

**§ 13. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ФУНКЦИИ
ЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ.
СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ И ДИСПЕРСИЯ «ВЫХОДНОГО» ПРОЦЕССА**

При использовании вероятностных методов в строительной механике корабля важнейшее значение имеют так называемые «выходные» процессы, которые получаются в результате преобразования «входного» процесса волнения кораблем как динамической системой.

Примерами «выходных» процессов могут служить процессы качки, волнового давления на днище, волновых моментов в сечениях корпуса и т. п.

Если динамическая система линейная, а «входные» процессы стационарны, то и «выходные» процессы будут стационарными.

Признаком линейности системы может быть то, что ее работа описывается линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами.

В отношении дифференциальных уравнений качки эти условия выполняются лишь приближенно, но с достаточной для практики точностью.

Для стационарных процессов задача преобразования может быть сведена к преобразованию лишь одной неслучайной функции — спектральной плотности.

Поскольку функции, по которым ведется спектральное разложение стационарной «входной» функции $X(t)$ представляют гармонические колебания, линейная система реагирует на них также гармоническим колебанием той же частоты, но с изменением амплитуды и фазы.

Пусть на вход системы поступает гармоническое колебание вида

$$x(t) = e^{i\omega t}.$$

Тогда реакция системы (вынужденные колебания) определится по формуле

$$y(t) = \Phi(i\omega) e^{i\omega t}, \quad (2.67)$$

где $\Phi(i\omega)$ — комплексный множитель, который может быть представлен в виде

$$\Phi(i\omega) = \alpha(\omega) + i\beta(\omega)$$

или

$$\Phi(i\omega) = |\Phi(i\omega)| e^{i\varphi(\omega)}, \quad (2.68)$$

где

$$|\Phi(i\omega)| = \sqrt{\alpha^2(\omega) + \beta^2(\omega)}, \quad (2.69)$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\beta(\omega)}{\alpha(\omega)}. \quad (2.70)$$

Функция $\Phi(i\omega)$ называется передаточной функцией системы, а ее модуль $|\Phi(i\omega)|$, определяемый формулой (2.69), — амплитудно-частотной характеристикой системы.

Функция $\varphi(\omega)$ называется фазово-частотной характеристикой системы.

Можно показать, что спектральная плотность выходного процесса для линейной системы равна произведению спектральной плотности входного процесса на квадрат амплитудно-частотной характеристики, т. е.

$$S_y(\omega) = |\Phi(i\omega)|^2 S_x(\omega). \quad (2.71)$$

Обозначая $|\Phi(i\omega)| = a_y(\omega)$, запишем выражение для дисперсии выходного процесса в виде

$$D_y = \int_0^{\infty} S_y(\omega) d\omega = \int_0^{\infty} a_y^2(\omega) S_x(\omega) d\omega. \quad (2.72)$$

Формула (2.72) является весьма важной для дальнейшего.

По смыслу приведенных выше зависимостей $a_y(\omega)$ представляет амплитуду преобразованного процесса при гармоническом воздействии с единичной амплитудой и данной частотой ω . Величина $a_y(\omega)$ может быть найдена в результате решения соответствующего дифференциального уравнения или иным путем. Так, если входным процессом является волнение, а выходным — процесс килевой качки, то $a_y(\omega)$ — амплитуда килевой качки на регулярном волнении с частотой ω при единичной полувысоте волны.

Если в качестве выходного процесса рассматривается процесс волнового изгибающего момента в данном сечении судна, то $a_y(\omega)$ — амплитуда волнового момента на регулярном волнении с частотой ω при единичной полувысоте волны.

Заметим, что в последнем случае величина $a_y(\omega)$ будет определяться интегрированием дополнительной нагрузки, действующей на корпус судна при качке на регулярном волнении.

Глава 3

МОРСКОЕ ВОЛНЕНИЕ КАК СЛУЧАЙНЫЙ ПРОЦЕСС

§ 14. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ. ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Ветровое волнение практически всегда нерегулярное.

Установившееся волнение в определенном интервале времени может рассматриваться как стационарный случайный процесс. Если волнение находится в стадии развития или затухания, то его стационарность нарушается, однако и в этом случае на протяжении ограниченных отрезков времени волнение может приближенно считаться стационарным.

Реальное волнение всегда в некоторой степени является трехмерным и может быть представлено как результат наложения большого числа плоских синусоидальных волн со случайными некоррелированными амплитудами, различными направлениями распро-

странения и случайными фазами. Каждая такая волна может быть записана в виде

$$\xi_i(\xi, \eta, t) = r_i \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda_i} (\xi \cos \theta_i + \eta \sin \theta_i) - \omega_i t + \varepsilon_i \right], \quad (3.1)$$

где r_i — случайная амплитуда; ω_i — частота волны; λ_i — длина волны; ξ и η — горизонтальные координаты; θ_i — угол между направлением распространения волны и осью ξ ; ε_i — фазовый угол.

Учет трехмерности, как будет показано в гл. 5, имеет определенное значение при определении вероятностных характеристик таких выходных процессов, как волновые моменты, и может быть произведен в рамках спектральной теории волнения.

С ростом балльности волнения эффект трехмерности уменьшается.

Если приближенно рассматривать волнение как двухмерное, то его ординаты могут быть представлены в виде

$$\xi(\xi, t) = \sum_i r_i \cos \left(\frac{2\pi\xi}{\lambda_i} - \omega_i t + \varepsilon_i \right) \quad (3.2)$$

при прежних обозначениях.

Многими исследованиями установлено, что при данном стационарном режиме волнения распределение волновых ординат практически следует нормальному закону распределения с нулевым математическим ожиданием, т. е.

$$p(\xi) = \frac{1}{\sigma_\xi \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{\xi^2}{2\sigma_\xi^2} \right], \quad (3.3)$$

где $p(\xi)$ — плотность вероятности распределения ординат волнения ξ ; $\sigma_\xi = \sqrt{D_\xi}$ — стандарт ординат волнения; D_ξ — дисперсия волновых ординат.

К настоящему времени накоплен значительный экспериментальный материал, относящийся к распределению амплитуд и высот волн. Эксперименты показывают, что краткосрочное распределение амплитуд и высот волн (для записи в течение 20—30 мин) достаточно удовлетворительно согласуется с законом Рэлея¹

$$p(r) = \frac{r}{\sigma_\xi^2} \exp \left(-\frac{r^2}{2\sigma_\xi^2} \right), \quad r > 0. \quad (3.4)$$

Вводя обозначение

$$2\sigma_\xi^2 = E, \quad (3.5)$$

запишем (3.4) в виде

$$p(r) = \frac{2r}{E} \exp \left(-\frac{r^2}{E} \right). \quad (3.6)$$

¹ Теоретически распределение Рэлея справедливо лишь для волнения с узким спектром, см. § 9.

Величина E , равная удвоенной дисперсии процесса, представляет среднюю из квадратов величин r . То обстоятельство, что в данном режиме волнения распределение амплитуд и высот подчинено закону Рэлея, позволяет легко связать высоты волн определенной обеспеченности с дисперсией волновых ординат.

Вероятность превышения (обеспеченность) амплитудой волны выбранной величины r_0 на основании формулы (2.21) будет

$$Q(r_0) = P(r > r_0) = \exp \left(-\frac{r_0^2}{2\sigma_\xi^2} \right). \quad (3.7)$$

Логарифмируя (3.7), можно получить

$$r_{k\%} = \sigma_\xi \sqrt{-2 \ln \frac{k}{100}}, \quad (3.8)$$

где k — величина обеспеченности, %.

Соответственно, для высот волн получим

$$h_{k\%} = 2r_{k\%} = 2\sigma_\xi \sqrt{-2 \ln \frac{k}{100}}. \quad (3.9)$$

В отечественной практике для характеристики балльности волнения используется высота волны с обеспеченностью 3%.

На основании зависимости (3.9) получим

$$h_{3\%} = 5,27\sigma_\xi = 3,74\sqrt{E}. \quad (3.10)$$

Из (3.10) вытекает следующая связь между дисперсией волновых ординат и высотой волны $h_{3\%}$

$$D_\xi = \sigma_\xi^2 = 0,143 \left(\frac{h_{3\%}}{2} \right)^2. \quad (3.11)$$

В зарубежной литературе для характеристики волнения используются «значительная высота волны» и «максимальная высота волны». Под «значительной высотой волны» (significant wave height) понимается средняя из одной трети наибольших высот волн, а «максимальной» называется средняя из одной десятой наибольших высот. Эти величины, обозначаемые соответственно $h_{1/3}$ и $h_{1/10}$, будут:

$$\begin{aligned} h_{1/3} &= 4,00\sigma_\xi = 2,83\sqrt{E}, \\ h_{1/10} &= 5,10\sigma_\xi = 3,60\sqrt{E}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

По имеющимся в материалах международных конгрессов по прочности и конструкции судов [135, 136] данным, «значительная высота волны» $h_{1/3}$ близка к визуально наблюдаемой высоте волн.

Принятая в СССР шкала балльности волнения приводится в табл. 3.1.

Большое практическое значение имеет изучение повторяемости волнения различной балльности, которая, естественно, зависит от многих факторов и в первую очередь от рассматриваемого района Мирового океана

По многим районам такие данные приводятся как в отечественной литературе [97], так и в материалах международных конгрессов [135, 136, 137] и др.

Следует, однако, заметить, что законы распределения, или плотность вероятности $p(h_{3\%})$, в области самой высокой балльности изучены недостаточно и требуется дальнейшее накопление экспериментальных данных.

Таблица 3.1

Шкала балльности волнения ГУГМС СССР 1953 г.

Степень волнения, баллы	Характеристика волнения	Высота волны $h_{3\%}$, м
0	Отсутствует	0
I	Слабое	0—0,25
II	Умеренное	0,25—0,75
III	Значительное	0,75—1,25
IV	»	1,25—2,0
V	Сильное	2,0—3,5
VI	»	3,5—6,0
VII	Очень сильное	6,0—8,5
VIII	»	8,5—11,0
IX	Исключительное	$\geq 11,0$

Согласно данным Норденстрема [132], характерные высоты волн ($h_{1\%}$ или $h_{3\%}$) за длительный период можно считать распределенными по закону Вейбулла. По этому закону обеспеченность, т. е. вероятность превышения высотой волн $h_{3\%}$ определенной величины h_0 , записывается в виде

$$Q(h_{3\%} > h_0) = \exp \left[- \left(\frac{h_0}{a} \right)^k \right], \quad (3.13)$$

где a и k — параметры распределения, которые можно установить по экспериментальным данным. По Норденстрему закон Вейбулла подходит также и для распределения индивидуальных высот волн за длительный период времени.

§ 15. СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ ВОЛНЕНИЯ

Общая характеристика волновых спектров

Для определения вероятностных характеристик выходных процессов большое значение имеет спектральная плотность волнения, показывающая распределение дисперсий по частотам волн ω .

Трехмерное волнение характеризуется двумерным волновым спектром $S_{\zeta}(\omega, \theta)$, где θ — угол между направлением распределения составляющей и основным направлением волнения.

Двумерное волнение характеризуется одномерным спектром $S_{\zeta}(\omega)$.

Дисперсия волновых ординат D_{ζ} выражается через спектральную плотность зависимостью

$$D_{\zeta} = \int_0^{\infty} S_{\zeta}(\omega) d\omega. \quad (3.14)$$

Естественно, что спектральная плотность волнения зависит от балльности, условий волнообразования, степени развитости волнения и многих других факторов.

Спектр волнения может быть получен экспериментально, для чего необходимо:

- 1) записать волнографом в фиксированной точке процесс изменения уровня воды $\zeta(t)$;
- 2) построить по полученной реализации корреляционную функцию процесса $K_{\zeta}(t)$;
- 3) используя зависимость (2.49), получить $S_{\zeta}(\omega)$. Применяют и другие методы получения экспериментальных спектров.

Наиболее важными с точки зрения определения вероятностных характеристик волновых моментов являются такие характеристики спектров, как общая площадь, ограниченная спектром (дисперсия волновых ординат), положение максимума спектра на оси частот и форма спектра.

Можно показать, что спектральная плотность волнения характеризует распределение энергии волн по частотам и дисперсия D_{ζ} пропорциональна общей энергии. Поэтому спектральную плотность волнения часто называют энергетическим спектром.

Многими исследователями были предложены различные формулы для спектральной плотности волнения [25].

Наиболее общей формой представления спектральной плотности является выражение вида

$$S_{\zeta}(\omega) = A\omega^{-a}e^{-B\omega^{-b}}, \quad (3.15)$$

где A , B , a и b — некоторые параметры, зависящие от условий волнообразования [26].

Выражению (3.15) соответствует частота максимума спектра, определяемая формулой

$$\omega_1 = B^{\frac{1}{b}} \sqrt{\frac{b}{a}}. \quad (3.16)$$

Момент спектра k -го порядка определяется зависимостью

$$m_k = \int_0^{\infty} \omega^k S_{\zeta}(\omega) d\omega. \quad (3.17)$$

Шириной спектра ε называют параметр

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}}, \quad (3.18)$$

где m_0 , m_2 , m_4 — моменты спектра соответственно нулевого, второго и четвертого порядков ($m_0 = D_{\zeta}$).

Величина ε заключена в пределах $0 \leq \varepsilon \leq 1$; в случае, когда ε близко к нулю, спектральная плотность сосредоточена вблизи некоторой частоты ω_0 .

Анализ показывает, что ширина спектра влияет на характер распределения амплитуд и высот волн. При ширине $\varepsilon > 0,5-0,6$ можно получить заметные отклонения от закона распределения Рэлея. В этом случае зависимость (3.11) становится не совсем правильной и может быть рекомендована формула [38]

$$D_{\xi} = k(\varepsilon) \left(\frac{h_{3\%}}{2} \right)^2. \quad (3.19)$$

Некоторые значения коэффициента $k(\varepsilon)$ приводятся ниже:

ε	0	0,4	0,6	0,8
$k(\varepsilon)$	0,143	0,146	0,162	0,203

Большое значение для характеристики спектра волнения имеет средний период волнения, у которого, однако, нет однозначного определения.

По Пирсону [25] в качестве среднего периода волнения принимается величина

$$\bar{T} = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}}. \quad (3.20)$$

Используется также значение среднего периода T_v , определяемое по первому моменту спектра

$$T_v = 2\pi \frac{m_0}{m_1}. \quad (3.21)$$

Нетрудно видеть, что частота ω_{cp} , соответствующая периоду T_v , определяет положение центра тяжести площади спектра по оси частот.

По имеющимся данным, обобщенным в материалах международных конгрессов [136, 137], период T_v близок к визуально наблюдаемому среднему периоду волнения.

Между периодами \bar{T} и T_v существует соотношение $T_v = (1,07 \div 1,13) \bar{T}$.

А. И. Вознесенским и Ю. А. Нецветаевым в работе [26] было показано, что целесообразно использовать так называемую нормированную запись спектральной плотности волнения в безразмерной форме

$$\bar{S}_{\xi}(\bar{\omega}) = \frac{S_{\xi}(\omega) \omega_{cp}}{D_{\xi}}, \quad (3.22)$$

где $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_1}$ — относительная частота.

Запись спектра в виде (3.22) уменьшает число варьируемых параметров, которые зависят от условия волнообразования.

Имеющиеся данные по волновым спектрам

Для спектральной плотности волнения были предложены различные формулы. Среди них можно отметить: спектр Неймана для полностью развитого волнения, ординаты которого зависят от скорости ветра v , спектр Ролла и Фишера, спектр Бретшнайдера и др.

В отечественных исследованиях нашли широкое использование спектры, полученные путем аппроксимации эмпирических корреляционных функций волнения с последующим преобразованием по

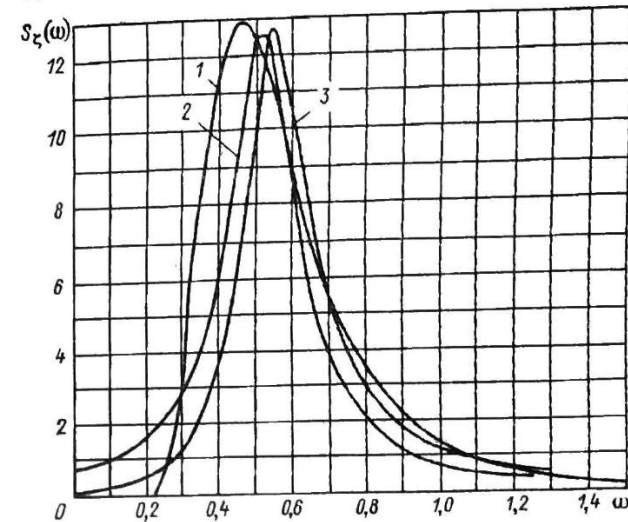


Рис. 3.1. Сопоставление различных спектров при $h_{3\%} = 11$ м.

1 — спектр Неймана; 2 — спектр Рахманина; 3 — спектр Фирсова.

(2.49). Среди них можно отметить спектры Н. Н. Рахманина [84] и Г. А. Фирсова [105]. Предложенные различными авторами спектры в конкретных условиях волнения не являются тождественными. В качестве примера на рис. 3.1 сопоставлены спектры Неймана, Рахманина и Фирсова при $h_{3\%} = 11$ м. При использовании волновых спектров, предложенных разными авторами, вероятностные характеристики выходных процессов получаются различными.

На II Международном конгрессе по конструкции и прочности судов в Дельфте (1964 г.) в целях унификации результатов вероятностной оценки внешних сил было рекомендовано использование спектра, построенного на базе предложений американских ученых Пирсона и Московитца [135]. Запись этого спектра, выраженная через $h_{3\%}$, имеет вид

$$S_{\xi}(\omega) = 98,2 h_{3\%}^2 T_v (T_v \omega)^{-5} \exp \left[-\frac{686}{(T_v \omega)^4} \right] \text{ м}^2 \cdot \text{с}, \quad (3.23)$$

где T_v — средний период, определяемый формулой (3.21).

Частота, соответствующая максимуму спектра,

$$\omega_1 = 0,75 \frac{2\pi}{T_v} = 0,75 \omega_{\text{ср}} \quad (3.24)$$

Записи спектра в виде (3.23) соответствует пропорциональность высоты волны $h_{3\%}$ квадрату скорости ветра

$$h_{3\%} = 2,82 \cdot 10^{-2} v^2,$$

где $h_{3\%}$ в м, v в м/с.

Спектр II конгресса (3.23), приведенный к безразмерному нормированному виду, несколько отличному от (3.22), имеет вид

$$\bar{S}_{\xi}(\bar{\omega}) = \frac{S_{\xi}(\omega)}{h_{3\%}^2 T_v} = 0,01 \bar{\omega}^{-5} \exp(-0,44 \bar{\omega}^{-4}), \quad (3.25)$$

где

$$\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_{\text{ср}}} \quad (3.26)$$

График функции $\bar{S}_{\xi}(\bar{\omega})$ приведен на рис. 3.2.

Для практического использования спектра (3.23) необходимо располагать данными о связи между балльностью волнения ($h_{3\%}$) и значениями средних периодов T_v . Как уже отмечалось, в среднем с ростом балльности волнения значения периодов возрастают, что

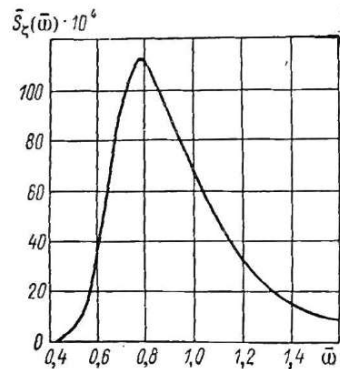


Рис. 3.2. Нормированное представление спектра.

соответствует смещению максимума спектральной плотности в сторону малых частот или большой длины волн. Однако при данной балльности волнения период T_v в зависимости от условий волнообразования и других факторов может принимать весьма различные значения, т. е. является случайным параметром. Поэтому можно говорить о некотором законе распределения периодов T_v при данной балльности.

В дальнейшем мы будем использовать условную плотность вероятности средних периодов T_v при данной величине $h_{3\%}$

$$p(T_v/h_{3\%}).$$

Большое значение для вероятностной оценки волновых моментов имеет зависимость средних значений периодов T_v (т. е. их математического ожидания \bar{T}_v) от балльности волнения.

В ряде отечественных работ [13], [46] используется зависимость

$$\bar{T}_v = k h_{3\%}^m, \quad (3.27)$$

где k — численный коэффициент; $m = 0,4 \div 0,5$.

Однако приведенные в материалах международных конгрессов 1964 и 1967 гг. данные свидетельствуют о том, что в области высокой

балльности волнения ($h_{3\%} > 10 \div 11$ м) зависимость (3.27) приводит к преувеличению значений \bar{T}_v .

Указанный выше спектр относится к развитому волнению, когда данному значению характерной высоты волны (например, $h_{3\%}$) соответствует определенная дисперсия волновых ординат D_{ξ} , представляющая площадь, ограниченную спектром. Однако для того, чтобы волнение данной балльности можно было считать развитым, необходима определенная продолжительность действия ветра и его разгон [25].

Очевидно, волнение развивается от волн малой длины (большой частоты) к волнам большой длины. При ограниченной продолжительности действия ветра, недостаточной для полного развития волнения данной балльности, или недостаточном разгоне может оказаться, что в составе волнового спектра будут отсутствовать ординаты, соответствующие большой длине волн — малой частоте (рис. 3.3). Это обстоятельство имеет значение при практическом использовании волновых спектров для получения вероятностных характеристик волновых нагрузок (см. § 28).

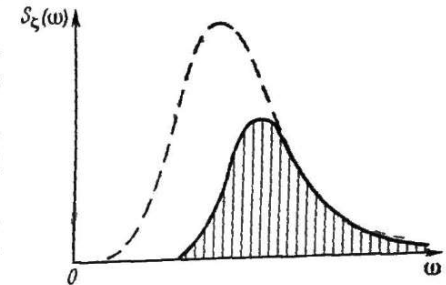


Рис. 3.3. Спектры полностью и не полностью развитого волнения данной балльности.

Спектральная плотность трехмерного волнения

При учете трехмерности считается, что дисперсия волнения распределена не только по частотам составляющих волн, но и по углу распространения отдельных составляющих.

Для учета трехмерности II Международным конгрессом по конструкции корпуса судов было рекомендовано определять распределение энергии волнения по различным направлениям в соответствии с зависимостью

$$\left. \begin{aligned} S_{\xi_0}(\omega, \theta) &= S_{\xi}(\omega) F(\theta) \quad \text{при} \quad -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, \\ S_{\xi_0}(\omega, \theta) &= 0 \quad \text{при других } \theta, \end{aligned} \right\} \quad (3.28)$$

где $S_{\xi}(\omega)$ — волновой спектр, приведенный к одномерному; $F(\theta)$ — функция, которая по различным предложениям имеет вид

$$\left. \begin{aligned} F(\theta) &= \frac{2}{\pi} \cos^2 \theta, \\ F(\theta) &= \frac{1}{2} \cos \theta, \\ F(\theta) &= \frac{8}{3\pi} \cos^4 \theta. \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

По смыслу одномерный спектр $S_{\zeta}(\omega)$ получается в результате интегрирования двумерного спектра по углу θ , поэтому

$$S_{\zeta}(\omega) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} S_{\zeta\theta}(\omega, \theta) d\theta. \quad (3.30)$$

Из (3.30) следует, что

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} F(\theta) d\theta = 1.$$

На IV конгрессе в Токио (1970 г.) было рекомендовано для использования как предпочтительное выражение

$$F(\theta) = \frac{8}{3\pi} \cos^4 \theta.$$

§ 16. НЕКОТОРЫЕ ДАННЫЕ О ХАРАКТЕРИСТИКАХ ВОЛНЕНИЯ В РАЗЛИЧНЫХ МОРСКИХ РАЙОНАХ

Для вероятностной оценки внешних сил, действующих на корпус судов, необходимо располагать информацией о статистических характеристиках волнения. Наибольшее практическое значение имеют данные о повторяемости волнения различной балльности по разным районам, о зависимости средних периодов от балльности, о распределении периодов при данной балльности.

К настоящему времени накоплен большой статистический материал, получаемый как специальными станциями, расположенными в различных районах Мирового океана, так и при помощи судов, проводящих океанографические наблюдения.

Известно, что повторяемость штормовых условий для данного района зависит от времени года; имеющиеся результаты свидетельствуют о существенной межгодовой изменчивости статистических данных по волнению. Так, по сведениям И. Н. Давидана¹ вероятность превышения высоты волны $h_{3\%} > 10$ м, осредненная по всем станциям погоды в Северной Атлантике, составляет по годам (%):

1956	1957	1958	1959	1960	1961	1962	1963	1964
0,4	0,5	0,6	1,0	0,5	0,7	0,7	0,8	0,3

Как видно, повторяемость волнения высокой балльности весьма мала.

¹ И. Н. Д а в и д а н. Применение вероятностных методов для анализа режима волнения на примере северной части Атлантического океана. — Труды ГОИН, 1967, вып. 91; Вероятностные характеристики волнения, методы их анализа и расчета. — Труды ГОИН, 1971, вып. 97.

В табл. 3.2 приведены данные о повторяемости определенных сочетаний высоты волн $h_{3\%}$ и средних периодов T_v для одного из районов Северной Атлантики по материалам II конгресса 1964 г. [135].

Таблица 3.2

Повторяемость волнения с различными характеристиками в Северной Атлантике (широты 50–60°), %

T_v, c	$h_{3\%}, м$						Σ
	<2,0	>2,0–4,0	>4,0–6,0	>6,0–8,0	>8,8–10,6	>10,6	
<7,0	20,6	25,8	5,5	1,1	0,5	0,1	53,6
7–9	1,5	11,8	6,9	2,0	0,9	0,4	23,5
9–11	0,5	4,0	4,5	1,8	1,0	0,5	12,3
11–13	0,2	1,1	2,0	0,9	0,6	0,4	5,2
13–15	0,1	0,3	0,6	0,3	0,3	0,2	1,8
>15	0,4	0,2	0,2	0,2	0,1	0,2	1,3
Всего	23,3	43,2	19,7	6,3	3,4	1,8	97,7*

* Тихо — 2,3%.

Данные, приведенные в табл. 3.2, позволяют проследить зависимость средних значений периодов T_v (\bar{T}_v) от балльности и распределение периодов при данной балльности.

Выше уже отмечалось, что хотя с ростом балльности волнения средние значения периодов возрастают, зависимость типа (3.27) завышает значения \bar{T}_v в области экстремальной балльности.

Таблица 3.3

Зависимость средних значений периодов T_v (\bar{T}_v) от балльности по различным данным

№ шт.	Исходные данные	$h_{3\%}, м$						
		5,0	7,0	9,0	11,0	13,0	15,0	17,0
1	$\bar{T}_v = 3,3h_{3\%}^{0,5}$	7,4	8,7	9,9	10,9	11,9	12,8	13,6
2	$\bar{T}_v = 4h_{3\%}^{0,4}$	7,6	8,7	9,6	10,4	11,2	11,8	12,2
3	Данные Вальдена [136]	7,4	8,4	9,3	10,1	10,8	—	—
4	* II конгресса	8,0	9,0	9,4	9,6	10,0*	—	—
5	Вариант расчетной зависимости	7,1	8,7	9,9	10,9	11,4	11,6	11,8

* По данным III конгресса [136]

Таблица 3.4

Зависимость $p(h_{3\%})$ и $Q(h_{3\%})$ для Северной Атлантики (широты 50–60°, экстраполяция)

$h_{3\%}$, м	$p(h_{3\%})$	$Q(h_{3\%})$	$h_{3\%}$, м	$p(h_{3\%})$	$Q(h_{3\%})$
5	0,071	$15,6 \cdot 10^{-2}$	13	0,002	$3,1 \cdot 10^{-3}$
7	0,023	$6,2 \cdot 10^{-2}$	15	0,0005	$6 \cdot 10^{-4}$
9	0,010	$2,9 \cdot 10^{-2}$	17	0,00005	$5 \cdot 10^{-5}$
11	0,007	$1,2 \cdot 10^{-2}$	19	0	0

В табл. 3.3 сопоставляются зависимости $\bar{T}_v(h_{3\%})$ по формуле (3.27) в двух вариантах: $k = 3,3$; $m = 0,5$ и $k = 4,0$; $m = 0,4$, а также по данным Вальдена, сообщенным в дискуссии на III конгрессе (1967 г.). В этой же таблице приведены данные II конгресса [135] для одной из областей Северной Атлантики, показывающие что в области высокой балльности градиент возрастания периодов резко падает.

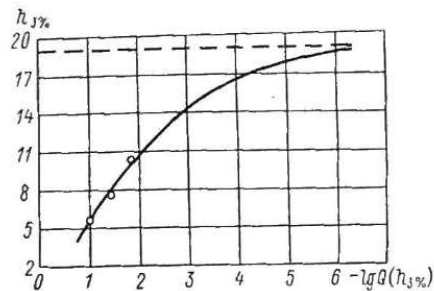


Рис. 3.4. Расчетная экстраполяционная зависимость $h_{3\%}(-\lg Q)$.

С учетом имеющихся результатов в качестве возможного варианта зависимости может быть предложена приведенная в последней строке табл. 3.3. Для оценки экстремальных значений волновых нагрузок имеет значение не только общая величина вероятности превышения высоких значений $h_{3\%}$, но и фактический характер плотности вероятности $p(h_{3\%})$ в асимптотической области до практически возможного значения $h_{3\% \max}$. Поскольку таких сколько-нибудь подробных данных нет, приходится задаваться соответствующими зависимостями путем экстраполяции; в частности, можно использовать закон Вейбулла. Одна из форм экстраполяции при $h_{3\% \max} = 19,0$ м для района Северной Атлантики (широты 50–60°) представлена в табл. 3.4. Зависимость $h_{3\%}(-\lg Q)$ по данным табл. 3.4 приведена на рис. 3.4. Там же точками показаны результаты наблюдений для этого района.

Уточнение статических закономерностей волнения, в особенности в зоне высокой балльности, крайне необходимо и в этом направлении ведутся значительные работы¹.

¹ См. материалы IV конгресса 1970 г. [137]. Интересные сведения содержатся в статье D garer and S quire. Waves at ocean weather ship Station «India», TRINA, 1967, v. 109.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ИЗГИБАЮЩИЕ МОМЕНТЫ И ДРУГИЕ ВОЛНОВЫЕ НАГРУЗКИ НА РЕГУЛЯРНОМ ВОЛНЕНИИ

§ 17. ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Для вероятностной оценки волновых нагрузок (волновых изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях, крутящих моментов, волновых давлений, а также суммарных напряжений в связях корпуса от различных усилий) на реальном нерегулярном волнении в качестве промежуточного этапа необходимо знание соответствующих амплитудно-частотных характеристик (см. § 13). Напомним, например, что амплитудно-частотная характеристика волнового момента представляет зависимость амплитуды волнового момента в данном сечении корпуса от частоты волны при единичной полувысоте волны. Следовательно, для ее получения необходимо найти амплитуду волнового момента на регулярном волнении при данной длине волны, т. е. данной частоте.

В настоящее время наиболее изучены амплитудно-частотные характеристики волновых моментов, действующих в вертикальной плоскости судна, которые имеют наибольшее значение для оценки общей прочности корпуса.

В данной главе указанным волновым моментам уделено основное внимание. Рассмотрены также приближенные способы определения горизонтальных изгибающих моментов, крутящих моментов и волновых давлений. Амплитуды волновых моментов определяют двумя способами: 1) теоретически при качке на регулярном волнении; 2) при помощи экспериментальных замеров на моделях в бассейне, где можно создать регулярное волнение.

Современная теория продольной качки, основоположником которой по праву считается А. Н. Крылов, была развита в работах Г. Е. Павленко, П. Ф. Папковича, М. Д. Хаскинда и др.

За последние 10–15 лет теория продольной качки на регулярном волнении получила дальнейшее существенное развитие как в отношении уточнения компонентов нагрузок и вида уравнений качки при ходе судна, так и в определении коэффициентов демпфирования, присоединенных масс, возмущающих усилий и т. д. В настоящем курсе мы подробно не останавливаемся на этом, а отсылаем читателя к учебникам и монографиям по качке судов [6, 17, 93]. Современная линейная теория продольной качки позволяет получить удовлетворительно согласующиеся с экспериментом величины параметров качки и волновых моментов на регулярном волнении.

В настоящее время оба указанных выше способа определения волновых моментов — теоретический и экспериментальный — широко используются и взаимно обогащают друг друга.

Анализ волновых моментов при качке на регулярном волнении показывает, что метод статической постановки на волну (см. § 7),