

ГЛАВА 8

Расчеты брусьев при динамических нагрузках

§1 Порядок к решению задач

При динамической нагрузке возникает ускорение, которое приводит к появлению сил инерции

Отсюда вытекают 2 подхода решения динамических задач:

1) Если ускорение известно \vec{a}

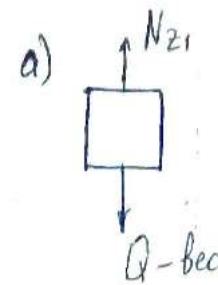
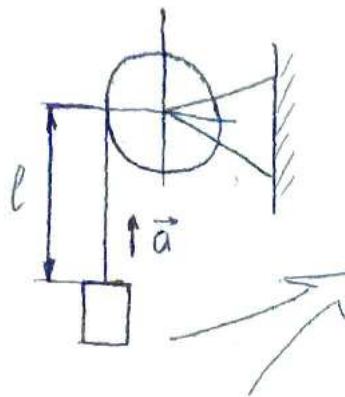
Задача решается исходя из принципа Даламбера. Согласно которому, тело, которое движется с ускорением можно представить в состоянии чистого равновесия, если к имеющимся нагрузкам добавить силу инерции.

2) Если ускорение известно (обычно при узле)

Задача решается исходя из закона сохранения энергии.

§2 Расчет при динамических нагрузках при известном \vec{a}

н.д.1 (а) Определение напряжений и перемещений при поступательном движении с ускорением
Груз (масса) поднимают с ускорением \vec{a}



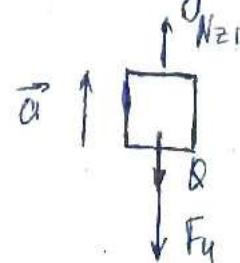
$$\sum F_z = 0$$

$$N_{Zc} = Q$$

$$G_{Zc} = \frac{N_{Zc}}{A}$$

$$\Delta l_c = \frac{N_{Zc} \cdot l}{EA} \quad (\Gamma_n N 5, § 5)$$

б) - динамический расчет



$$\begin{aligned} N_{ZD} &= Q + F_u = Q + D \frac{g}{g} = \\ &= Q \left(1 + \frac{g}{g} \right) = Q k_d \end{aligned}$$

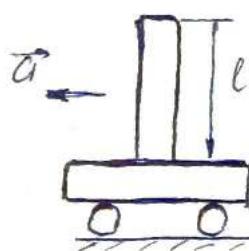
$$F_u = ma = \frac{Qg}{g}$$

k_d - коэффициент динамичности (разница в зависимости от нагрузки)

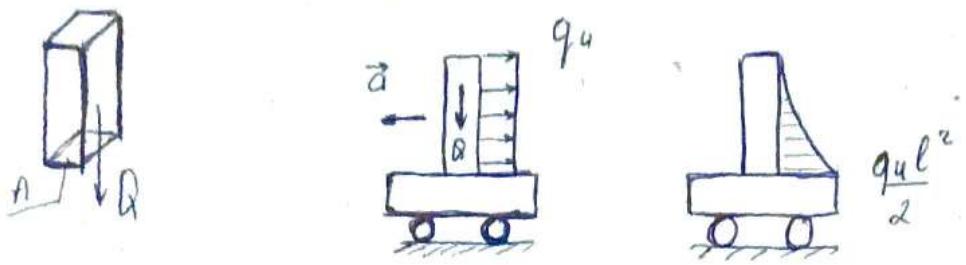
$$G_{ZD} = \frac{N_{ZD}}{A} = \frac{Ql}{EA} \cdot k_d$$

Сравнивая статические и динамические расчеты можно сделать выводы, что динамический расчет можно свести к статическому, но результаты следует дополнить на величину k_d .

н. 2.1(б) Определите напряжение, действующее в основании столика, установленного на платформе движущейся с ускорением



$$a) G_{Zc} = - \frac{Q}{A}$$



На стойку, движущуюся с ускорением $a_{\text{ус}}^{\text{им}}$ будет действовать распределенная инерционная нагрузка q_u как следствие подвешенности центра.

$$q_u = m_1 a = \frac{A \cdot l \cdot \rho}{g} \cdot a = A \cdot l \cdot \rho \cdot g$$

m_1 - масса единицы длины

$$m_1 = \frac{A \cdot l \cdot \rho}{g} = Al \cdot \rho$$

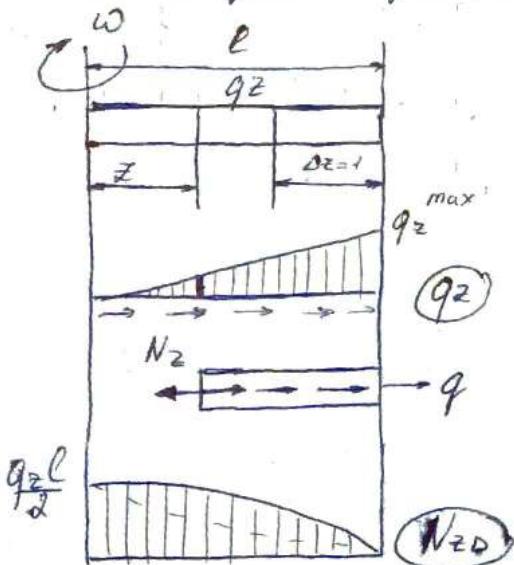
ρ - удельной вес

$$M_x^{\max} = \frac{q_u l^2}{2} = \frac{Al \cdot \rho \cdot g}{g} \cdot \frac{l^2}{2} = A \rho \frac{l^2}{2}$$

$$G_{zD} = - \frac{B}{A} - \frac{M_x}{W_x} = - \frac{18}{A} - \frac{Ad \cdot \rho \cdot g}{g} \frac{l^2}{2 W_x} = - \frac{18}{A} - A \rho \frac{l^2}{2 W_x}$$

н.2.2. Динамическое напряжение во вращающейся детали

а) Равномерное вращение стержня вокруг оси



При вращении стержня в единице его длины, отстоящей от оси вращения будет иметь место инерционная нагрузка распределенная по линейному закону. Вдоль оси стержня.

$$q_z = m_1 a_n = \frac{A t \cdot \delta}{g} \cdot \omega^2 z = A \rho \omega^2 z$$

$a_n = \omega^2 z$ - центростремительное ускорение

$$\text{при } z=0 \rightarrow q_z = 0$$

$$\text{при } z=l \rightarrow q_z^{\max} = A \rho \omega^2 l$$

Определение нормированного сеч. в плавающих сечениях стержня:

$$N_{zD} = \int_z^l dF_u = \int_z^l A \rho \omega^2 z dz = A \rho \omega^2 \int_z^l z dz = \frac{A \rho \omega^2 (l^2 - z^2)}{2}$$

$$\% dF_u = q_z dz \%$$

$$\text{при } z=l, N_{zD}=0$$

$$\text{при } z=0, N_{zD}^{\max} = \frac{A \rho \omega^2 l^2}{2} = \frac{q l}{2}$$

$$\sigma_{zD}^{\max} = \frac{N_{zD}^{\max}}{A} = \frac{A \rho \omega^2 l^2}{2A} = \frac{q \omega^2 l}{2}$$

Условие прочности при динамическом нагружении

$$\sigma_{zD}^{\max} \leq [\sigma]_D$$

$[\sigma]_D$ - допускаемое динамическое напряжение

$$[\sigma]_D = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{n(2-5)}$$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n}$$

$$= \frac{\sigma_B}{n}$$

$$\rho \frac{\omega^2 l^2}{2} \leq [G]_D$$

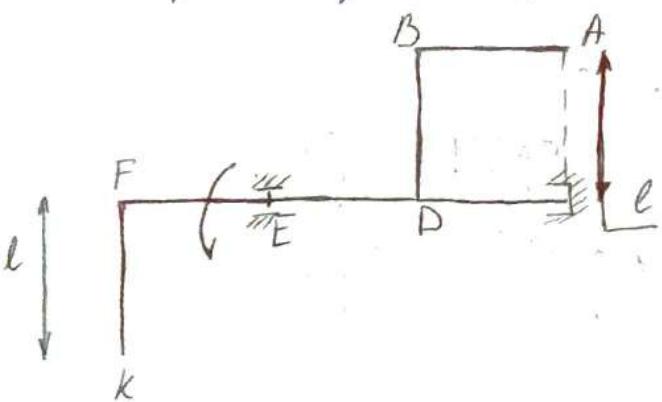
Чтобы данной формуле можно вважать допустимую угловую скорость, т.е. скорость, при достижении которой материал конструкции рискует разрушиться (с некоторыми запасами)

$$\omega = \sqrt{\frac{2[G]_D}{\rho l^2}} \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right]$$

Если задана угловая скорость $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi n}{60} = \frac{n\pi}{30}$
 f - частота вращения.

$$n \leq \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{2[G]_D}{\rho l^2}} \left[\frac{\text{об}}{\text{мин}} \right]$$

б) равномерное вращение рамы вокруг оси



Т.к. в данной задаче различные части рамы расположаются на одинаковых расстояниях от оси вращения, то искривления в разных частях будут равные.

1) BD, FK

Рассмотрим эл. единичной длины, расположенной на расстоянии z от оси вращения

$$\Delta z = 1$$

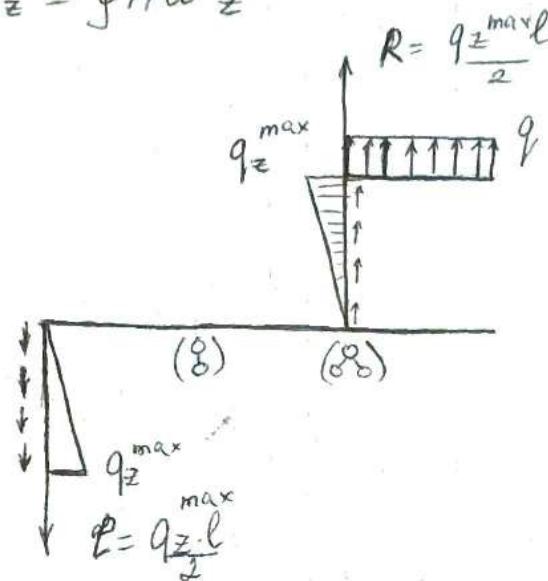
При вращении в это же значение ведется центробежная сила

$$q_z = m_1 a_n$$

$$m_1 = \rho V = \rho A l^2 = \rho A$$

$$a_n = \omega^2 r = \omega^2 z$$

$$q_z = \rho A \omega^2 z$$



$$z=0 \rightarrow q_z=0$$

$$z=l \rightarrow q_z^{\max} = \rho A \omega^2 l$$

2) На участках, параллельных оси вращения, частица материала расположена на одинаковых расстояниях от оси вращения, поэтому силы инерции будут иметь распределение равномерно.

AB

$$z=l, \rightarrow q = A \rho \omega^2 l = \text{const}$$

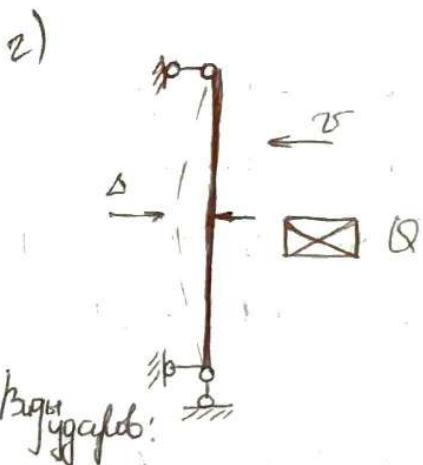
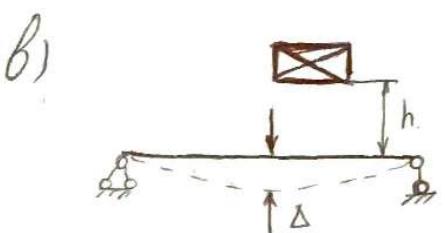
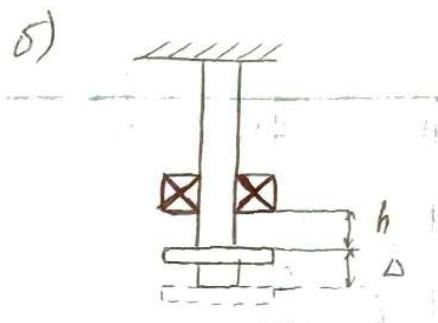
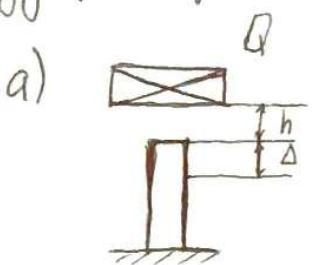
Но не надо, как мы определили инерционные нагрузки, мы можем решать скелет как статическую. Определим реакции опор: суммы энегор N_x, Q_y, M_x . Подчинимся начальными соображениями опорам.

§3 Расчеты на ударную нагрузку

n. 3.1. Обычное падение

Ударная нагрузка передает нагрузку при резком изменении скорости контактирующих (соприкасающихся) тел.

Скорость при ударе изменяется так быстро, что нет времени установления точной закономерности изменения ускорения, поэтому принцип Даламбера не применим, т.е. при ударе строится на законе сохранения энергии



Виды ударов:

- a) - статический
- б) - динамический
- в) - изгибющий вертикально
- г) - изгибющий горизонтально
- д) - сжимающий удар.

n. 3.2. Применение метода удара

Число расчета конструкции на удар
является определение максимальной деформа-
ции и напряжений, возникающих при ударном
воздействии. Ввиду сложности точного
расчета в практике применяют упрощенные
методы.

Приближенные методы ударного расчета основаны на сп.
допущениях

1) Деформации упругие

$$\sigma_D = E_D \epsilon$$

2) Ударная масса считается неупругой, проходит без
отскока.

Ударяющее тело после удара продолжает движение
вместе с ударенным до полной остановки.

3) Кинетическая энергия ударяющего тела
полностью переходит в потенциальную энергию
ударенного тела.

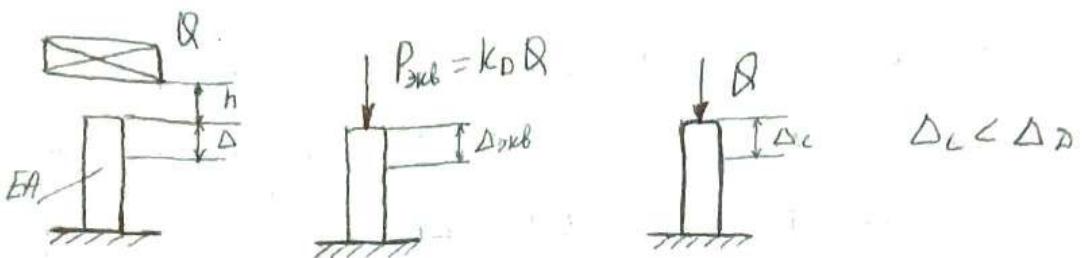
4) Ударяющее тело считается твердым, его
деформации не учитывается.

5) Масса ударенного тела в расчетах не
учитывается

н. 33. Статический удар.

Тело весом \mathbf{Q} падает с высоты h на верти-
кальной пружине пружинистой степени
постоянной жесткости E_A .

Для решения задачи воспроизводим
статическую силу.



Задача сводится к определению коэффициента жесткости k_D при условии равенства упругостей (перемещений)

$$\Delta_{Ekb} = \Delta_g$$

$$k_D = \frac{\Delta_g}{\Delta_c}$$

Рассмотрим рисунки

$$\Delta_{Ekb} = \frac{P_{Ekb}}{EA}$$

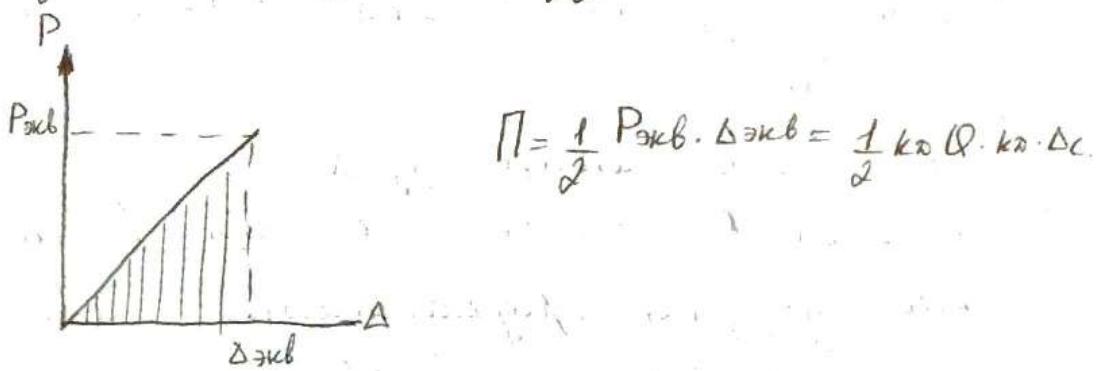
$$\Delta_c = \frac{Ql}{EA}; \quad \frac{\Delta_{Ekb}}{\Delta_c} = \frac{P_{Ekb} \cdot EA}{EA \cdot Ql} = \frac{P_{Ekb}}{Ql}$$

$$\Delta_{Ekb} = \frac{P_{Ekb} \Delta_c}{Q} = k_D \Delta_c$$

Для нахождения P_{Ekb} воспользуемся законом сохранения энергии

$$\Pi = T$$

Потенциальная энергия деформации при сжатии стержня во время удара будет равна работе, совершенной надавливающим грузом на перемещении Δ_D



Работа, совершенная надавливающим грузом

$$A = Q(h + \Delta_c) = Q(h + k_D \Delta_c); \quad \frac{1}{2} k_D^2 Q \Delta_c = Q(h + k_D \Delta_c)$$

$$k_D^2 = 2k_D + \frac{2h}{\Delta c} \rightarrow k_D^2 - 2k_D - \frac{2h}{\Delta c} = 0$$

Решая данное кв. уравнение находим корни:

$$k_{D,1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta c}}$$

$1 - \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta c}}$ - не подходит по физ. смыслу.

Т.к. $\Delta g > \Delta c$

$$k_D = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta c}} \quad (*)$$

n. 3.4. Частные случаи:

1) Внедрение приложения нагрузки

$$h=0, k_D=2, \text{ из } (*)$$

2) $h \gg \Delta c, k_D = \sqrt{\frac{2h}{\Delta c}}$

n. 3.5. Проверка прочности при ударе.

В связи с использованием прибл. теории удара котр. зависит, по сравнению со статической, увеличивается в 2÷5 раз.

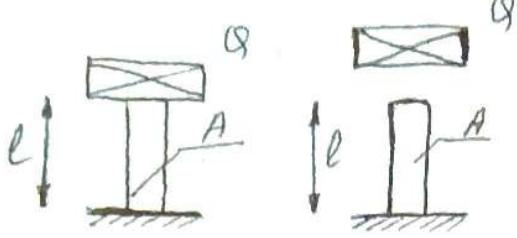
Условие прочности: $\sigma_D \leq [\sigma]_D$

$$[\sigma]_D = \frac{[\sigma]}{2 \div 5}, \quad [\sigma]_c = \frac{\sigma_{ekb}}{n}$$

n. 3.6. Замечания:

1) При статическом ударе во избежание прохождения цугом динамические напряжения не должны превышать критических с точки зрения устойчивости

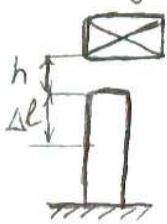
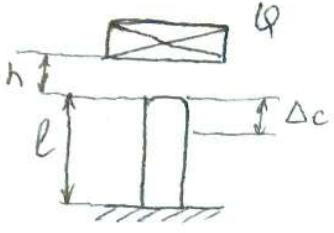
2) При статическом приложении нагрузки напряжение не зависит от модуля упругости материала, а при динамическом зависит.



$$\delta_D = k_D \Delta_c = \sqrt{\frac{lh}{\Delta_c}} \delta_c \Rightarrow$$

$$\delta_y = \sqrt{\frac{2hEA}{Ql}} \theta$$

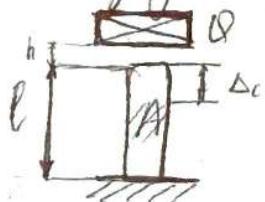
3) Всего же амплитуда землетрясения ограничена
суммой коэффициентов динамичности:



$$k_D = \sqrt{\frac{2h}{\Delta_c}}$$

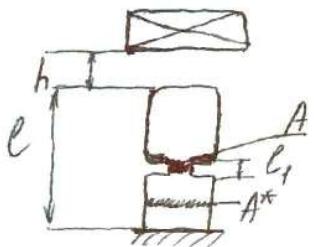
$$k_D' = \sqrt{\frac{2h}{\Delta_c'}} , \text{ т.к. } \Delta_c' > \Delta_c \rightarrow k_D' < k_D$$

4) Резкое изменение форм狀ов сечения приводят
к резкому возрастанию k_D



$$k_D = \sqrt{\frac{2h}{\Delta_c}} = \sqrt{\frac{2hEA}{Ql}}$$

$$\Delta_c = \frac{Ql}{EA}$$



$$k_D' = \sqrt{\frac{2h}{\Delta_c'}} = \sqrt{\frac{2h n EA}{Ql}} = k_D \sqrt{n}$$

$$\Delta_c' = \frac{Q(l - l_1)}{n EA} + \frac{Ql_1}{EA} \approx \frac{Ql}{n EA}$$

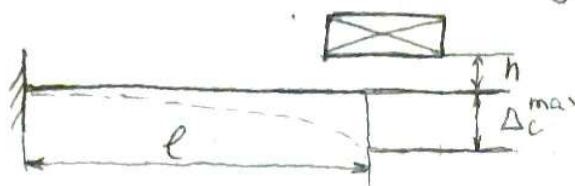
$$l_1 \rightarrow 0$$

$$n - отношение площадей \quad n = \frac{A^*}{A}$$

k_D увеличивается в \sqrt{n} раз при резком изменении
форм狀ов сечения.

Все полученные формулы при стесненном
угле применимы для расчета при изгиба-
нии и растягивании угла.

n. 37. Чембалящий угол



$$\Delta c_{\max} = \frac{Ql^3}{3EJ_x}$$

$$c_c^{\max} = \frac{M_x^{\max}}{W_x} = \frac{Ql}{W_x}$$

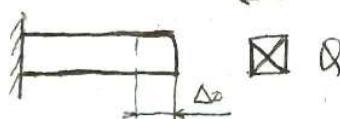
$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta c}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 3h E J_x}{Q l^3}}$$

$$\zeta_d^{\max} = c_c^{\max} \cdot k_d = \frac{Ql}{W_x} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{6h E J_x}{Q l^3}} \right)$$

$$h \gg \Delta c_{\max}$$

$$\zeta_d^{\max} = \frac{Ql}{W_x} \sqrt{\frac{6h E J_x}{Q l^3}}$$

n. 38. Определение k_d при горизонтальном угле



Потенциальная энергия, накопленная в системе в момент возникновения начальной деформации до равна кинетической энергии системы в момент конфигурации с новым удлиняющим momеном весом Q .

$$T = \frac{m \dot{\delta}^2}{2}, \quad \Pi = P_d \Delta_d$$

$$m \dot{\delta}^2 = P_d k_d \Delta_c k_d$$

$$m \dot{\delta}^2 = m g k_d \Delta_c k_d$$

$$\dot{\delta}^2 = g \Delta_c k_d^2 \rightarrow k_d = \frac{\delta}{\sqrt{g \Delta_c}}$$

ПЛАВА Расчеты на прочность при циклических изменяющихся напряжениях

§1 Следование установки материалов