

$$\textcircled{1} \quad \tau_2^I = \frac{M_z}{W_p} = \frac{M_z \cdot b}{2\sigma(D-\delta)^2 \delta}$$

$$W_p = 2A_{ep} \cdot \delta = 2\sigma \left[\frac{D-\delta}{2} \right]^2 \delta$$

$$A_{ep} = \pi R_{ep}^2$$

$$R_{ep} = \frac{1}{2}(D-\delta)$$

$$\textcircled{2} \quad \tau_2^{II} = \frac{M_z}{W_k} = \frac{M_z \cdot b}{2\sigma(D-\delta)\delta^2}$$

$$W_k = \frac{1}{3} S \delta^2 = \frac{1}{3} 2\sigma \left(\frac{D-\delta}{2} \right) \delta^2$$

$$S = 2\sigma R_{ep} = 2\sigma \left(\frac{D-\delta}{2} \right)$$

$$\frac{\tau_2^{II}}{\tau_2^I} = \frac{6 M_z \cdot 2\sigma(D-\delta)\delta^2}{2\sigma(D-\delta)\delta^2 M_z} = \frac{3(D-\delta)}{2\delta} \quad (**)$$

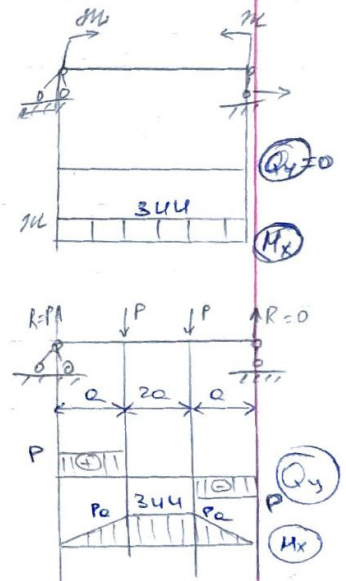
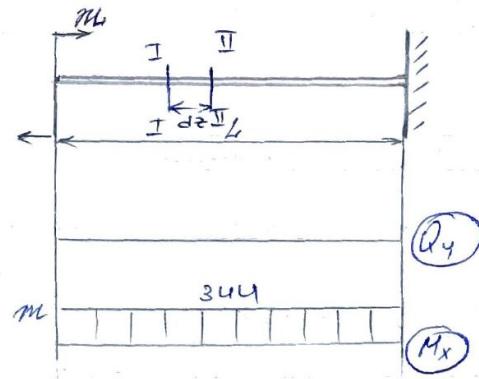
Пусть $D = 15\delta$, тогда $(**) = 21$

Т.е. в открытом профиле напряжения значительно выше, чем в закрытом, т.е. он значительно менее прочен при деформации кручения

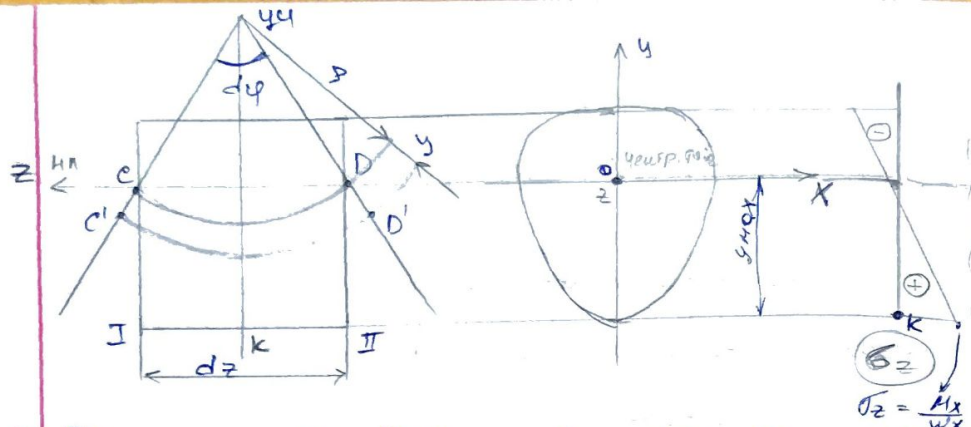
§5 Определение нормальных напряжений при изгибе чистого штифта.

Изгиб прямой стержня осуществляется поперечными силами в одной из главных центральных осей стержня.

Изгиб чистый, если пропущены при отсчете силы поперечной силы



Рассмотрим элемент длиной dz в зоне чистого изгиба



① Ге сечене II-II повернутая ось отклонения φ на $d\varphi$. Верхние волокна сжимаются а нижние растягиваются. Будет и волокна не сжимаются, их совокупность - **нейтральный слой**.

Найдем деформацию волокна находящегося на расстоянии y от нейтрального слоя

$$\epsilon_z = \frac{e'D' - cD}{cD} = \% CD = dz = \rho d\varphi$$

$$e'D' = (\rho + y) d\varphi \% = \frac{(\rho + y) d\varphi - \rho d\varphi}{\rho d\varphi} = \dots = \frac{y}{\rho}$$

② σ_z

$$\sigma_z = E \epsilon_z = E \frac{y}{\rho} (*)$$

③ N_z (5) $N_z = \int_A \sigma_z dA = \int_A E \frac{y}{\rho} dA = E \frac{1}{\rho} \int_A y dA$

II вариант $\frac{F}{\rho} \neq 0$ $S_x = 0$ - ось x - главная центральная ось

$$(6) \rightarrow M_y = \int_A \sigma_z x dA = \int_A E \frac{y}{\rho} x dA = \frac{E}{\rho} \int_A x y dA = 0$$

$I_{xy} = 0$ - ось x - центральная ось

Т.о. Цунд проходит вокруг главной центральной оси x

$$M_x = \int_A \sigma_z y dA = \int_A E \frac{y}{\rho} y dA = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = \frac{E}{\rho} I_x (**)$$

(*) (***) $\rightarrow \sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y$ - где опред. напряжений при прямом изгибе

$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x}$ (***) $\frac{1}{\rho}$ - кривизна

ρ - радиус кривизны
 EI_x - жесткость при изгибе

$$\frac{1}{\rho} = \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}} \text{ в.к.}$$

т.к. перемещения считаем малыми
то y''^2 пренебрегаем, как величиной
2ого порядка малости, тогда

$$y'' \approx \frac{1}{\rho} \Rightarrow (***) \Rightarrow$$

$$\boxed{y'''' = \frac{M}{EI_x}} \quad \text{чр-е уравне балки} \quad (****)$$

часто записывают в виде $EI_x y'''' = M_x$ убавили дифференциал

$$\boxed{EI_x y'''' = q} \quad (x^5) \quad \text{чирком } \frac{d^2}{dy^2}$$

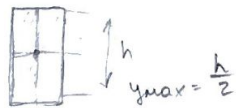
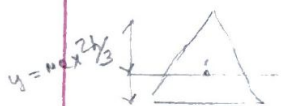
Эпюра нормальных напряжений

$$y=0 \rightarrow \sigma_z = 0$$

$$y = y_{\max} \rightarrow (*)$$

$$(*) \rightarrow \sigma_z^{\max} = \frac{M_x}{I_x} y_{\max} = \frac{M_x}{W_x}$$

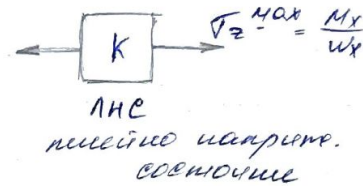
$$\boxed{W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}} \quad \text{— осевой момент сопротивления}$$



Опасная точка (отос)

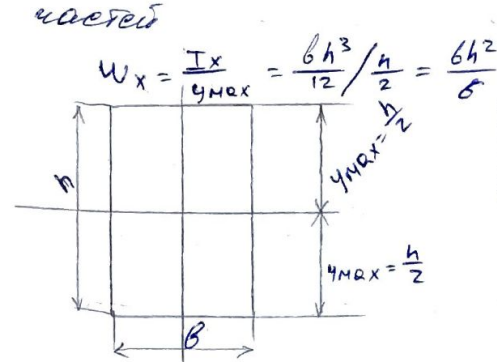
т.к. — наиболее удаленная от нейтральной
оси,

Напряженное состояние в опасной
точке

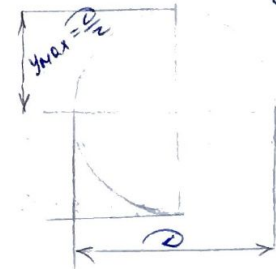


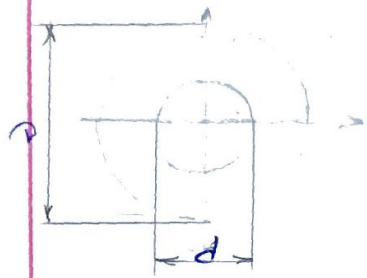
Об осевом моменте сопротивления

как полярный момент не является
интегральной характеристикой т.е суммарный
осевой момент сплошного сечения не равен
сумме его осевых моментов его составных
частей



$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{\frac{\pi D^4}{64}}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi D^3}{32}$$





$$\alpha = \frac{d}{D} < 1$$

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{\frac{\pi D^4}{64} (1 - \alpha^4)}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi D^3}{32} (1 - \alpha^4)$$

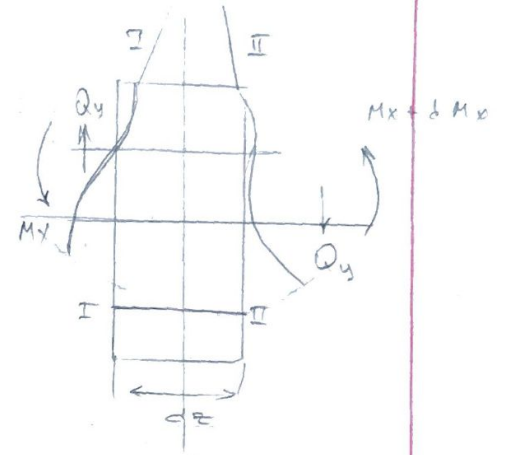
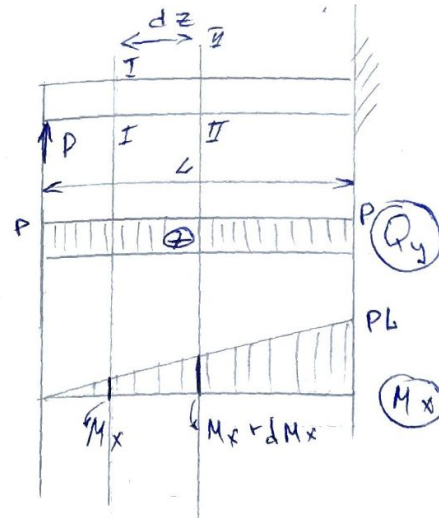
§ 6 Определение поперечных

напряжений при плоском поперечном изгибе.

Плоским попереч. изгибом - изгиб при наличии поперечной силы. Это наличие приводит к тому, что плоские сечения искажаются (нарушается гипотеза плоских сечений). Но как показывают исследования - эти изменения не велики.

Поэтому в определенных допущениях при опред. нормальных напряжений членов формула из чистого изгиба.

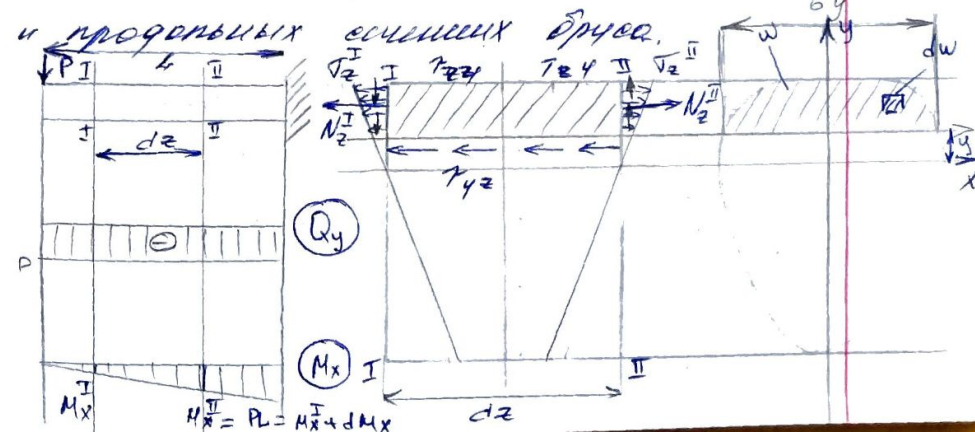
$$\sigma_z =$$



§ 7 Определение касательных

напряжений при плоском поперечном изгибе.

Наличие поперечной силы всегда приводит к появлению касат. напряжений в попереч.



Рассмотрим сечение I-I

$$M_x^I \quad \sigma_z^I = \frac{M_x^I}{I_x} y$$

$$N_z^I = \int_w \sigma_z^I dw = \int_w \frac{M_x^I}{I_x} y dw$$

сечение II-II

$$M_x^{II} = M_x^I + dM_x$$

$$\sigma_z^{II} = \frac{M_x^{II}}{I_x} y$$

$$N_z^{II} = \int_w \sigma_z^{II} dw = \int_w \frac{M_x^{II}}{I_x} y dw$$

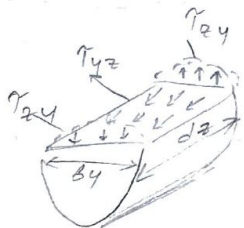
т.к. $M_x^I < M_x^{II}$, то

$$N_z^I < N_z^{II}$$

Условия равновесия

$$N_z^{II} = N_z^I + \tau_{yz} \cdot b y \cdot dz$$

площадь



$$\int_w \frac{M_x^{II}}{I_x} y dw = \int_w \frac{M_x^I}{I_x} y dw + \tau_{yz} b y dz$$

$$\int_w \frac{M_x^I + dM_x}{I_x} y dw - \int_w \frac{M_x^I}{I_x} y dw = \tau_{yz} b y dz$$

$$\int_w \frac{dM_x}{I_x} y dw = \tau_{yz} b y dz$$

$$\frac{dM_x}{I_x} \int_w y dw = \tau_{yz} b y dz$$

статический момент части

S_x^w

$$\tau_{yz} = \frac{dM_x S_x^w}{I_x \cdot b y \cdot dz}$$

$$\frac{dM_x}{dz} = Q_y \Rightarrow$$

$$\tau_{yz} = \frac{Q_y S_x^w}{I_x b y}$$

формула Журавского

Q_y - поперечная сила в сечении

S_x^w - статический момент отсеченной части от оси Ox

I_x - момент инерции всего сечения

$b y$ - ширина сечения бруса в том месте,

где определяется макс. напряжение

§ 8

Распределение касательных напряжений

по высоте поперечного сечения бруса

при изгибе.

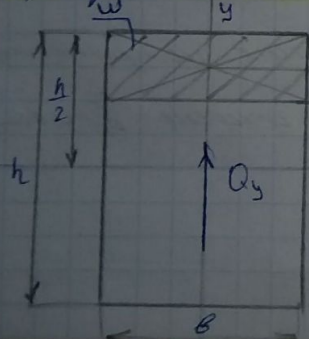
касательные напряжения в соответствии с формулой Журавского распределены по сечению неравномерно.

Найдем характер распределения для некоторого типов сечения

* Запомним сразу формулу Журавского применима также и прямоугольным сечением.

Военные других форм будут иметь распределение касательных напряжений несколько отличающееся от данного этой формулой Журавского

а) прямоугольное сечение



$$\tau_{yz} = \frac{Q_y S_x^w}{I_x \cdot b y} \quad \text{---}$$

$$S_x^w = w y_c = b \left(\frac{h}{2} - y \right) \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right) =$$

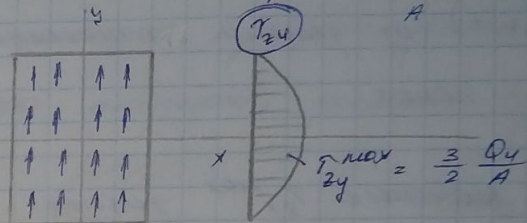
$$= \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \frac{b}{2}$$

$$y_c = y + \left(\frac{h}{2} - y \right) \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right)$$

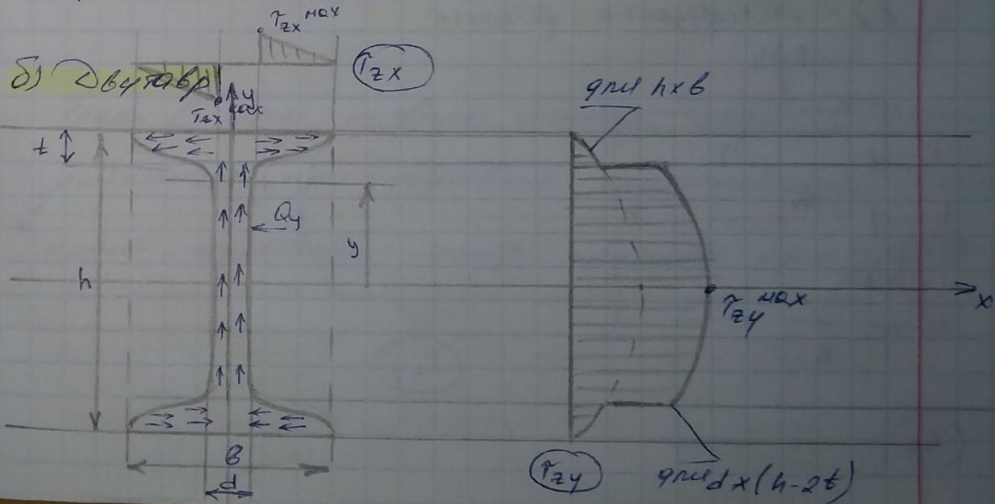
$$\text{---} \quad \tau_{yz} = \frac{Q_y \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)}{\frac{b h^3}{12} \cdot b} = \frac{3 Q_y}{8 A} \left(\frac{h}{4} - y^2 \right) \quad \text{парабола}$$

$$\text{при } y = \pm \frac{h}{2} \rightarrow \tau_{zy} = 0$$

$$\text{при } y = 0 \rightarrow \tau_{zy}^{\max} = \frac{3 Q_y}{8 A} \cdot \frac{h^2}{4} = \frac{3 Q_y}{8 A}$$



Определим и знак касательного напряжения определяем поперечной силой Q_y .



Данное сечение представлено в виде 2х прямоугольников

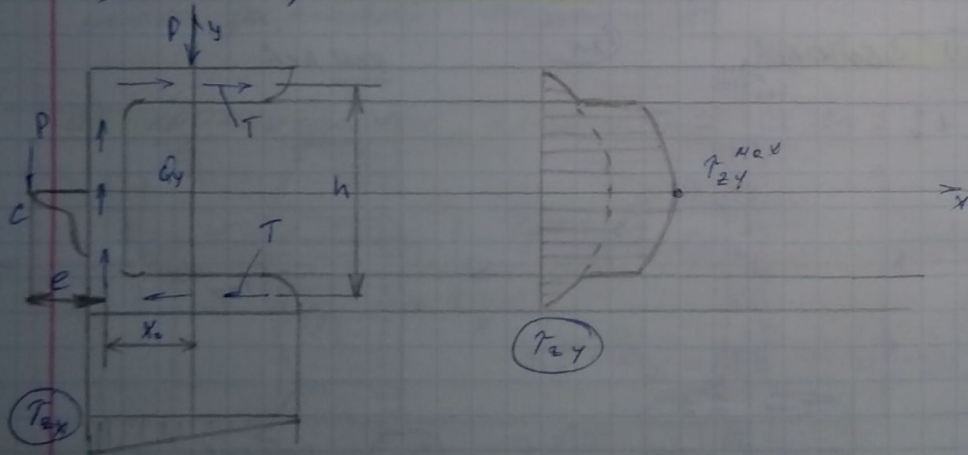
$$\tau_{zy}^{\max} = \frac{Q_y \cdot S_x^{\max}}{J_x \cdot d} = \frac{Q_y}{kd}$$

$$\frac{J_x}{S_x^{\max}} = k - \text{обобщенно } k - \text{ев. Гоев}$$

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y x}{2J_x} (h-t) \text{ из условия статического равновесия полки}$$

В реальности значение τ_{zx}^{\max} зависит от радиуса скругления, остаточных напряжений от проката.

в) Швеллерное сечение



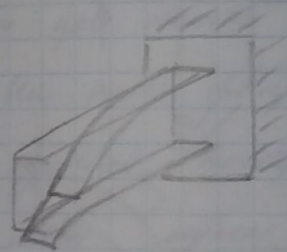
T -равномерно τ_{zx} в полках

Q_y = перерыв. сила = равною τ_{zy} в стержне

Особенностью работы швеллерного сечения является

$$M_0 = T \cdot h + Q_y \cdot x_0$$

что приводит к закручиванию сечения и выводу плоскости сечения



Сила в т.е.

$$Th + Q_y x_0 = P(e + x_0)$$

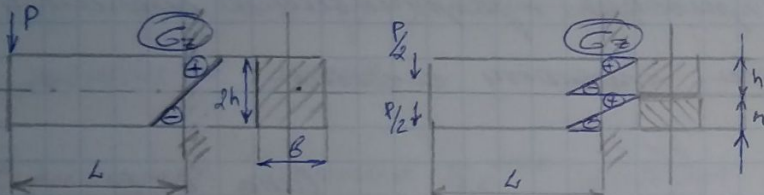
$$Th + Q_y x_0 = Pe + P x_0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow Q_y = P \rightarrow e = \frac{Th}{P}$$

Точка C через которую действует сила P (линия действия) при обкрутке скручивающей момент имеет координату - центр крутки при крутке.

§9 Роло касательных напряжений

касательное напряжение в балке - результат взаимодвижения ее элементов продольных слоев. Это можно увидеть, если рассмотреть балку из 2х слоев соединенных друг с другом.



$$1) \quad G_z^{\max} = \frac{M_x^{\max}}{W_x} = \frac{M_x^{\max} \cdot b}{64 \cdot h^2} = \frac{3}{2} \frac{M_x^{\max}}{6h^2}$$

$$2) \quad G_z^{\max 2} = \frac{\frac{1}{2} M_x^{\max}}{\frac{6h^2}{6}} = \frac{M_x^{\max} \cdot b}{28h^2} = \frac{3M_x^{\max}}{6h^2}$$

$$\frac{G_z^{\max}}{G_z^{\max 2}} = 2 \quad W_x = \frac{6(2h)^2}{6}$$

Т.е. вторая балка в 2 раза менее прочная - нормальное напряжение в ней в 2 раза больше. касат. напряже играют здесь меньшую роль.

§10 Расчеты на прочность при простейших деформациях

§10.1 Простейшие характеристики материалов.

Механические испытания материалов чтобы судить о прочности материалов под действием приложенных нагрузок, необходимо выносить, при каком уровне напряжения в нем возникает остаточная деформация и при какой нагрузке происходит разрушение. На эти вопросы можно ответить только изучив поведение материала экспериментальным путем. Проводимая испытание образцов материала на растяжение, сжатие, кручение, срез, ударную вязкость и др.

