

Динамическая устойчивость мех. систем.

Волошин В.В. Дин. уст-ть упругих систем (572) 04.09.19,
sapro.npener.ru

Шингут Г. Гармонические колебания (782)

Вальшер : Уст-ть геор-мат систем ; Оболочки
в потоке шиф. и газа (задачи о циркуляр-ти,
аэроупр-сти) ; Уст-ть динамича машины
и оболочек

Филипов А.Ф. Колебания геор-мат систем

Аэроупругость Биспаннхорд Р.А., Гинн Х.,
Хаморлен Р.А. (582)

Фокс Я.Ч. Введение в теорию аэроупругости (592)

Шклярчук Ф.К. Аэроупругость самолёта (852);

Колебания и аэроупругость ЛА (812)

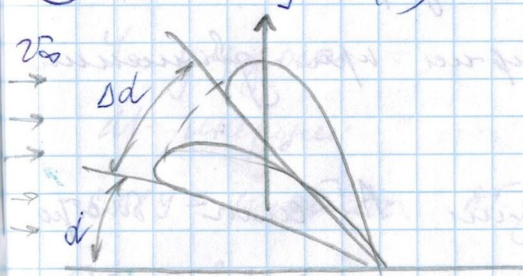
Арзамашков М.С., Садекова Г.С. Аэродинамика ЛА
(832)

Менютерне вопросы астроидроуир-ти ч
динамика. уст-сти

Обычная постановка задач строит. мех-ки
состоит в том, что внеш. нагрузка
считается задан., а все другие эффекты
(перемещ-я, σ , ϵ) зависят от нагрузки, но
сами на неё не влияют. Такого типа
задачи наз-ся массов-ми. В обычной
массе задач, где ком. характерно взаим.
влияние внеш. нагрузок и перемещ-ий,
т.е. задач, в ком. нагрузка изменяет-ся
в зависимости от ϵ , констр-ши. Такие
нагрузки "следят" за измен-ем формы
и положения системы — это немассов.
задачи СМК.

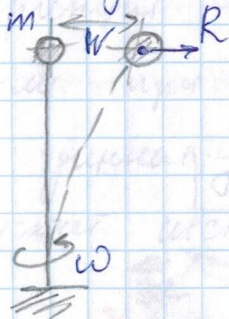
Астроидроуир-ть — нагрузка, из-за влияния
атмосферных сил на КАС уир-х констр-ши.

① $\bar{y} = f(d)$



Т.к. кромка имеет конечную жест-ть на кручение, то под действием силы, вызывающей закруч-е кромки на ΔL приводит к увелич. подвешенной силы \bar{Y} на $\Delta \bar{Y}$, что изменяет (*) угол атаки, т.е. безынженерно наше «скор-ти» движение, при этом произойдет разрушение кромки либо в след-е трещин-х E_{cr} либо в след-е потери жест-ти кромки при кручении.

② $R = m \cdot \omega^2 \cdot W$



В этих заданных величинах сила центр-на до тех пор, пока не сир-на упр. E_{cr} , т.е. E_{cr} .

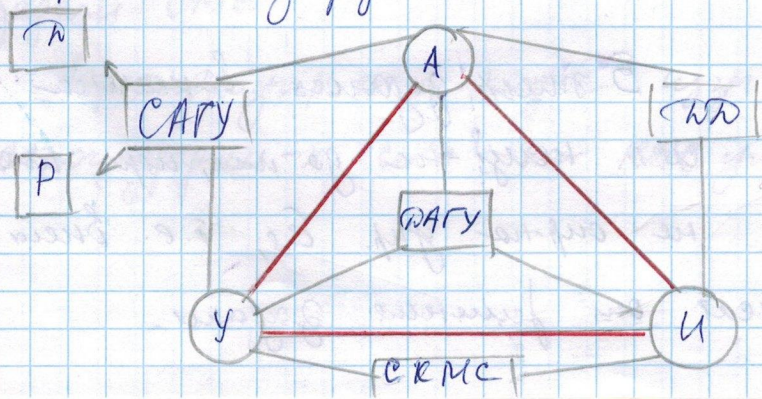
сила зависит от жесткости заданной.

Орбиты из м. задан АТ упр-ти едн-ст
 задача уст-ти концентрации при движении
 ее в постоке.

Т.к. при задан. концентрации АТ. сила давяро
 ↑ с ростом скорости постока, а темп-та
 кон-ции от этой сфер. не зависит, то
 может ∃ некот. критич. сфер. $v_2 = v_{кр}$, при
 кот. констр-я становится неустойчивой. Такая
 неуст-та м. привести к разрушению.

Типы задач АТ упр-ности

Совокупность едн-ств АТ упр-ти наглядно иллюстр-т
 схема Коллара — Δ АТ сил. Она отражает
 взаимное взаимодей-е АТ сил с силами
 инерции и упр-ности



A - АГ сила

У - упряжести

АГ - инерция

САГУ - статик. АГ упр-ть

Д - дивергенция

Р - ребра органов управления

СКС - своб. колебание мех. систем

ДД - динамика движения

ДАГУ - динамика АГ упр-ть

САГУ : 1) Флаптер

2) Бафтинг

3) Прочие ^{АГУ} зар-ные функции. уст-ты

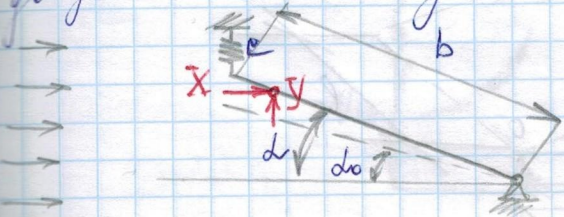
Явление САГУ. Дивергенция

Дивергенция - явление статич. неуст-ти

воз-ит при воздейств. АГ сил.

Т.к. жесткая рама явл-ся статичес-ой,

допускает исп-е уст-ти по Гиберу.



c - жесткость

$S = b \cdot l$ (мощ. жест.)

l - длина

Из курса АГН известно, что при дозвуковых скоростях $v \in 0,6 \div 0,7$ $v \ll c$ подъемная сила будет $F = C_y \rho \frac{v^2}{2} S$

ρ - плотность среды (воздуха)

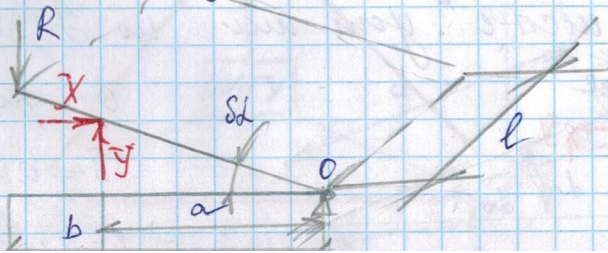
C_y - коэф. подъемной силы

Для малых α , $C_y = m \cdot \alpha$, где $m = \frac{dC_y}{d\alpha}$ - угол наклона кривой подъемной силы

Если угол α мал, то угол $m = \frac{\pi}{4}$ (т.е. $\alpha \ll 1$)

Будем считать, что кевлариз. будет экв.-ср. призм. положение мастиля $d=0$

Полное состояние м. окажется кевлар-близ при достаточно большой скорости потока. Выясним при каких усл-ях возможно равновесие мастиля в положении, отмеченном на кевлар. малом углу.



$$\sum M_0 = 0 \quad (R - \text{радиус мастиль})$$

Внеш-е маломом $< L$ момент от
 ствол X унит-то не будет.

$$R \cdot b = Y \cdot a$$

$$R = c \cdot b \cdot \delta d \cdot l$$

$$Y = C_y \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \cdot S$$

$$C_y = m \cdot d = \frac{dC_y}{dd} \delta d$$

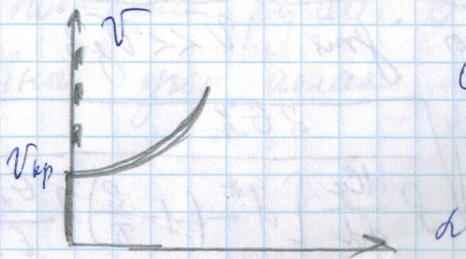
$$Rb - Ya = 0$$

$$\delta d \cdot b^2 l \left(c - \frac{a}{b} \rho \frac{v^2}{2} \cdot \frac{dC_y}{dd} \right) = 0$$

$$\delta d \neq 0 \Rightarrow () = 0$$

$$v_{кр} = \sqrt{\frac{2cb}{\rho a \cdot \frac{dC_y}{dd}}} \quad - \text{ скор-ть закрутки}$$

При $v > v_{кр}$ гориз. положение мастиль
 будет неуст-ым и при повороте системы
 снарь уйдет ладно отклонения δd она
 будет уходить от положения равновесия



Вел. уст-ть
 стержня

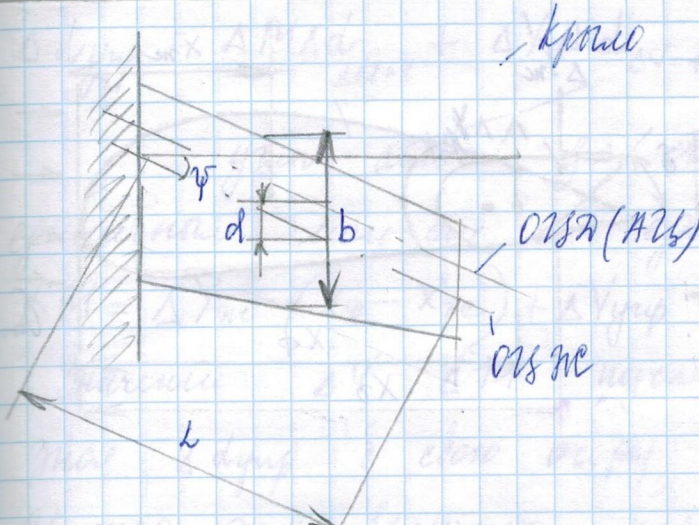
Подготовка симуляции концы уст-ти может
 безликув при отклонении кромки
 самолета нект. конечной част-ти
 на сгущивание. Теория гудерманна
 развита в конце 20х и 20 века
 учеными Рейснером, и Фрейзером и
 Дунканом. Гудер-я кромка адмась к
 тому времени пришлои кромка кама-
 сформир аварии. Скорость d/v резко
 достигается в реальных уст-х, т.к. при
 профес при достаточной величии $\alpha < \alpha_{кр}$
 скор-ех кромкофи положила констру-ии
 ш-ра конечных, но достаточной величии ϵ
 или всегд-е адм-я орламтера $\alpha_{кр.ор}$
 $\alpha_{кр.гуд.}$

18.09.19.

Гудерманна кромки

Вывод ор-сов $\alpha_{кр}$ $V \ll V_{гуд}$

$$V_{гуд} = \frac{\pi}{5} \sqrt{\frac{2 G J_k}{\rho \frac{dG}{dd} \left[d^* - \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \lambda \frac{G J_k}{E J} \mu \chi \right] \cos \varphi}}$$



$$d^* = \frac{d}{b}$$

$$R = \frac{L}{b \cos \psi}$$

ψ - угол отклонения

ось X - ось центров тяжести (аэродинамический центр)

ось Y - .. тяжести

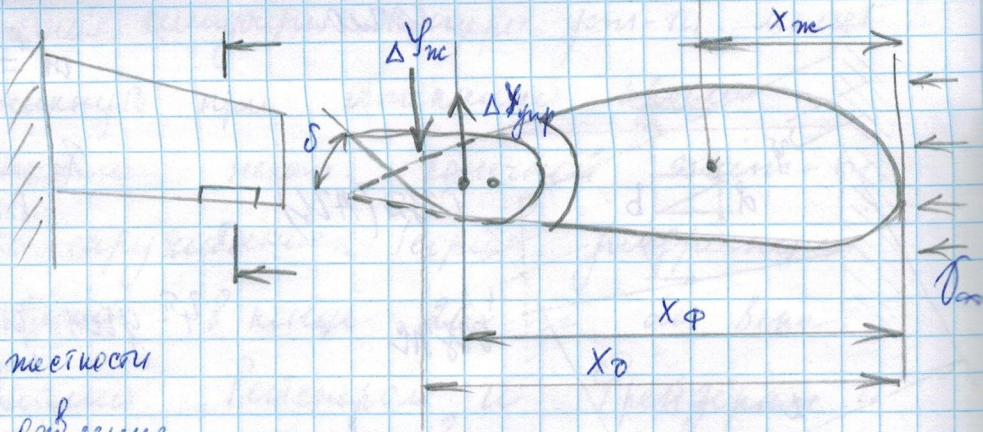
d - отношение рас-е и. ось X и ось Y.

S - площадь обеих консолей кромки

Вышение или т-в конструкции ПА на зор-бную флеров и оперения.

(объемные резервы системы органов управления)

При отклонении пел или иной рулевой поверхности происходит изменение аэродинамических нагрузок и возникает тормозная поверхность рулей. В результате этого возникает зор-бный угол атаке кромки или оперения.



x_m - расстояние

ρ - радиус

f - фокуса

В результате этого отклонения создается приращение подвешенной силы ΔY_m , кот.

δ предположимею абс-ой точ-ти терена будет.

$$\Delta Y_m = \frac{dY}{d\rho} \delta \rho \frac{v^2}{2} S$$

Отклонение терена вызывает закручивание

края на $\Delta d_{гир}$ и изгиб края на Δy ,

в результате возникает приращение подвешенной

$$\text{сила на: } \Delta Y_{гир} = \frac{dY}{d\rho} \Delta d_{гир} \rho \frac{v^2}{2} S$$

Тогда Σ ное приращение подвеш. силы:

$$\Delta Y = \Delta Y_m - \Delta Y_{гир}$$

Приращение угла атаки, обусл. укруч-ию
концентра будет:

$$\Delta d_{упр} = \Delta M \Delta d_{\Delta M=1} + \Delta Y \Delta d_{\Delta Y=1}$$

угол атаки за счет ΔM , ΔY - осей

принципиально можно и един. осевой соотносно

$$\Delta M = \Delta Y_m (x_0 - x_{кв}) + \Delta Y_{упр} (x_{\Phi} - x_{кв})$$

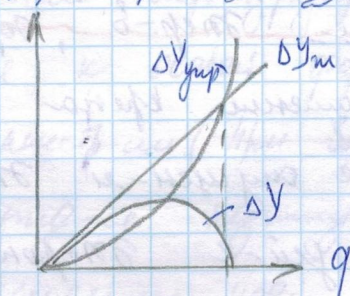
значения ΔY , ΔM подставляем в $\Delta d_{упр}$.

Зная $\Delta d_{упр}$ в свою очередь можно найти ΔY .

Именно эта величина характеризует

требования

$$v_{кр} = \sqrt{\frac{2 q_{кр}}{\rho}} \quad q = \rho \frac{v^2}{2} \quad \text{скоростной напор}$$



Для сверхзвуковых скоростей $v_{кр}$ див. обычно значения $>$ max. скорости полета. Обеспечивается

это тем, что обеспечение мест-ти кромки

из уст-ва преобразования струйных обтеканий

аэродинамическая форма достаточно для

полного обеспечения безопасности. Две стороны

Энергия или потеря их энергии

связанные с возмущенными деформированными мемб-
на кромке, противодействующими движению крена
и упрямостью конструкции, допускающей Ем, \downarrow
при кот. происходит \downarrow кренуемого момента и
даже изменение его знака. Под хор-ивностью
элерона понимается реакция самолета на
их отклонение. Если при отклонении
этот угол скорости крена нарастает быстро
пер. хор-ивног. Если ЛА всего реагирует на
отклонение элер-в, хор-иво низка,
Если движение крена происходит в сторону
кромки с отклонен-ем элер-м, т.е. над-ем
обратное дей-е элерона — наз-ем обратное
реверса. Т.к. элерон расположен у
задней кромки кромки, криво с отклон-ем
элер-м закручивается так, что \angle атака
кромки \downarrow , и наоборот. с порывом-расчет.
Чем больше приращ. подъемной силы δ
след-ет Ем кромки, тем меньше сила δ
одуств-ые отклонением элер-в и \downarrow

гор-сть тернов.

Терноп, располо. в ср. части крома
сорт свою гор-сть до больших скоростей
полёта, в ср-е большой тем-ти этого
участка крома, но также расположение
ведёт к ↓ толщине крома, отведенной
на расположение взлетно-посадочных
механизмов.

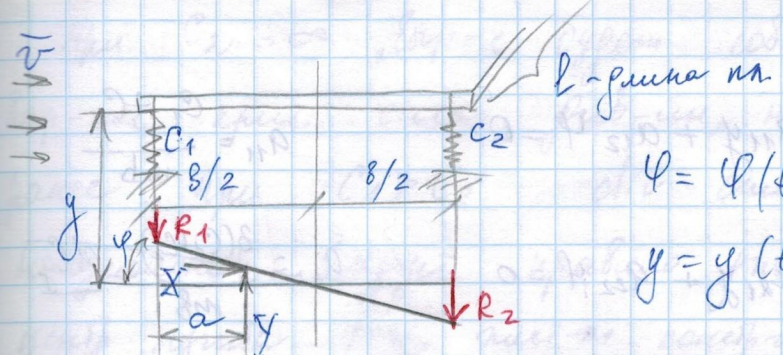
Флайтер. Явление аэродинам. неуст-ти 25.09.19.

Это явл-е относ-се к особой форме
колеб-ой неуст-ти констр-ии (При взлётно-посадочн.)
Пред. собой самовозбуд-се колеб-ые констр-ии
частей констр-ии, происходящее под дей-ем
 A_0^x сил, возн-ют при кол-ех и неуст-ют
при их отсут-ии. Иными, неб-е для
поддерж-я кол-ий обесх-се потоком
воздуха. При возник-ии П. амплитуда кол.
стремительно ↑, приводя к разрушению
Един. П. - спонтанное опасное явл-е, зам-ся

обычно разрушаются конструкции ЛА, моста,
Известно много разных форм T , определяю-
ся боковыми сочетаниями всей
конструкции во время колебаний, Наибольшую
опасность представляют моменты:

- изгибно-крутильной флаттер кромки
(оперения);
- изгибно-элеронной ф. кромки, пред. собой
изгиб кромки и отклон-е элерона;
- изгибно-рулевой ф. ториз-го оперения
кар-са изгибом определяется и симметрич.
отклонением рулей высоты;
- панельной фл.;
- срывной фл.

F_{fl} есть изгиб.-крут. флаттера как
системы с 2 ст. св.



$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi(t) \\ y &= y(t) \end{aligned} \right\} \textcircled{1}$$

Определим конкретный вид системы $\textcircled{1}$ и соотношения между φ и y . Систему сил приведем к радиусу δ центра масс и массовому.

$$R_1 = C_1 \left(y + \varphi \cdot \frac{\delta}{2} \right) l \quad \text{Сл. центр тяжести}$$

$$R_2 = C_2 \left(y - \varphi \cdot \frac{\delta}{2} \right) l$$

$$Y = C_y \frac{l \cdot v^2}{2} \delta l$$

Линейное сопротивление X пренебрегаем (малость $\ll \varphi$)

$$R = R_1 + R_2 = -(C_1 + C_2) \varphi y - \frac{\delta}{2} (C_1 - C_2) l \cdot \varphi \quad \textcircled{2}$$

$$M = - \left(y + \varphi \frac{\delta}{2} \right) C_1 l \frac{\delta}{2} + \left(y - \varphi \frac{\delta}{2} \right) C_2 \cdot l \cdot \frac{\delta}{2}$$

Сист. уравнений движения такой конструкции запишем:

$$\textcircled{3} \begin{cases} m \delta l \frac{d^2 y}{dt^2} = R + Y & \text{м-удельная масса} \\ \left(\frac{m \delta l}{2} \right) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = M + Y \left(\frac{\delta}{2} - a \right) & \text{м-инерция масса по-массе}$$

(2) → (3):

$$\begin{cases} \textcircled{4} \left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 y}{dt^2} + a_{11} y + a_{12} \varphi &= 0 \\ \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + a_{21} y + a_{22} \varphi &= 0 \end{aligned} \right. \end{cases} \quad \begin{aligned} a_{11} &= \frac{C_1 + C_2}{mb} \\ a_{22} &= \frac{3(C_1 + C_2)}{m\delta} - \frac{dC_2}{d\delta} \end{aligned}$$

$$a_{22} = \frac{3(C_1 + C_2)}{m\delta} - \frac{dC_2}{d\delta} = \frac{\delta - 2a}{m\delta^2} \frac{\rho V^2}{2}$$

$$a_{12} = \frac{C_1 - C_2}{2m} - \frac{dC_1}{d\delta} = \frac{1}{m} \frac{\rho V^2}{2}$$

$$a_{21} = \frac{6(C_1 - C_2)}{m\delta^2}$$

После этого ставится условие гистерезиса равновесия, пренебрегая силами инерции и координат y и φ не зависят от времени.

$$\textcircled{5} \left\{ \begin{aligned} a_{11} y + a_{12} \varphi &= 0 \\ a_{21} y + a_{22} \varphi &= 0 \end{aligned} \right.$$

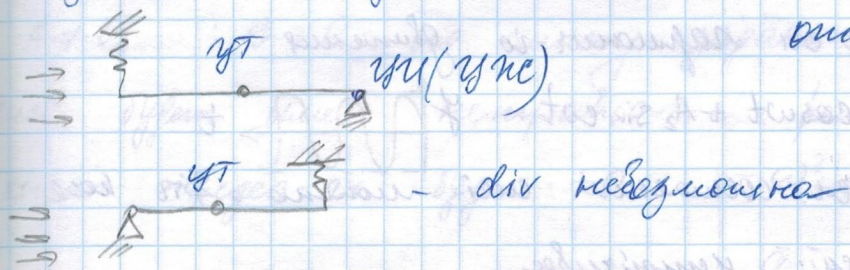
Условие div-ности будет состоять $\delta = 0$ определителем:

$$a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21} = 0 \quad \textcircled{6}$$

После неск. преобр-ий, подстановка значений:

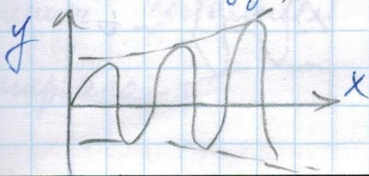
$$V_{кр} = \sqrt{\frac{2C_1 \delta}{\rho \frac{dC_2}{d\delta} \left[\delta - \left(1 - \frac{C_1}{C_2}\right) a \right]}} \quad \textcircled{7}$$

При $C_2 = \infty$, впр-е будет совнар-н с
 впр-ем крит. сила гв-ии, порождаемой
 ранее, при $C_1 > C_2$ div становится
 невозможной. Следует правильно для критерия конст.:
 центр груза (ч. пест-н констр-ии) должен
 находиться впереди ЦТ, тогда едн. div-ии будет
 отсут-ть.



Эт. возможно движение. Кроме, анализируя (02.10.197)
 решение мет. (4). Это реш-е можно считать
 менен. методами, в частности мет. Рунге-
 Кутты. Для разных скор-ей колеблющего
 потока v_1, v_2, \dots, v_n можно найти скор-ю, при
 кот. движение системы будет иметь вид
 колебаний с постоянно увелч. амплитудой.

Эта v и будет скор-ю фрейтера.



Числен. мет. реализуется на АБМ. Φ и анализируются.

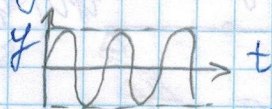
способ реш. л. системы (4), кот. ищем в виде:

$$\textcircled{8} \begin{cases} y = A_1 e^{i\omega t} + A_2 e^{-i\omega t} \\ \varphi = B_1 e^{i\omega t} + B_2 e^{-i\omega t} \end{cases}$$

Φ и 3 возможных решения:

1) Если ω - веществен. число, тогда $\textcircled{8}$ будет
обн. ур-ем гармонич. движения:

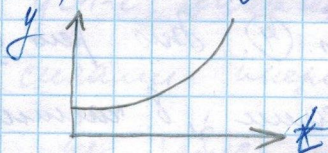
$$y = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t$$



В том сл. состояние сист. можно Φ ть как
динамически устойчивое.

2) Если ω - мнимое, $\omega = i\beta$

$$y = A_1 e^{-\beta t} + A_2 e^{\beta t}$$



система имеет

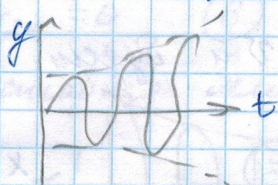
aperiodич. движение с монотонно возрастаю.

амплитудой. Сист. стремится уйти от

положения равновесия.

3) Если ω - комплексное $\omega = \alpha + i\beta$

$$y = A_1 e^{i\alpha t} e^{-\beta t} + A_2 e^{-i\alpha t} e^{\beta t}$$



колебательная неуст-ть -

случай флаттера.

Г.обр. где уст-ли системы необход., чтобы $\omega^2 > 0$ (была вещественн. числом). Попробуем

в сист. (4) частное решение $y = Ae^{i\omega t}$
 $\varphi = Be^{i\omega t}$,
получим:

$$A(-\omega^2 + a_{11}) + B a_{12} = 0 \quad (9)$$

$$A a_{21} + B(-\omega^2 + a_{22}) = 0$$

$A \neq 0$; $B \neq 0$ по условию задачи и

сист. будет иметь ненулевое решение,

когда определитель будет = 0:
$$\begin{vmatrix} -\omega^2 + a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & -\omega^2 + a_{22} \end{vmatrix} = 0$$

Раскрываем:

$$\omega^4 - \omega^2(a_{11} + a_{22}) + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) = 0$$

$$\omega^2 = \frac{a_{11} + a_{22}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a_{11} + a_{22}}{2}\right)^2 - (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \quad (10)$$

Из (10) следует, что для того чтобы ω^2 была веществ. числом, выражение под $\sqrt{\quad}$ г.д. не отриц-тел, и где уст-ли 4-х сист. необход.мо:

$$\left(\frac{a_{11} + a_{22}}{2}\right)^2 \geq a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \geq 0 \quad (11)$$

Критер. состоянием сист. соот-вет критер. равноинтервала

a) $a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21} = 0$ - глб.

б) $\left(\frac{a_{11} + a_{22}}{2}\right)^2 = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}$ - орлат.

р (12)

Отсюда можно записать выражение для $v_{кр. орлат}$.

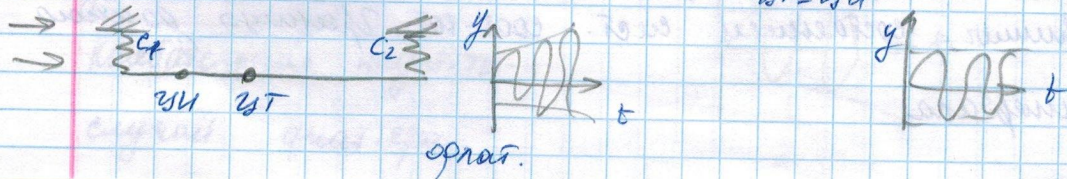
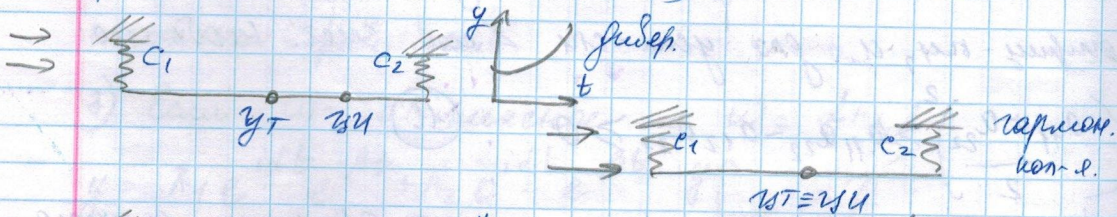
$$v_{ф.} = \sqrt{\frac{1}{\frac{dc_1}{dd} \rho [(c_1 - c_2) + \frac{m^2 b^2 (a_{11} - a_{22})^2}{3(c_1 - c_2) \rho}]}}$$

При $v > v_{ор}$ корень в (10) будет мнимым а ω^2 - комплексным числом. При $c < c_2$ (тягостя) при $\forall v$ волно-се 1^е из кер-ва

(11) и $v_{кр. орлат}$ определяется из уол. (12-а)

При $c_1 > c_2$ при $\forall v$ волно-се 2^е из кер-ва (11) и $v_{кр}$ будет пред собой $v_{кр. орлат}$.

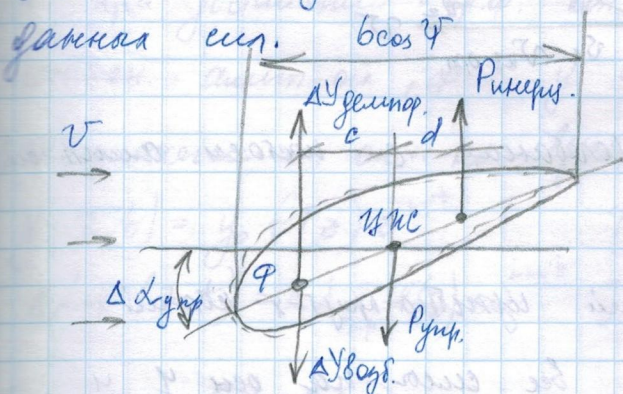
Г.обр. коперы уол-сеи максимум в орлате глб-ли или орл. зависит от взаимного расположения u_T и $u_{H.}$ (мел.)



Метод из схемы отсутствует ордината будет бесконечно, если $\psi_{кр} (= \psi_{кр})$ находится от передней кромки крыла не ближе, чем ψ_T .

Задачи изгибно-крутильного ордината для реальных крыльев.

Эта сила, действующая на крыло при его колебании, достигнет максим. амплитуды $\delta_{верх}$ под действием набегающ. потока оно будет отклоняться вниз под действием сил упругости, при этом возникнет закручивание крыла из-за несовпадения центров кривизмы



ψ - ораде - (°) кривизмы аэродинам. дей-ств на крыло.

$\delta_{закр.}$ зависит от аэродинам. возмущ-но силы

$$\Delta y_{возд.} = \frac{dC_y}{db} \Delta x_{закр.} b \rho \frac{v^2}{2} \cos \psi$$

b - хорда крыла δ сечение по потоку

Там же появится возм. аккорды. Релативированная сила $\Delta F_{\text{цент}} = \frac{d^2 y}{dt^2} \cdot \frac{dy}{dt} \cdot \frac{1}{v} b \rho \frac{v^2}{2} \cos \varphi$

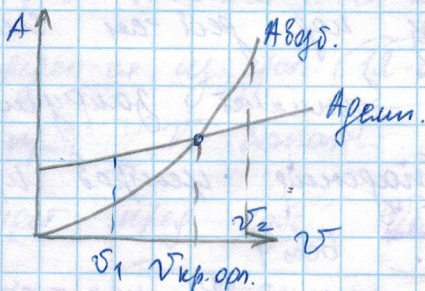
Аккорды - или слагают, возбудителю и изменение или уже во времени пренебрегают $\frac{\partial \Delta y_{\text{уп}}}{\partial t}$

Узлы - круг. колеб. связана с несоблюдением φ с $\varphi_{\text{ис}}$ и возникает независимо от вида возмущения $E_{\text{из}}$. Карр кратчайшая кол-ия зависит от соотнос. радиус. ν и $\nu_{\text{кр.оп.}}$

Релатив-х сил.

$A_{\text{релат.}} > A_{\text{возб.}}$ - колеб. затухают

$A_{\text{релат.}} < A_{\text{возб.}}$ - колеб. с непрерывно возраст. амплитудой.



$A_{\text{релат.}} = A_{\text{возб.}}$ - колебание с постоян. ампл. ии при $v_{\text{кр.оп.}}$

Для составления уравн. иррегуляр-х кол-ий кроме силовых уравн. все силы на оси y и составили уравн. равновесия.

$$\sum F_y = 0.$$

$$m \left(\frac{d^2 y}{dt^2} - d \cdot \frac{\partial^2 \Delta x_{\text{кр.}}}{\partial t^2} \right) - \frac{d^2 y}{dt^2} \left(\Delta y_{\text{уп}} - \frac{1}{v} \frac{dy}{dt} \right) b \rho \frac{v^2}{2} \cos \varphi =$$

$$-\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(E Y(z) \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) = 0.$$

m - погонная масса

$$\Sigma \text{ мом. угле} = 0$$

(13)

$$m \cdot d. \frac{dy}{dt^2} - Y_m \frac{\partial^2 \Delta d_{кр}}{\partial t^2} + \frac{dC_y}{dd} \left(\Delta d_{кр} - \frac{1}{v} \frac{dy}{dt} \right) \text{ с. б. р. } \frac{v^2}{2} \cos \psi$$

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left[G Y_{кр}(z) \frac{\partial \Delta d_{кр}}{\partial z} \right] = 0$$

Y_m - погонная мех. энергия масс отн-но оси симметрии.

$\Delta d_{кр}$ - угол закручивания сечения кромки

$Y_{кр}$ - мех. ин. тмат. сечения

v - при достижении $Y_{кр.ф.}$ кон-е скорости с постоян. ампл-ой, φ -е y и $\Delta d_{кр}$ будут гармоническими отн-но времени.

$$\left. \begin{aligned} y(z, t) &= y_0 f(z) e^{i\omega t} \\ \Delta d_{кр}(z, t) &= \Delta d_{кр} \varphi(z) e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} (14)$$

Подставим (14) в (13) получаем сист. отн-х φ отн-но φ -ой f и φ

$$\left. \begin{aligned} y_0 f(z) \\ \Delta d_{кр} \varphi(z) \end{aligned} \right\} (15)$$

Сист. лине. уравн. решены тогда сист. ДУ:
1-ой Вар. (15) заданная в виде матриц и

$$\text{предст.: } \begin{cases} y_0 f(z) = F(z) = \sum_{i=1}^n a_i f_i(z) \\ \Delta \Delta_{\text{кр}} \varphi(z) = \Phi(z) = \sum_{i=1}^m b_i \varphi_i(z) \end{cases}$$

Методом Варинга-и метод Б-Г (13) сводится
к сист. уравн. алгебр-х уравн. отн-но a_i и b_i ,
из уст-я $= 0$ определится система значений

выражений для $v = f(w)$ (16)

Исследует эту ф-ю на экстр. $\frac{\partial v}{\partial w} = 0 \rightarrow w$
каждой частоты сист-но ДУкр.

2-ой. Стохастический метод:

Пред-ем краевые ф-ии (15) по коэф. z
в конечных разностях. Получаем систему уравн. ДУ
по времени (задача Коши). Решая зад. краевые
ф-ии из извест-х мет-ов для функций v -си
движения кроме стр-ся v , при кот. ф-ии
 $y_i(t)$ и $\Delta \Delta_{\text{кр}}(t)$ будут иметь колебательн.
характер. Вид

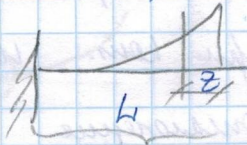
3-ий. Приближенный

При ф-л. предполагающей ф-ии кот-си

длина — кривизна, тогда перевернутая прогибами
 кривая (орбиты y) можно \approx считать $V_{кр. ор.}$

$$\Delta d_{кр} = \Delta d_{ор} \cos \frac{\pi z}{2}$$

$$\bar{z} = \frac{z}{L}$$



z
 z

Перевернутая при $v = v_{ор.}$ изгибная кривая, получается
 $\Delta Y_{всгд} = R_{инерц}$, тогда $R_{гир} = 0$ (возвращает кривую в ось)

Составим этим способом макс. \leftarrow закруч. с ос.

Кривизн. момента $M = L \int_0^z r \Delta Y_{всгд} dz$ ф.о. = $\Delta d_{ор}$,

т.е. $\Delta d_{ор} = L \int_0^1 \frac{M}{G J_{кр}} dz$ (17)

$$r = c + d = r$$

Учитывая, что в сечении по координате $\Delta d_{гир} = \Delta d_{кр} \cos \psi$

из (17) можно определить $v_{ор.}$ для кривая с

полюсом. $b, r, \frac{dcy}{dd}$, $G J_{кр}$ можно получить:

$$v_{ор} = \frac{\pi}{S} \sqrt{\frac{2 G J_{кр}}{\bar{r} \frac{dcy}{dd} \cdot r \cdot \cos \psi}}$$

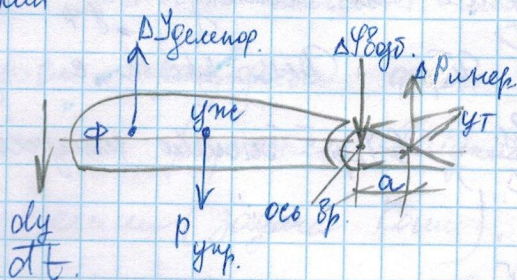
$$\bar{r} = \frac{r}{b \cos \psi}$$

S — шаг обеих консолей кривая

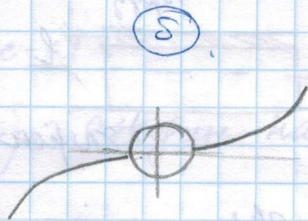
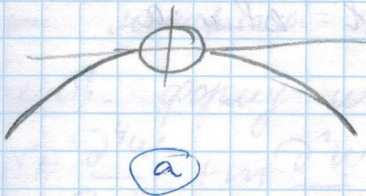
Для $\downarrow r$ (смещение ЦТ в сторону фокуса) в переднюю
 часть кривая замедляют груз.

Индукто-этеронная антенна

ИЭФ. antenna имеет форму конуса, при кон. имеет место износ анода и окисление этерона, Загрузка анода при этом считается пренебрежимо малой. Как и в случае конус-кр. ант. возбужд-ея едн-ств. аэродинамич. сила. Если в полёте предельно критично, а работае воздуш. аэродинам. сила становится больше работы димор-х сил, колебания мажорити возрастать, что может привести к аварии



Инд.-э. ант. м.б. симметричной как на верх. картинке (э-н антенна в одну сторону) в спец. с угрозой э-н-ов проводки и обратнo симметрич. как на нижней (в ради. стор. за счёт угр-ой проводки и за счёт того, что ручное управление не задвигается)



Когда криво после Re_{crit} на него возмущающую
 импульса под Re_{crit} сила упр-ти возвращается
 в первонач. положение, эरण под Re_{crit}

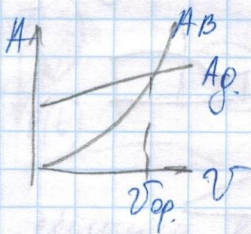
маркерная линия $M_{lim} = \Delta P_{крит} \cdot a$ отклон. в сторону,
 против.

В рез. возникает рез. возмущ. сила \rightarrow движение
 криво

$\Delta Y_{возб.} = \frac{dY}{dV} \Delta V_{эп} \rho \frac{V^2}{2} b$, где $\Delta P_{эп} - P_{крит} <$ атака
 криво с учетом отклон-я
 эрана.

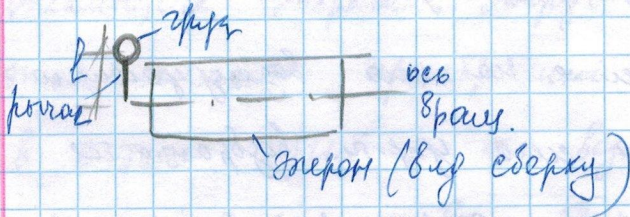
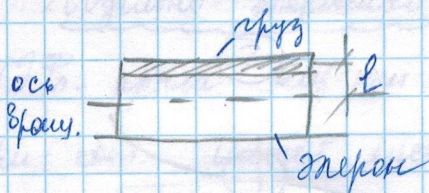
Всплыв. сила $\Delta Y_{вспл.}$ возникает за счёт

движения $\frac{dy}{dt}$ и $\Delta Y_{вспл.} = \text{сиг. ранее}$



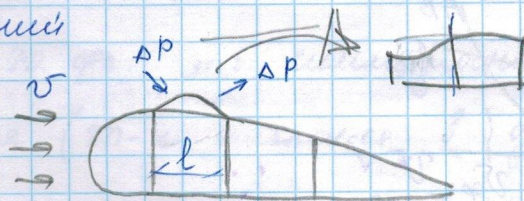
Для предотвращения появления ЧРП, маркерной
 лин. $P_{крит} = 0$, т.е. а $P_{крит} = 0$. Это обеспечив-ся
 Введением сред.-х или расп-х грузов в эरणе.

$$P_{\text{грав.}} \cdot l = \Delta P_{\text{ин.}} \cdot a$$



Панельный флайттер.

Кромка орл. крошечной оперения возмущает орл. ступен-х эл-ов конструкции ЛА-ов, а именно панели или пластины обшивки кромки и оголяется. При возникновении вибрации панели происходят искривления их под-сил, что влечёт за собой появление гон. аэродинам. давлений



Эти гон. давления и. вызывают эл-е орл. панели. Деформ-е коп, происходят за счет конструктивного дефект. искривл. и за счет

упр-ти материалов пластично, колес. имеет

несимметр. форму и ось-я:

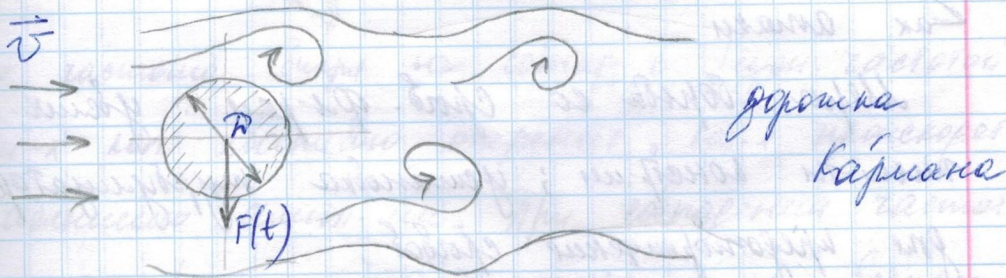
$$\rho \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p(t) - \text{асиметр. нагрузка}$$

статическ. методом. Нап-е у сверх зву. амплитуд.

Срывной вихревой

09.10.19.

Вам в потоке кардинал какое-либо препятствие, за ним образ-ся вихревой след, при тем вихри образуют с опред-ой периодичностью, зависящ. от формы и размер-ов констр-ции, скорости потока. Направление следящих вихрей меняется попередно.



Число вихрей, образуем. с ушшир. за 1 сек:

$$f = 0.22 \frac{v}{R} \quad v [m/c]$$

В рез-те отделения вихрей попередно с 2-х сторон

на сам цилиндр. Действ. гармоническая
измен-ая сила \perp направлению потока
$$F(t) = C_k \rho \frac{v^2}{2} S \sin 2\pi f t$$

C_k - коэффициент, для цилиндра $C_k \approx 1$
Тем выше обтекаемость, тем $\uparrow C_k$

S - площ. попер. цилиндра

Под действием $F(t)$, конструкция приходит в состояние
вынужденных колебаний и при совпадении их
частота с частотой след. кон. констр-ции
возникает резонанс. Пример, фронт Вермонта
при ходе подвеш. лопки; фр. воздушн. винтов
и лопаток турбин, работающих при боковом
 \angle атаки.

Мера борьбы со след. фр. констр.: увелич-е
тект-ти констр-ции; установка турбулизаторов
для предотвращения следов.

Критерием безопасности от след. фр. лопат-
ной обл-сти параметр $\lambda = \frac{2v \sqrt{1 - \mu^2}}{b \omega}$
 ω - след. частота кол-ий крутящий момент
 v - окружная скор-сть

M - число лопаток

v, M, δ принимают свои значения на радиусе $r = 0,08R$

R - радиус винта

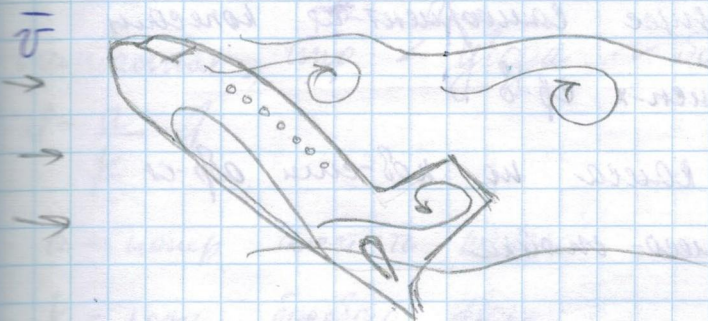
Баттмент (buffet)

- кол. лопатки, вызван-е турбулент-но отклонение

Лоп-е обуславливается быстро измен-ся

аэродинамич. силами, вызван. средним отклонением

требует пересмотра частей ПА



Если частота вращения не совпад. с резон. частотой

свобод-х кол. хвостового оперения, кол-е происходит

с увеличением ампл-ти. При совпадении частот

возникает резонанс хвост. оперения, кот. воспри-

нимается как серия ударов по хвост. части

самолета. Ампл-а кол. хв. оперения зависит

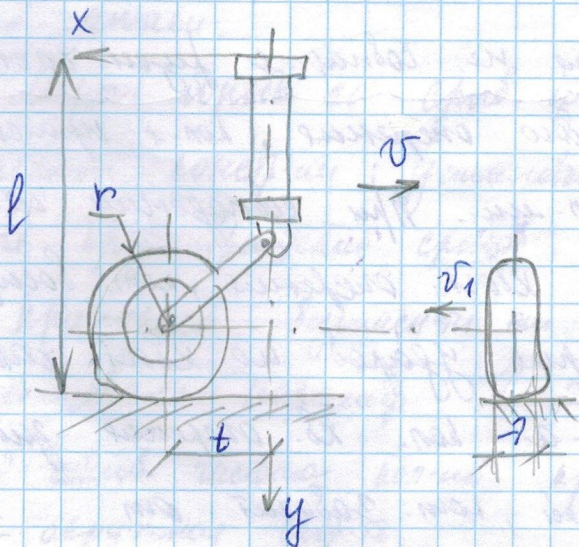
от элерона вихрей, кот. зависит от

скорости и т.д. пов-ти, с кот. срывается
 поток. Поэтому наиб. мажорант св-ств
 вихря ср-ств в криве. Котд протект эт-т
 корпуса самолета там и в источниках
 вихрей. Моб-но так расположить хвост.
 оперение, чтобы оно не поощало в ср-ств.
 поток.

Вибрация (wobbling)

— св-ств, присущее самоориент-ся колёсам
 МАВ и др. транспорт ср-ств.

При качении колеса по пов-сти ср-ств
 колеб-я ест. колесо-стойка



Выпишем такой сист. координат след. ст. св.:

φ - угол в стойке относительно оси y

θ - угол пов. ориентир-а точки массы относительно z .

θ_1 - угол пов. // // , обусловлен перемещением демпфера (расстояние миллим).

A - бол. внешнее контактное колесо в сфере

Еще шина.

При некот. сочетании конструктив. пар-ров

возможна потеря устойчивости такой система

вытаивая, что \angle увода \neq боковой $E_{\text{ши}}$, т.е.

$$\varphi = \frac{a}{k} \cdot \lambda$$

a - номер мест-ть колеса

k - коэф. бокового увода

след-я сист. колесо-стойка массы ориентир

след. системой ур-ий:

$$\begin{cases} \bar{I}_x \ddot{\varphi} + C_{\varphi} \dot{\varphi} + \bar{I}_{xy} \ddot{\theta} + v \frac{r_{\text{ш}}}{r} \dot{\theta} - a v \lambda = 0 \\ \bar{I}_{xy} \ddot{\varphi} - v \frac{r_{\text{ш}}}{r} \dot{\varphi} + \bar{I}_y \ddot{\theta} + C_{\theta} \dot{\theta} - C_{\theta} \theta_1 - (at + \delta \frac{a}{k}) \lambda = 0 \\ h \ddot{\theta} + C_{\theta} \dot{\theta}_1 - C_{\theta} \dot{\theta} = 0 \\ l \ddot{\varphi} + t \ddot{\theta} + \dot{\lambda} + v \frac{a}{k} \lambda = 0 \end{cases}$$

$\hat{I}_{yy}, \hat{I}_{xx}$ - осевые "центробежные" моменты инерции массы

r_n - радиус инерции колеса от-но оси вращения

t - вынос колеса

a, δ - попер. радиус и продол. радиус колеса

h - попер. радиус трения демфера шпини

C_{φ} - жесткость шест-ти при повороте

C_{δ} -

Если C_{φ}, C_{δ} достаточно велики, величину неоднородного демпфирования можно записать:

$$h = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(k \frac{t^2}{v} + b \frac{t}{v} - \hat{I}_y v \frac{a}{k} \right)^2 + 4 \hat{I}_y (kt + b)} - \left(k \frac{t^2}{v} + b \frac{t}{v} + \hat{I}_y v \frac{a}{k} \right) \right]$$

16.10.19. II. Динамическая жесткость упругих элементов

Теория дан. уст. изучает колебания, затухающ.

под дей-емм вынужденн. (параметрич.) нагрузок.

Динамика явл-ся связанной с теор. кол-ств и уст-тью мех. систем.

Комп. яз, когда возможна потеря уст-ти под дей-емм статич. нагрузок, под дей-емм вибрацион

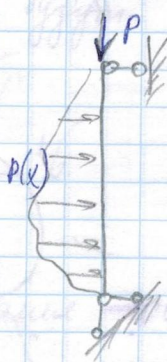
нагрузки того же вида возможна потеря равновесия.
 дем-ти. Нагрузки, Элементы в лев. части др-е
 возмущен-го равновесия могут параметрически.



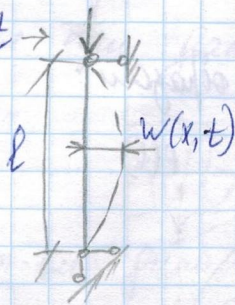
$$EJW'' + PW = 0.$$

$$EJW^{IV} + P \cdot W'' = 0.$$

$$EJW^{IV} + PW'' = p(x)$$



Пусть на стержень действует параметрическая возмущающая нагрузка $P(t) = P_0 \sin \omega t$



Стержень будет

использовать метод координат

при определенных значениях ω

частота возмущения. При определенных соотношениях ω и

λ (част. соб. попер. колеб.) произвольная форма стержня

становится функцией координат. Возникает

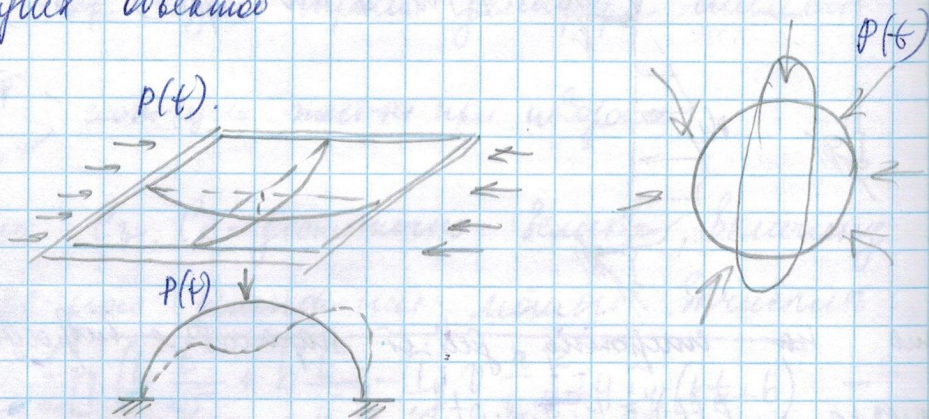
попер. колеб., амплитуда кот. зависит от ω

больших значений. Это явление называется параметрическим

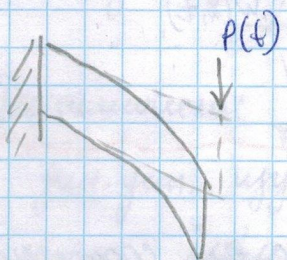
резонансе (потеря сигнала. уют-ти).

Составе гаснет парам. резонансе име чен
при обочном. Для достаточного малых значений
амплитуд оно выведет: $\omega = 2\pi$

Аналог. картину можно наблюдать и у
других объектов



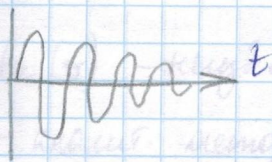
Аналогичным образом:



Условие потери син. уют-ти.

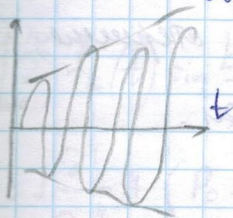
Если при дей-ии вибрации параметр нагрузки
отличается существенно от параметров формы, могут
случиться всего 3 случая:

1) Амплитуда колебаний будут затухать



т.е. сист. в динамическом устойчивом состоянии
прямая форма стержня устойчива

2) Колебания будут нарастать от 1^{го} периода к др.



Качит. прямая форма стержня будет динамически неуст.

3) Помер. колебание остается периодич. с постоян. амплитудой.

Исходную форму стержня при дан. нагрузке называют динамич. безразлич.

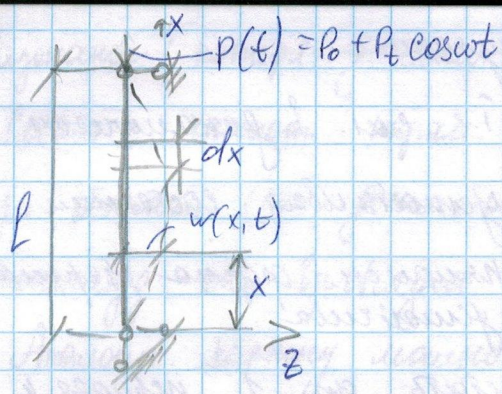


1-ой. при каком или чет-ем динамич. неуст-ти
2-ой. случаи, когда имеет место гармонич. кол-е.

3-ой. можно опре-ть границы зон динамич. неуст-ти.

Элементарные задачи дан. чет-ти.

Уст-ть стержня.



Ан задачею конпр. кон. ил. прилагает. стержню,
 заданной периодич. продол. силой.
 Задача решается при усл-ях:

1. $EY = \text{const}$
2. Пренебрегаем инерцией вращения
3. Пренебрегаем продол. силами инерции (т.е. считаем что система находится вне резонанса продол. кон. ил.)
4. Сравниваем z и P_0
5. Применяем метод перемещ. плоских сечений
 w ^{кон} колебаний такой оси. Будем:

$$EY \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (P_0 + P_t \cos \omega t) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

m - кон. масса

Решение ищется в виде:

$$w(x,t) = \sum_{k=1}^n f_k(t) \sin \frac{k\pi x}{l} \quad (2)$$

где $f_k(t)$ - неизвест. ф-я времени
 вариац. - анализ. метод (мет. Канторовича)

Искомое решение уравн-ет ср. упр-ям упр-я:

$$w(0,t) = w(l,t) = w''(0,t) = w''(l,t) = 0.$$

$$\int_0^l L \left[\sum_{k=1}^n f_k(t) \sin \frac{k\pi x}{l} \right] \sin \frac{k\pi x}{l} dx = 0$$

$$L = EJ \frac{\partial^4}{\partial x^4} + (P_0 + P_t \sin \omega t) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

В результате получим:

$$m \frac{d^2 f_k}{dt^2} + EJ \frac{k^4 \pi^4}{l^4} f_k - (P_0 + P_t \cos \omega t) \frac{k^2 \pi^2}{l^2} f_k = 0 \quad (3)$$

$$\frac{d^2 f_k}{dt^2} + \lambda_k^2 \left(1 - \frac{P_0 + P_t \cos \omega t}{P_k^*} \right) f_k = 0 \quad (4)$$

$\lambda_k = \frac{k^2 \pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}}$ - частота соб. кол. $k^{\text{го}}$ тона
 (стержень не нагружен прод. силой)

$$P_k^* = \frac{k^2 \pi^2 EJ}{l^2} - \text{критич. сила}$$

Упр-е (4) можно преобр-ть к виду:

$$\frac{d^2 f_k}{dt^2} + \Omega_k^2 (1 - 2\mu_k \cos \omega t) f_k = 0 \quad (5)$$

$\Omega = \frac{1}{T_k} \sqrt{1 - \frac{P_0}{P_k^*}}$ — част. сов. кол. стержня, закруч.
настол. составляющей прод.
сист.

$\mu_k = \frac{P_t}{2(P_k^* - P_0)}$ — коэф. возбуждения.

⑤ идентично для всех мод колебаний,
в дальнейшем будем записать без индексов

$$f'' + \Omega^2 (1 - 2\mu \cos \omega t) f = 0 \quad \text{⑥} \text{ ур-е Матие}$$

$$f'' + \Omega^2 (1 - 2\mu \Phi(t)) f = 0 \quad \text{⑥а} \text{ ур-е Хилла}$$

$\Phi(t)$ — периодическ. ф-я с периодом T

$$\Phi(t+T) = \Phi(t)$$

$$P(t) = P_0 + P_t \cdot \Phi(t)$$

Одним из наиб. интересных св-в ур-я Матие
явл-ся то, что при некот. соотношениях между
его коэф-ми оно имеет неогранич. возрастающее
решение, кот. занимает целые области на
многооси пар-ров, кот-е. областью динамич.
нейст-ми.

Ур-я Матие — Хилла встр-ся в разн. обл-ях
науки и техники, теорет. физике (задача распр-я

ЗМ Волн в средах с периодич. структурой), квантовая теория металлов (задача движения электронов кристалл. решетки), теория колебаний, теория диф. уравнений, при изучении колеб. процессов в немн. системах.

Обозначим: $\omega t = 2z$ $\frac{4\Omega^2}{\omega^2} = a$, $\frac{4\mu\Omega^2}{\omega^2} = q$

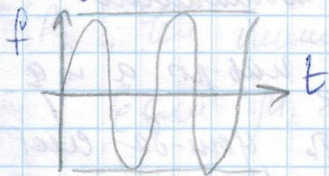
безразмер. время (*)

$\frac{d^2 f}{dt^2} + (a - 2q \cos 2z) f = 0$ (*) - стандарт. форма ур. Матвея

Решение ур. (*) имеет колебат. характер и зависит от конкретных значений пар-ров a и q , т.е. Ω, ω, μ

При одной комбинации пар-ров колебания огранич. по ампл-де, т.е. упр. система устойчива, при др. комбинации колеб-я происходят с возрастающ.

ампл-дой, т.е. имеет место параметр. резонанс.



μ_1, Ω_1

1^е решение



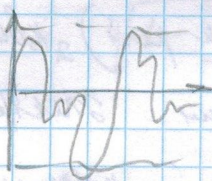
μ_2, Ω_2

2^е решение

$a = 1, 0$

$q = 0, 1$

1^o реч.



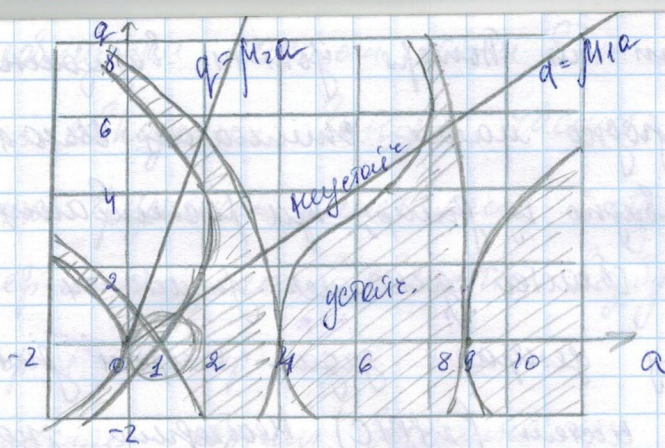
$$a = 1,2$$

$$q = 0,1$$

Вид-е ур-я (4), т.е. наличие критич. значений a, q соответств. безразличн. функ. равновесию осуществ-ют на осн. матем. моделир-я с помощью ЭВМ, решен^{ая}е задачу Коши (на ЭВМ), либо с помощью диаграммы Айнса-Сирейтта.

Диаграмма Айнса-Сирейтта

Эта диагр. на плоск. пар-род a и q , опис-я области устойч. и неуст. решений ур-я Ванье. Она полностью освобождает от каких-либо операций по решению ур. Ванье. Достаточно составить это ур-е, т.е. найти пар-род a и q . После чего по диаг. можно опре-ть уст-во сист. или нет.



Если (.) с коор. a и q расположено в
 замкнутой области, то система улитки, и
 кучейки имеет приращение без учета
 трения, пример - $\kappa = 1$ см. своб. с частотой
 возмущения ω парры a и q \downarrow , при чем
 амплитуда q и a , $\frac{q}{a} = \text{const}$. Т.об. после на
 составной системы при увеличении частоты
 будут описываться (.) линиями $(q = \mu a)$ лежащими на прямой.
 При заданной P_c , величина μ задается от
 $P^* - P_0$. Чем ближе P_0 к P^* тем выше проходит
 луч. Если $\mu_2 > \mu_1$, значит $P_{02} > P_{01}$.

При приближении P_0 к P^* участки области
 кучейки, пересекаемые линией $q = \mu a$ становится
 все обширнее, т.е. система имеет от. отражением.

области уст-ии. Потери уст-ти безразлично при слое устроно малых стимлаюес. силах V_0 и даме, как верно у диоар, при растеиваюиет силах. Опр.е области денаишет. уст-те-ти составляет 1 у централ-х задах теорети дит. уст-ти мех. систем (дучмс). Необходимо знать соотн-е частот Ω/ω при кот. система дит-куст-ва

Если принять $\mu=0 \rightarrow q=0$, то у соотн. (*) и диоар. А-С можно найти:

$$\frac{\Omega}{\omega} = \frac{1}{2} \sqrt{a} \quad a = 1, 4, 9, 16, \dots$$

$$\frac{\Omega}{\omega} = \left(\frac{1}{2}\right); 1; \frac{3}{2}; 2; \dots$$

Отп. куст-ии, лежащая при $\omega = 2\Omega$ есть наиб. опасной. Она наиб. одишрная и имеет наиб. практич. значение — как-е м. обл-но динам. куст-ть б.оф. параметрит. резонанс имеет след. особенности:

1) Обычно резонанс при возмущ. кот-ея безиниает

при совпадении частот сов. и вын. колеб., нарисовать — при совпадении вынужд. частоты с 2х сов. колеб.

2) вынужденный резонанс имеет место в обл. (с) ах при $\omega = \Omega$, параметрич. — целые области возбуждения (кучест-ти)

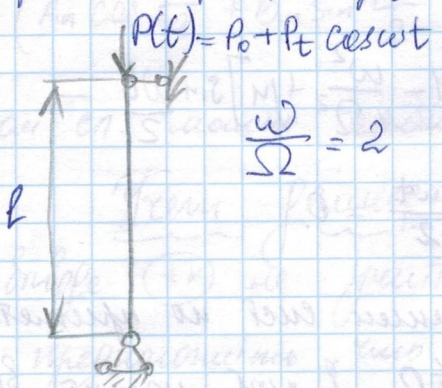
т.к. от-ве д пар-ми

3) возбуждение кол-ми возможно при частотах $<$ чем частота гл. резонанса, $\omega = \frac{\Omega}{2}$ например.

От-е областей рисовать кучест-ти методом Рунге.

Если существенно соотно-е $\frac{\Omega}{\omega}$ можно от-то от-то кучест-ти, т.е. соотно-е между частотами и коэф. возбуждения μ .

[Посмотреть параметрич. резонанс в КТ пакетах. (КР) 23.10.19.]



$$\frac{\omega}{\Omega} = 2$$

Условие надного пар-го резонанса.

Найдем границы т. от-ти кучест-ти (рисовать)

где ω — частота. Исходная лемма Кеплера. Учитывая, что f — функция безразмерного времени — сист. движения её экватор периодическими, в качестве 1^{го} приближения в уравнение можно подставить функцию

$$f = A_1 \cos \frac{\omega t}{2} + B_1 \sin \frac{\omega t}{2} \quad (*)$$

Подставляем данное решение в (6):

$$-A_1 \left(\frac{\omega}{2}\right)^2 \cos \frac{\omega t}{2} - B_1 \left(\frac{\omega}{2}\right)^2 \sin \frac{\omega t}{2} + \Omega^2 (1 - 2\mu \cos \omega t) \times (A_1 \cos \frac{\omega t}{2} + B_1 \sin \frac{\omega t}{2}) = 0.$$

Сгруппируем членов. при A_1 и B_1 .

$$A_1 \left(1 - \frac{\omega^2}{4\Omega^2} - 2\mu \cos \omega t\right) \cos \frac{\omega t}{2} + B_1 \left(1 - \frac{\omega^2}{4\Omega^2} - 2\mu \cos \omega t\right) \sin \frac{\omega t}{2} = 0.$$

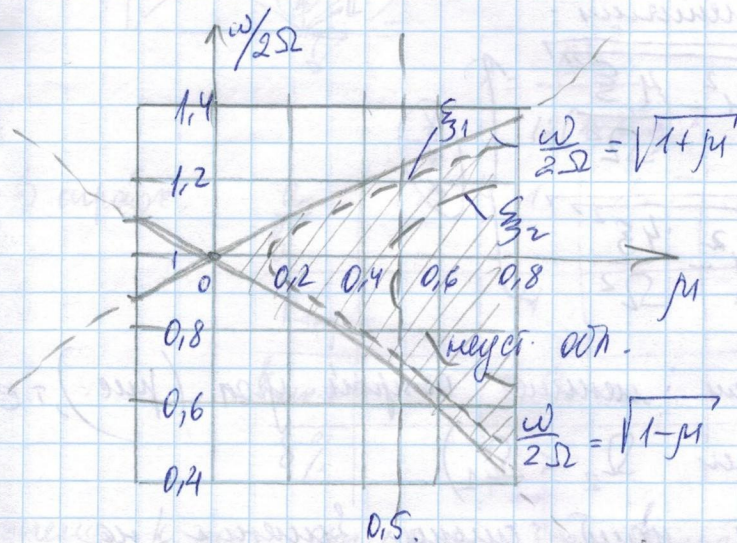
$$A_1 \left[1 - \frac{\omega^2}{4\Omega^2} - \mu\right] \cos \frac{\omega t}{2} + B_1 \left[1 - \frac{\omega^2}{4\Omega^2} + \mu\right] \sin \frac{\omega t}{2} - \mu A_1 \cos \frac{3\omega t}{2} - \mu B_1 \sin \frac{3\omega t}{2} = 0.$$

Учитывая, что при движении сист. по орбите A_1 и $B_1 \neq 0$ в любой момент времени и применяя аналогии с *3 рассмотрим

$$1 - \frac{\omega^2}{4\Omega^2} - \mu = 0 \rightarrow \frac{\omega}{2\Omega} = \sqrt{1 - \mu}$$

$$1 - \frac{\omega^2}{4\Omega^2} + \mu = 0 \rightarrow \frac{\omega}{2\Omega} = \sqrt{1 + \mu}$$

$$y = \sqrt{1 \pm x}$$



Вместо $\mu = 0.5$ ошибка в приближении $< 1\%$.

Уточним решение можно, если взять n -ю введе ряда:

$$f = \sum_n \left(A_n \cos \frac{n\omega t}{2} + B_n \sin \frac{n\omega t}{2} \right)$$

В этом сл. можно найти и др. одн-м неуст-м.

Учет гистерезиса

При вводе $(**)$ не учитыв-ся сила сопротивл-я.

Если предположить, что сила сопр-я \sim скорости колебаний констр-ии, ур-н движения запишется:

$$f'' + 2\xi f' + \Omega^2(1 - 2\mu \cos \omega t) f = 0.$$

где ξ - коэф. демпфирования, коэф. жесткости.

С уч. жесткости Фаннино и. обн. нулет-ти

опред-ли выражениями:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega}{2\Omega} &= \sqrt{1 - \sqrt{\mu^2 - \frac{4\xi^2}{\Omega^2}}} \\ \frac{\omega}{2\Omega} &= \sqrt{1 + \sqrt{\mu^2 - \frac{4\xi^2}{\Omega^2}}} \end{aligned} \right\} \begin{matrix} * \\ * \\ * \end{matrix}$$

Чем $\uparrow \xi$, тем меньше острый угол (рис.), т.е. $\xi_2 > \xi_1$ (или $\Omega_2 < \Omega_1$).

Сопр-е сна-ет наиб. широкое значение на 2^{10} и более обн-ти нулет-ти. При широк

отр-дляются ось $\frac{\omega}{2\Omega}$, так, что нулет-ть можем проецир-ть только при больш

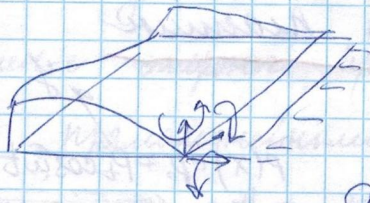
знак-х μ , т.е. $\mu \gtrsim 0,5$. Трай-ическое значение для расчётов реал. коэф-ти имеет 1^2 и. обн. нулет-ти.

30.10.19. Курсовая работа (парал. резонанс), Уст-во масс-м.
На основе задания. автор Ваиуб.

~ с. 242. (сривок. по СМ там 3) Мой вариант

урок 1.6 (с. 288) | Виская эн-ри SHELL (2D)

ANSYS - 131



$$\sigma_z = \frac{P \sqrt{1 - \nu^2}}{b^2 h}$$

$$\alpha = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)}$$

В справоч.

$\frac{a}{b}$	0,5	1	1,5	\dots
$k_{\text{ср}}$		4		\dots
$k_{\text{квт}}$		3,9		
$\delta\%$				

Переходу $k_{\text{ср}}$ отним-ся от $k_{\text{квт}}$ (добав)

Уточнить справочн. данные

$b = 1 \text{ м}$ (линии. баз. размер)

$h = 0,01 \text{ м}$

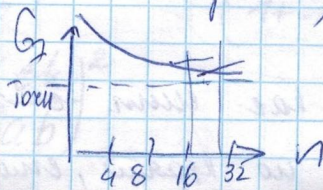
Сталь. $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

$\nu = 0,3$

$\rho = 7,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ (уплотн.)

Размер эл-та:

20x20 (норм. гр. свод. стандарта)



$$\delta = \frac{\sigma_{16} - \sigma_{32}}{\sigma_{16}} \cdot 100\% \leq 5\%$$

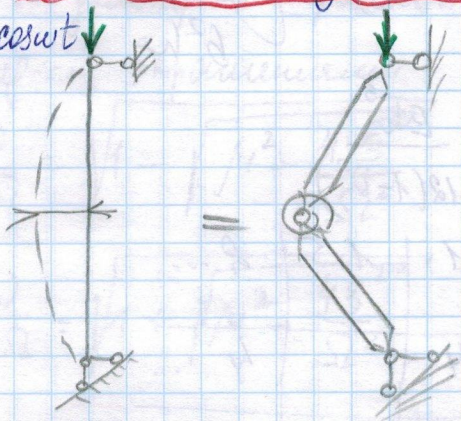
↑ сетка тонкая.

! Все мест. заделии нулево обводание сетки.

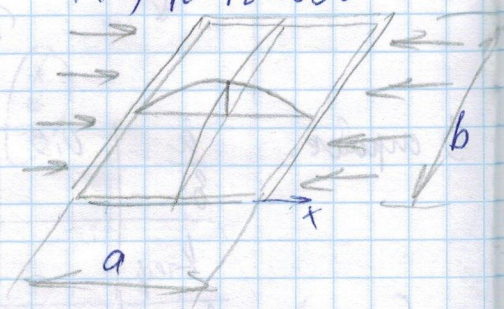
15.11.19

Динамическ. уст-ство машины

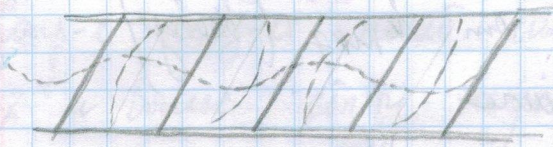
$$P(t) = P_0 + P_1 \cos \omega t$$



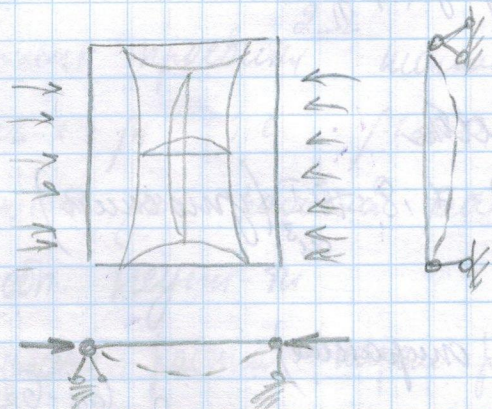
$$P(x) = P_0 + P_1 \cos \omega t$$



критическое $\sigma_7 = p_7 = k \frac{h^2 D}{b^2 h} ; k=4$



машина приклад. решит на квадратное



Машина ξ на ешт. с 1 ст. свод., считается шарнирно-опертой по краям, стоекост а оста-

иные неорбитальными, сторона $x=0$ неорбитальна,
 $x=a$ - свободно перемещается в том направлении,
 нагретая сторона при кол-вах пластин
 от ее прямоугольности.

Изопустую под ту пластину аппроксимировав
 сф. выражением: $w = f(t) \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}$

Из (рассмотрения) реш-е задачи собствен. кол. пластины
 методом Б-Г, приходим к выражению:

$$\int_0^a \int_0^b \left[h^2 \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \frac{\pi^4 \eta h}{a^4} (1 + \gamma^2)^2 \xi - \frac{\pi^2 h^2}{a^2} (p_x + \gamma^2 p_y) \xi + \frac{\pi^4 E h^4}{16 a^2 b^2} \left(\frac{1}{\gamma^2} + \gamma^2 \right) \xi^3 \right] = 0 \quad (*)$$

$$\xi = \frac{f}{h} \quad \gamma = \frac{a}{b}$$

Если считать изогр. край неорбитальным, т.е.

$$\Delta y = 0, \text{ то } p_y = \mu p_x - E \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{f}{b} \right)^2$$

(*) приходим к виду:

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + \omega_0^2 \left(1 + \frac{p_x^*}{p_{кр}^*} \right) \xi + \frac{0.75 (1 - \mu^2) (1 + 3\gamma^4)}{(1 + \gamma^2)^2} \omega_0^2 \xi^3 = 0.$$

$$\omega_0^2 = \frac{\pi^4 (1 + \gamma^2)^2}{12 \gamma^2 (1 - \mu^2)} \left(\frac{ah}{ab} \right)^2$$

Тогда получим:

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + \omega_0 \left(1 - \frac{P_x^*}{P_{кр}^*}\right)^2 \xi + \eta \xi^3 = 0.$$

$$P_x^* = \frac{P_x}{E} \left(\frac{b}{L}\right)^2 \quad P_{кр}^* = \frac{\pi^2 D}{b^2 L \lambda^2} \frac{(1 + \lambda^2)^2}{1 + \mu \lambda^2}$$

μ - коэф. Пуассона (попер. сущ)

Переходя к безразмер. пар-рам получим

$$P_x^* = p_0^* + p_t^* \cos \theta t$$

Введем частоту соб. колебл:

$$\Omega^2 = \omega_0^2 \left(1 - \frac{p_0^*}{P_{кр}^*}\right)$$

$k = \frac{p_0^* / P_{кр}^*}{1 - p_0^* / P_{кр}^*}$ - коэф. возбуждения, хар-се отнош-ся между переменной составляющей нагрузки и средним значением

(*) (*) $\frac{d^2 \xi}{dt^2} + \Omega^2 (1 - k \cos \theta t) \xi + \eta \xi^3 = 0$ ур. Матве

Всех отбросить член, сред-ний η - пар-р нелинейности, получаем ур-е Матве, соот-щее линейн. системе. Для лине. сист. в одн-ру

нейст-сти будет иметь место послед-ное возрастание амплитуды и от-ти нейст-ти будут иметь вид, аналогичный

длинами Айнса-Сиретта, поспрошенной
 где своб. - открыто стержня.

Глав. интерес представляет раз зона
 между ϵ -ти. $\theta = 2\Omega$.

где кин. система с учетом $\eta \xi^3$ асим-фор
 оказ-ся ограниченной. Определим сдв. Вводится

$$t_1 = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{p_0^2 t^2}{R_{кр}^2}} = \Omega t \quad \text{и} \quad \delta = \frac{\eta}{\Omega^2}$$

Тогда ~~xx~~ будет:

$$\frac{d^2 \xi}{dt_1^2} + \left(1 - k \cos \frac{\eta}{\Omega} t_1\right) \xi + \delta \xi^3 = 0 \quad \left(\frac{\eta}{\Omega}\right)$$

где $\theta = 2\Omega$ применим $\xi = A_1 \cos \frac{\theta t_1}{2\Omega} + B_1 \sin \frac{\theta t_1}{2\Omega}$

После тригонометр-х преобр-ий, аналогичных
 приведенных где стержня, отбрасывая члены с
 угловой частотой, получим:

$$(A_1 \cos x + B_1 \sin x)^3 = A^2 (A_1 \cos x + B_1 \sin x)$$

$$A^2 = A_1^2 + B_1^2, \text{ тогда } \xi^3 = A^2 \left(A_1 \cos \frac{\theta t_1}{2\Omega} + B_1 \sin \frac{\theta t_1}{2\Omega} \right)$$

Используем тригонометр. преобр-е:

$$\cos 2x \cos x = \frac{1}{2} (\cos x + \cos 3x)$$

$$\cos 2x \sin x = \frac{1}{2} (-\sin x + \sin 3x)$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Решим: } A_1 \left(1 - \frac{\theta^2}{4\Omega^2} - \frac{k}{2} + \frac{3}{4} \delta A^2 \right) \cos \frac{\theta t_1}{2\Omega} + \\
 & + B_1 \left(1 - \frac{\theta^2}{4\Omega^2} + \frac{k}{2} + \frac{3}{4} \delta A^2 \right) \sin \frac{\theta t_1}{2\Omega} = 0,
 \end{aligned}$$

27.11.19. Т.е. $A_1; B_1 \neq 0$ по условию, тогда

$(\dots) = 0$ Из реш-я получим систему

$$\begin{cases}
 f(\theta) = 0 \\
 g(\theta) = 0
 \end{cases}$$

при условии отсутствия
 ненулевого тривиального решения

границы первой зоны несут-ти:

$$\delta = 0$$

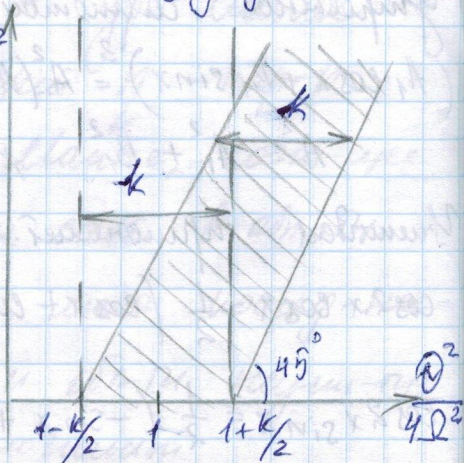
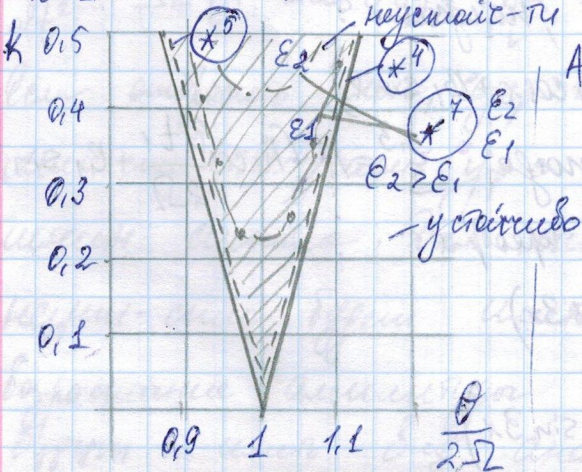
$$\begin{cases}
 \frac{\theta}{2\Omega} = \sqrt{1 - \frac{k}{2}} \\
 \frac{\theta}{2\Omega} = \sqrt{1 + \frac{k}{2}}
 \end{cases}$$

(*)⁴

$$A = \sqrt{\frac{\delta \neq 0}{3\delta} \left(\frac{\theta^2}{4\Omega^2} - 1 + \frac{k}{2} \right)}$$

Значение ф-ции A зависит
 от пара-метров δ и
 коэф-та возмущения k .

$$\frac{\theta}{2\Omega} \approx 1 \mp \frac{k}{4} \quad (*)^5$$



Темная заданная в мексиканской постановке, получаем "коридор", ограниченный вершинами. линиями шириной k . Внутри "коридора" амплитуды неограниченно возрастают

Внешнее линейное демпфирование.

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + 2\epsilon \frac{d\xi}{dt} + \Omega^2 (1 - k \cos \Theta t) \xi + \delta \xi^3 = 0 \quad (*)$$

ϵ - коэф. демпфирования.

Аналогично вводим нар-р времени: $t_1 = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{\rho_0}{\rho_0^*}} t = \Omega t$

$$\frac{d^2 \xi}{dt_1^2} + 2 \frac{\epsilon}{\Omega} \frac{d\xi}{dt_1} + \left(1 - k \cos \frac{\epsilon}{\Omega} t_1\right) \xi + \delta \xi^3 = 0$$

где $\delta = \frac{\Omega}{\Omega^2}$

$$\xi = A_1 \cos \frac{\Theta t_1}{2\Omega} + B_1 \sin \frac{\Theta t_1}{2\Omega}, \quad \text{гиперкоррели в световом}$$

механизме. упр-ие, учитывая $A^2 = A_1^2 + B_1^2$ непрерывное

решение δ данной сист. будет иметь место при:

$$\begin{vmatrix} 1 - \frac{\Theta^2}{4\Omega^2} - \frac{k}{2} + \frac{3}{4} \delta A^2 & \frac{\partial \epsilon}{\Omega^2} \\ -\frac{\partial \epsilon}{\Omega^2} & 1 - \frac{\Theta^2}{4\Omega^2} + \frac{k}{2} + \frac{3}{4} \delta A^2 \end{vmatrix} = 0$$

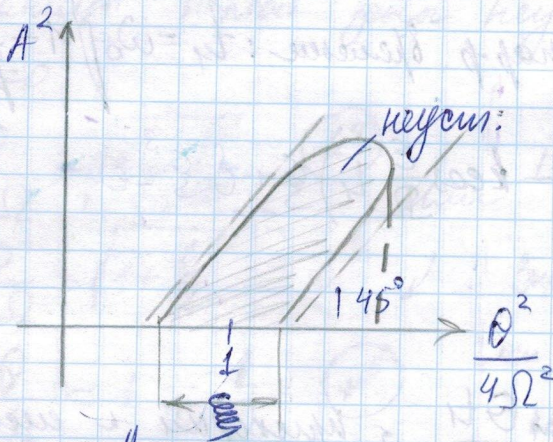
При отсут. нелиней. слоя δ (*) граница

первой зоны нулев. ор-се ур-еи:

$$\delta = 0 \quad \frac{\theta^4}{16\Omega^4} - 2 \frac{\theta^2}{4\Omega^2} \left(1 - \frac{2E^2}{\Omega^2} \right) + 1 - \frac{k^2}{4} = 0 \quad \text{или } \approx$$

(*)
$$\frac{\theta}{2\Omega} = \sqrt{1 \pm \sqrt{\frac{k^2}{4} - \frac{4E^2}{\Omega^2}}}$$

$$\delta \neq 0 \quad A = \sqrt{\frac{4}{3\delta} \left(\frac{\theta^2}{4\Omega^2} - 1 \pm \sqrt{\frac{k^2}{4} - \frac{4E^2}{\Omega^2}} \right)}$$



Считая $A=0$ можно найти ширину данной полосы вдоль оси абсцисс: $\xi = 2\sqrt{\frac{k^2}{4} - \frac{4E^2}{\Omega^2}}$, т.е. граница нулев. ор-се

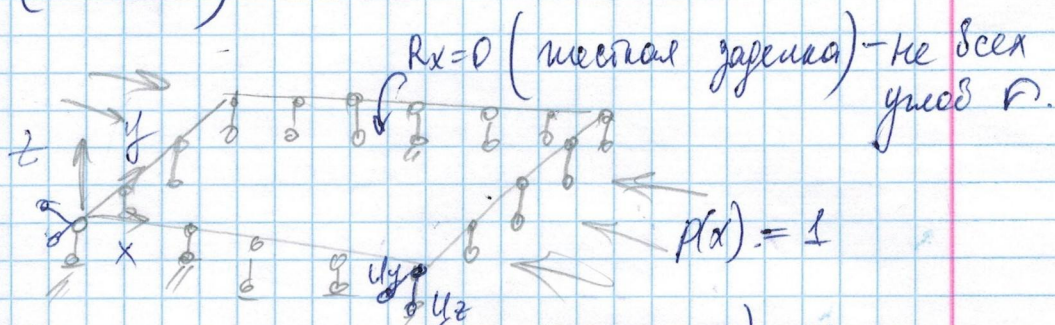
сближается при затухании.

Вместо границы k -зона достигает ширины ор-се абсцисс, зоны нулев. ор-се.

$$\frac{\sigma^2}{4\Omega^2} = \frac{k^2 \Omega^2}{16\epsilon^2}$$

k/p: все члены k ; ~~1,2; 1,4.~~

1; 1,2; 1,5; 1,8; 2,0; 2,2; 2,5 и ∞ (т.е. ≥ 5).



Своб. первый координат (по z не $\neq 0$) $U_z = 0$

Все узлы крепятся по z .

Движ. узлов фиксируем по всем направлениям (U_x, U_y, U_z)

Движ. узлов \perp направлению U_y и $U_z = 0$.

по z движимся все свободная.