А.Н. Дербасов, С.А. Сергеева и др. – Нижний Новгород, 2009. – 62 с.
3. Методические рекомендации по организации аудиторной работы. / Составитель: Жукова Л.П., НГТУ, Нижний Новгород, 2013, – 63 с.
4. Методические рекомендации по организации и планированию самостоятельной работы студентов по дисциплине / Составитель: Ермакова Т.И. НГТУ, Нижний Новгород, 2013, – 35 с.

ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

№	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество эк-земпля-ров в библио-теке НГТУ
1 Основная литература		
1	Феодосьев В.И. Сопротивление материалов М: МГТУ им. Баумана: Учебник 2007. - 592 с.	200
2	Вольмир А.С. и др. Сопротивление материалов: Учебник, -М: Дрофа, 2007. - 591 с.	31
3	Ильичев Н.А. [и др.] Основы расчетов стержневых систем на прочность, жесткость и устойчивость: учеб. пособие/ Н.А. Ильичев, В.Ф. Кулепов, А. Д. Шурашов; под ред. Н.А. Ильичева; Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р. Е. Алексеева. – Н. Новгород, 2015.-280 с.	40
2 Дополнительная литература		
1	Дербасов А.Н. [и др.] Краткий курс сопротивления материалов: Учеб. пособие / НГТУ им. Р.Е. Алексеева; Под общ. ред. Н.А. Ильичёва. - Н. Новгород, 2014. - 86 с.	80
2	Ильичев Н.А.[и др.] Определение напряжений и расчёты на прочность стержневых систем: Учеб. пособие, НГТУ им. Р.Е. Алексеева; - Н. Новгород, 2012. - 130 с.	48
3	Шинкин В.Н. Механика сплошных сред: Курс лекций: Учеб. пособие / В. Н. Шинкин ; Нац. исслед. технол. ун-т "МИСиС", Каф. теор. механики и сопротивления материалов. - М. : Изд. Дом МИСиС, 2010. - 235 с.	2
4	Механические испытания материалов: учеб. пособие/ А.Е. Жуков [и др.], Нижегород. Гос. ун-т им. Р.Е. Алексеева. - Нижний Новгород, 2014, 86 с.	50