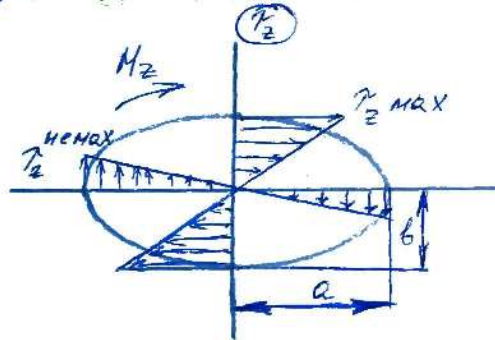


§4 Кручение брусков некруглого сечения

Гипотеза плоских сечений в данном случае не применима. Внешние корабельные сечения деформируются.

Возьмем бы доказательства некоторые формулы из теории упругости

а) брус с эллиптическим сечением



Максимальные касательные напряжения имеют в крайних точках принадлежащих малой полуоси.

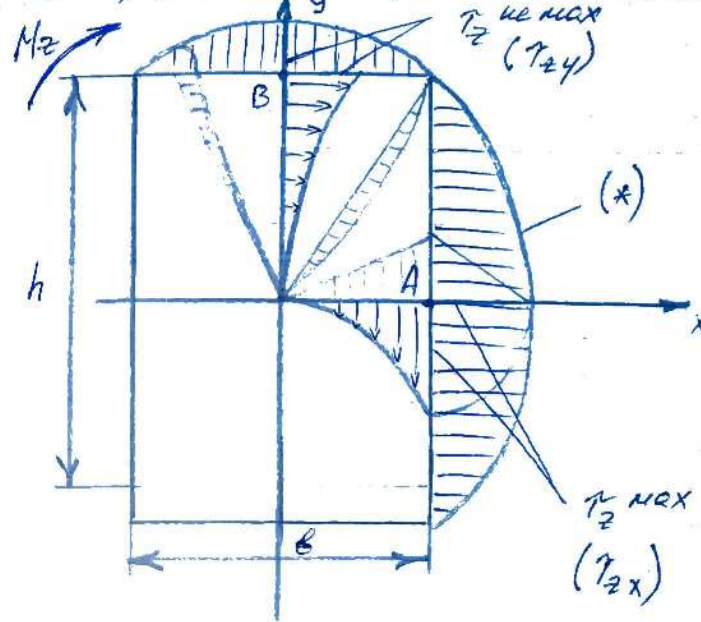
$$\tau_{z \max} = \frac{M_z}{W}$$

$$W_k = \frac{\pi a b^2}{2}$$

$$H = \frac{M_{\max}}{W_{kx}}$$

(6)
(7)

б) брус прямоугольного сечения



$$\tau_{z \max} = \frac{M_z}{W_k}$$

$$I_k = \beta h b^3$$

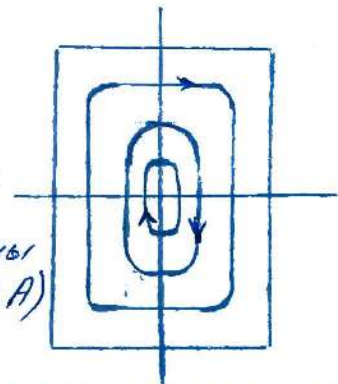
γ, α, β - некоторые справочные коэф.

$$\tau_z^B = \gamma \tau_z^A$$

$\tau_{z \max}$ имеет место по середине длинной стороны (г. А)

В угловых точках

сечения касательные напряжения = 0



(*) - зависимость распределения касательных напряжений по внешнему контуру.

h/b	1	1,5	2	3	4	6	8	10	∞
α	0,208	0,231	0,246	0,267	0,282	0,299	0,307	0,313	0,333
β	0,141	0,196	0,229	0,263	0,281	0,299	0,307	0,313	0,333
γ	1	0,899	0,795	0,753	0,745	0,743	0,742	0,742	0,742

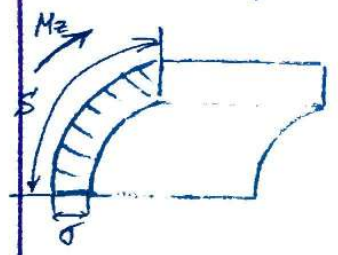
σI_k - жесткость сечения некруглого бруса при кручении

$$\frac{h}{b} \geq 10 \quad \alpha = \beta = \frac{1}{3}$$

$$W_k = \frac{1}{3} h b^2$$

$$I_k = \frac{1}{3} h b^3$$

б) кручение тонкостенных стержней открытого профиля

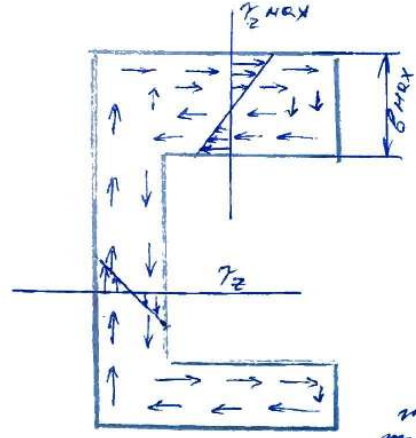
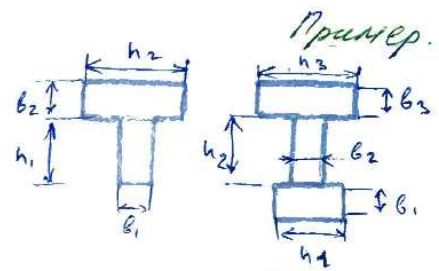


$$\tau_z = \frac{M_z}{W_k}$$

$$W_k = \frac{1}{3} \sum b^3$$

При расчете тонкостен. профили разбиваются на прямоугольники, приближенно считаясь, что каждый элемент такого сечения работает не равномерно.

Криволинейные элементы открыт. профили рассредоточиваются и рассчитываются как узкие прямоугольники.



$$\tau_z = \frac{M_z}{W_k}$$

$$W = \frac{I_k}{\sigma_{max}}$$

$$I_k = \sum_{i=1}^n \frac{1}{3} h_i b_i^3$$

$$\tau_z^{max} = \frac{M_z}{I_k} b_{max}$$

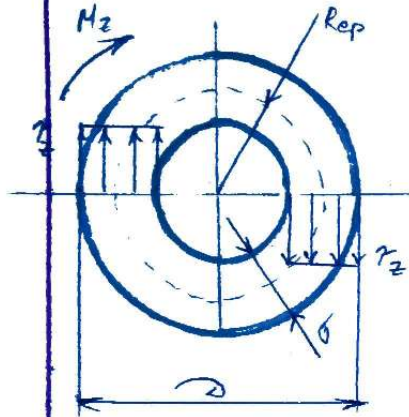
Максимальное касател. напряжение в том прямоугол. шне толщина которого максимальна.

В результате такого приближенного представления фактической крутильной жесткости

σI_k будет на 20% выше I и на 12% выше для K , чем по формуле (*)

2) Тонкостенные элементы закрытого профиля

1) Тонкостенное кольцо



Вследствии малой толщины стенки, считаем, что напряжения в ней распределены равномерно

$$I_p = \int_A \rho^2 dA = \int_A R_{ep}^2 dA = R_{ep}^2 A$$

$\rho \approx R_{ep}$ малость толщины стенки

$$A = 2\pi R_{ep} \delta \quad A_{ep} = \pi R_{ep}^2$$

$$\Leftrightarrow R_{ep}^2 2\pi R_{ep} \delta = 2 A_{ep} \cdot R_{ep} \cdot \delta$$

Полярный момент сопротивления

$$W_p = \frac{I_p}{\rho_{max}} = \frac{2 A_{ep} \cdot R_{ep} \delta}{R_{ep}} = 2 A_{ep} \delta$$

$$\tau_z^{max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{M_z}{2 A_{ep} \delta}$$

I_p - I при круглом сечении

I_k - I при всех остальных

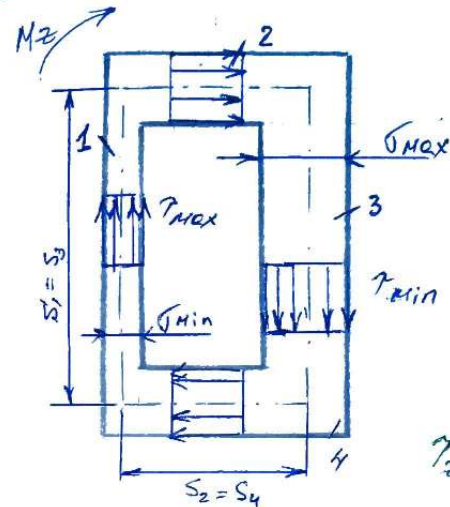
S_{ep} - площадь срединной

линии закручивания

$$\varphi = \int_0^L \frac{M_z dz}{G I_p} = \frac{M_z \cdot L}{G \cdot I_p} = \frac{M_z L}{G} = \frac{(S_{ep} / \delta)}{A_{ep}}$$

$$I_p = 2 A_{ep} R_{ep} \delta \cdot \frac{2\pi R_{ep} \delta}{2\pi R_{ep} \delta} = \frac{4 A_{ep}^2 \delta}{S_{ep}} \quad \begin{matrix} M_z = \text{const} \\ G I_p = \text{const} \end{matrix}$$

2) Тонкостенный коробчатый профиль



Вследствии малости толщины стенки, напряжения берутся равномерно распределенными

Нах макс. напряжения имеют в углах с наименьшей толщиной

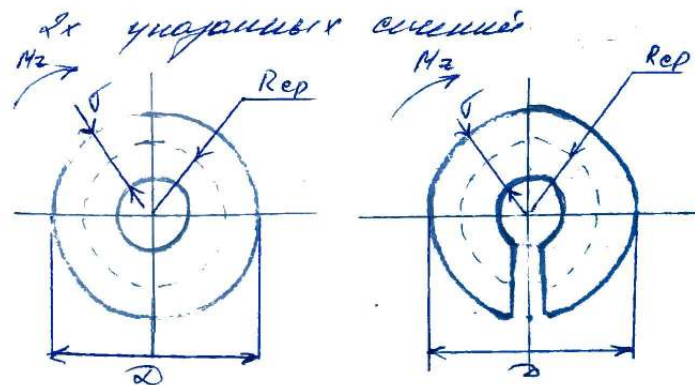
$$\tau_z^{max} = \frac{M_z}{W_k} = \frac{M_z}{2 A_{ep} \delta_{min}}$$

$$W_k = 2 A_{ep} \delta_{min}$$

$$A_{ep} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

Пример

Сравнить величины макс. напряжений для



$$\textcircled{1} \quad \tau_2' = \frac{M_z}{W_p} = \frac{M_z \cdot 4}{2\pi(D-\delta)^2 \delta}$$

$$W_p = 2A_{cp} \cdot \delta = 2\pi \left[\frac{D-\delta}{2} \right]^2 \delta$$

$$A_{cp} = \pi R_{cp}^2$$

$$R_{cp} = \frac{1}{2}(D-\delta)$$

$$\textcircled{2} \quad \tau_2'' = \frac{M_z}{W_k} = \frac{M_z \cdot 6}{2\pi(D-\delta)\delta^2}$$

$$W_k = \frac{1}{3} S \delta^2 = \frac{1}{3} 2\pi \left(\frac{D-\delta}{2} \right) \delta^2$$

$$S = 2\pi R_{cp} \delta = 2\pi \left(\frac{D-\delta}{2} \right) \delta$$

$$\frac{\tau_2''}{\tau_2'} = \frac{6 M_z \cdot 2\pi(D-\delta)\delta^2}{2\pi(D-\delta)\delta^2 M_z \cdot 4} = \frac{3(D-\delta)}{2\delta} \quad (**)$$

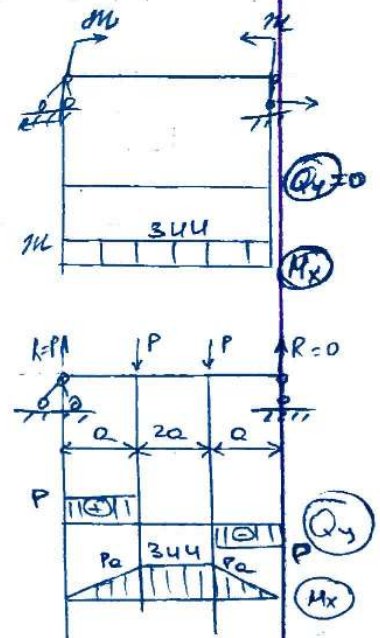
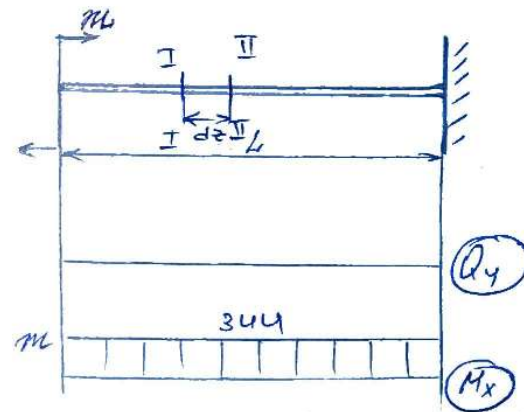
$$\text{Пример } D=15\delta, \text{ тогда } (**) = 21$$

Т.е. в открытом профиле напряжения значительно выше, чем в закрытом, т.е. он значительно менее прочен при деформации кручения

\$5 Определение нормальных напряжений при изгибе.

Изгиб прямой если деформационные моменты лежат в одной из главных центральных плоскостей сечения бруса

Изгиб чистый, если прогибается при отсечении поперечной силы



Рассмотрим элемент длиной dz в зоне чистого изгиба