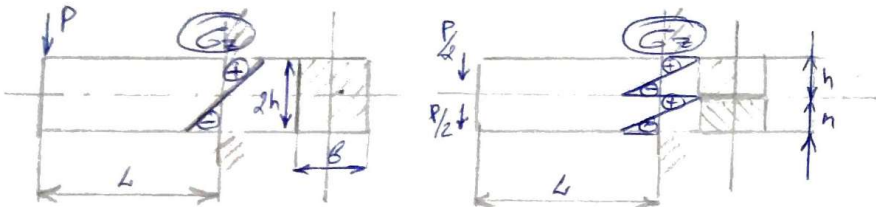


§9 Роль касательных напряжений

Касательное напряжение в балке - результат взаимодвижения ее элементов продольных слоев. Это можно определить, если рассмотреть балку из 2х слоев соединенных друг с другом.



$$\textcircled{1} \quad \sigma_z^{\max} = \frac{M_x^{\max}}{W_x} = \frac{M_x^{\max} \cdot 6}{64 \cdot b^2} = \frac{3}{2} \frac{M_x^{\max}}{bh^2}$$

$$\textcircled{2} \quad \sigma_z^{\max 2} = \frac{\frac{1}{2} M_x^{\max}}{\frac{6b^2}{6}} = \frac{M_x^{\max} \cdot 6}{28b^2} = \frac{3M_x^{\max}}{6b^2}$$

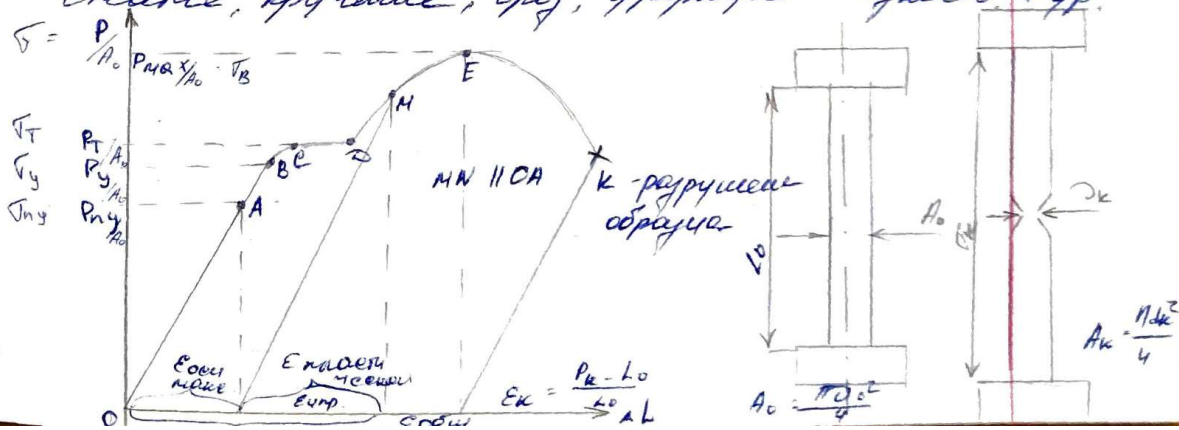
$$\frac{\sigma_z^{\max}}{\sigma_z^{\max 2}} = 2 \quad W_x = \frac{b(2h)^2}{6}$$

Т.е. вторая балка в 2 раза менее прочная - нормальные напряжения в ней в 2 раза больше. касат. напряж играют здесь немалую роль.

§10 Расчеты на прочность при простейших деформациях

§10.1 Тростые характеристики материалов.

Механические испытания материалов чтобы судить о прочности материалов под действием приложенных нагрузок, необходимо выяснить, при каком уровне напряжений в нем возникает остаточная деформация и при какой нагрузке происходит разрушение. На эти вопросы можно ответить только путем поведения материала экспериментальным путем. Проводятся испытания образцов материала на растяжение, сжатие, кручение, срез, ударную вязкость и др.



OA - упругий участок, на котором выполняется закон Гука

$$\epsilon \propto \sigma \sim E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$\sigma = E \cdot \epsilon$ - закон Гука

OB - уч. текучести, т.е. - предел текучести (начало участка текучести)

OE - уч. упрочения материала, снова обретается способность сопротивляться нагрузке $\Delta L = f(\rho)$ максимальная деформация достигнута

Она не является универсальной характеристикой материала, поскольку зависит от конкретных размеров образца.

$\sigma = f(\epsilon)$ - диаграмма условных напряжений. Чтобы избавиться от характеристик конкретного образца удлинение делим на начальную длину. Поперечную относительную линейную деформацию, а нагрузку делим на начальную площадь сечения образца, получаем условные нормальные напряжения.

или, действующие в образце.

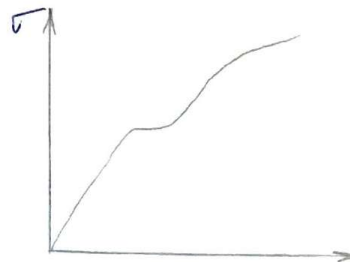
Напряжения в данном случае называются условными, т.к. мы делим нагрузку на A_0 в действительности $A_0 \neq \text{const}$ (4)

$\sigma_{\text{гн}} = \frac{P_{\text{гн}}}{A_0}$ - предел пропорциональности max напряжений до которого справедлив закон Гука

$\sigma_{\text{г}} -$ предел упругости - max напряжение, до которого отсутствует пластическая деформация в образце

$\sigma_{\text{т}} =$ предел текучести - уровень напряжений при котором происходит максимальное удлинение образца без заметного увеличения нагрузки.

Многие материалы не имеют четко выраженного начала текучести, поэтому согласно ГОСТ $\sigma_{\text{т}}$ это такое напряжение, при котором остаточная деформация образца ϵ_0 составляет 0,2%. Во все $\epsilon = 0,002$



Такой предел текучести называют условный и обозначают $\sigma_{0.2}$.

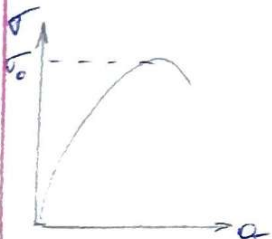
$\sigma_{0.2}$ - предел прочности - максимальное напряжение, которое выдерживает образец (временное сопротивление σ)

До точки E - образец остается цилиндрическим, равномерно удлиняется. Точка E в образце обозначается «шейка». Процесс заканчивается в точке K разрушением образца в шейке.

Для того чтобы исключить на диаграмме условия наибольшей упругой деформации линии прогиба и характерных точек строят и упругую часть.

Характеристики прочности

хрупкий материал



σ_T и σ_B - основные характеристики прочности пластического материала

σ_B - основной характеристикой хрупкого материала

Характеристика пластичности материала

$$\delta = \frac{l_k - l_0}{l_0} \cdot 100\% \text{ - коэффициент относительного удлинения при разрыве}$$

$\delta \leq 5\%$ - хрупкий материал

$\delta > 5\%$ - пластичный материал

$$\psi = \frac{A_0 - A_k}{A_0} \cdot 100\% \text{ - коэффициент относительного сужения}$$

Предельное напряжение

Для пластичного материала предельное напряжение σ_T , т.к. большие пластические деформации не допускаются.

Для хрупкого материала предельное напряжение σ_B

Допускаемое напряжение

Напряжение в конструкциях должно быть меньше предельных, чтобы случайные перегрузки не привели к катастрофе, поэтому вводится

показатели допускаемых напряжений - минимальные напряжения при которых обеспечивается прочность, долговечность и безопасность конструкции

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{прег}}{n} \quad n > 1 \text{ коэф. запаса}$$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T} \quad \text{пластич. мат. } n_T = 1,5 \div 2$$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_B}{n_B} \quad \text{хрупкий мат. } n_B = 2,5 \div 5$$

коэффициент запаса должен быть минимальным с точки зрения экономичности, но достаточным с точки зрения безопасности.

Подробнее о выборе коэф. запаса для различных конструкций

(см. курс деталей машин)

Сопыташе на кручение как правило не проверяете, потому что допускаемое касательное напряжение равномерно по всей поверхности.

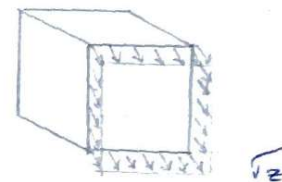
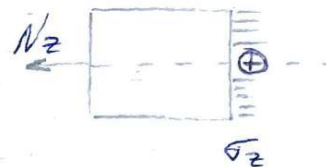
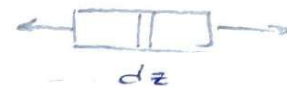
$$[\tau]_T = (0,5 \div 0,6) [\sigma]_T \quad \text{пластичный}$$

$$[\tau]_B = (0,8 \div 0,9) [\sigma]_B \quad \text{хрупкий}$$

§ 10.2 Условия прочности

при простейших деформациях

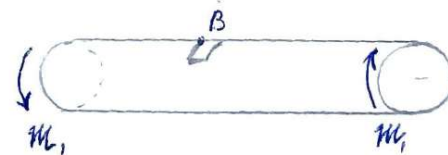
Растяжение - сжатие



$$\sigma_z^{\max} = \frac{N_z}{A} \leq [\sigma] \quad \sigma \leq [\sigma]$$



Кручение

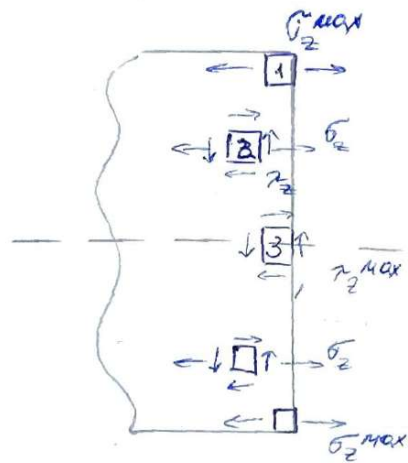
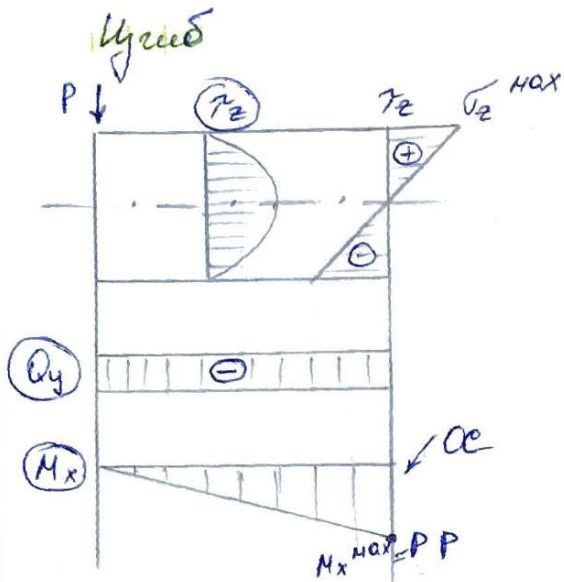


B - опасная точка

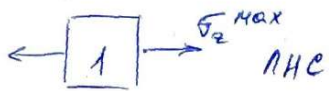
Опасная точка - любая точка на поверхности вала



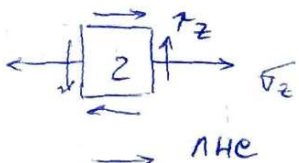
$$\tau_z^B = \tau_z^{\max} = \frac{M_z^{\max}}{W_p} \leq [\tau] \quad [\tau] = 0,5 \div 0,6 [\sigma] \quad \text{пластич. материал}$$



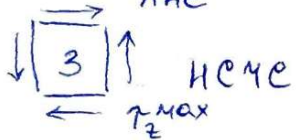
Чел. прочность



$$\sigma_z^{\max} = \frac{M_x^{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$$



$$\tau_z = \frac{Q_y S_x^W}{I_x b_y} \leq [\tau]$$



Исследовавшим установлено, что если выполним условие для точки 1 (*), то условие прочности точек 2 и 3 выполнится автоматически, потому что расчеты не

прочность при шире выполняются по формуле (*)

§ 10.3 Три типа задач при расчетах на прочность.

1 Прочность элемента конструкции

раст-есть $\sigma_z^{\max} = \frac{N_z^{\max}}{A} \leq [\sigma]$ $\tau_z^{\max} = \frac{M_z^{\max}}{W_p} \leq [\tau]$ - крив.

шире $\sigma_z^{\max} = \frac{M_x^{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$

2 Определение безопасной нагрузки

$$N_z^{\max} \leq A[\sigma] \quad M_z^{\max} = W_p[\tau]$$

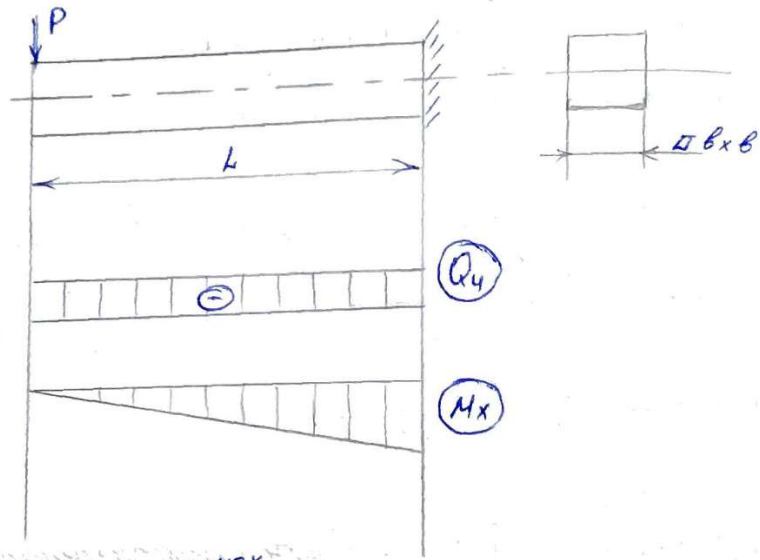
$$M_x^{\max} = W_x[\sigma]$$

3 Подбор сечения на стадии проектирования

$$A \geq \frac{N_z^{\max}}{[\sigma]} \quad W_p(k) = \frac{M_z^{\max}}{[\tau]}$$

$$W_x \geq \frac{M_x^{\max}}{[\sigma]}$$

Пример: подобрать размер сечения для бруса постоянного квадратного сечения



$$\sigma_z^{\max} = \frac{M_x^{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

$$M_z^{\max} = PL$$

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{b^4 \cdot z}{12 \cdot b} = \frac{b^3}{6}$$

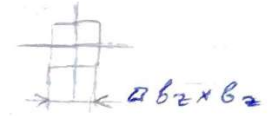
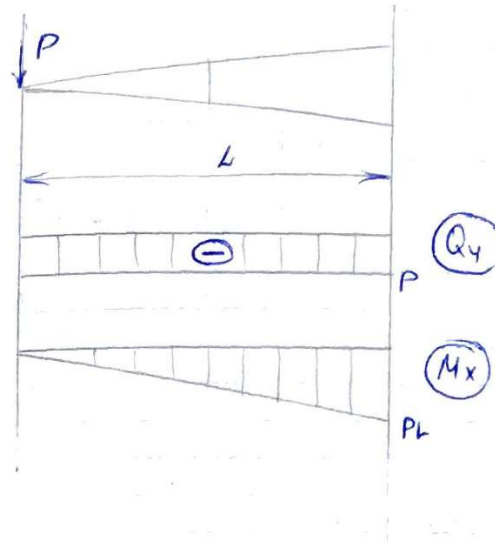
$$I_x = \frac{b b^3}{12} = \frac{b^4}{12}$$

$$W_x \geq \frac{M_x^{\max}}{[\sigma]}$$

$$\frac{b^3}{6} \geq \frac{P \cdot L}{[\sigma]}$$

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{6 \cdot P \cdot L}{[\sigma]}}$$

2. Подобрать размер сечения и постоянного сечения



$$\sigma_z = \frac{M_x}{(W_x)_z} \leq [\sigma]$$

$$M_x = P \cdot z$$

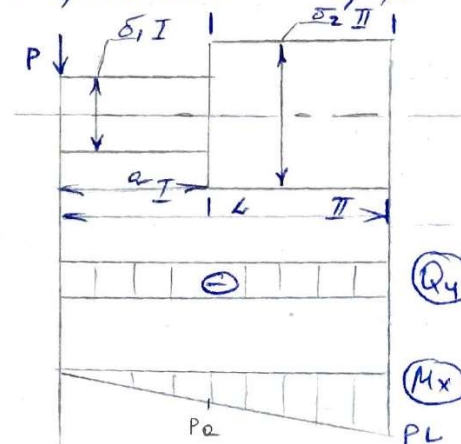
$$(W_x)_z = W_x(z)$$

$$(W_x)_z \geq \frac{M_x}{[\sigma]}$$

$$\frac{\sigma_z^3}{6} \geq \frac{P \cdot z}{[\sigma]}$$

$$\sigma_z \geq \sqrt[3]{\frac{6 \cdot P \cdot z}{[\sigma]}}$$

3. Внутренний брус квадратного сечения



подобрать на опасное сечение I-I и II-II

сечение I-I

$$M_x^{\max} = P \cdot a$$

$$\sigma_1 \geq \sqrt[3]{\frac{6 \cdot P \cdot a}{[\sigma]}}$$

сечение II-II

$$M_x^{max} = p \cdot l$$

$$\sigma_2 \approx \sqrt[3]{\frac{6P \cdot l}{[\sigma]}}$$

Для таких задач иногда встает вопрос подбора оптимальной конфигурации ступенчатого бруса из условий минимального объема

$$\frac{V_{min}}{V} = \sigma_1^2 \cdot a + \sigma_2^2 (1-a) = f(a)$$

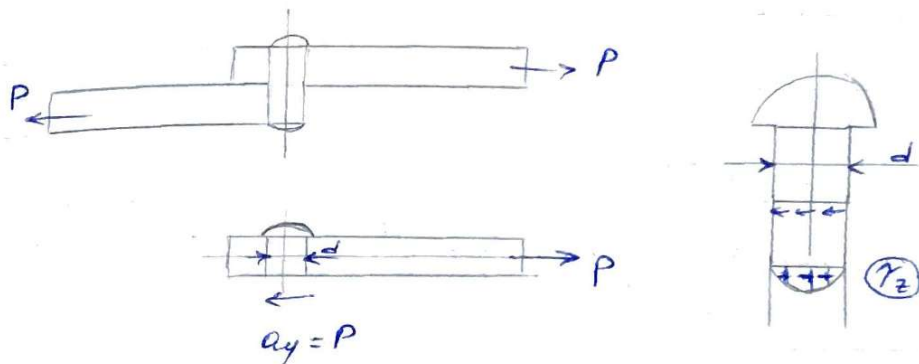
$$\frac{dV}{da} = 0$$

$$a = ?$$

§ 11 Числовая прочность при срезе и смятии

В соединенных работающих на сдвиг (заклепочные, болтовые) в поперечных сечениях возникают значительные

силы (средневозмущающие силы) по сравнению с которыми внутренние изгибающие моменты пренебрежимо мало и прочность оценивается только по касательным напряжениям



Для оценки прочности в 1м приближении характер распределения касательных напряжений по сечению принимается равномерным

$$\tau = \frac{P = Q_y}{A} \leq [\tau] \text{ чел. прочн.} \quad A_{per} = \frac{\pi d^2}{4}$$

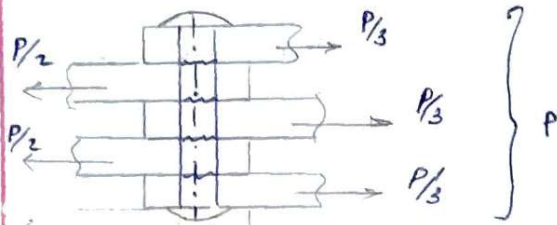
$$\frac{P}{A} \leq [\tau]$$

$$\frac{4P}{\pi d^2} \leq [\tau]$$

$$d \approx \sqrt[3]{\dots}$$

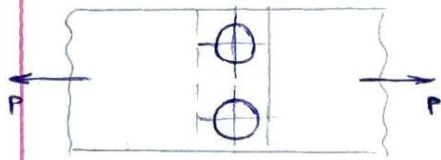
Если соединено несколько одинаково работающих деталей

Если соединено несколько резьбовых
элементов детали



$$\tau = \frac{P}{nA} \leq [\tau]$$

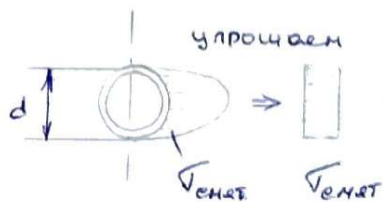
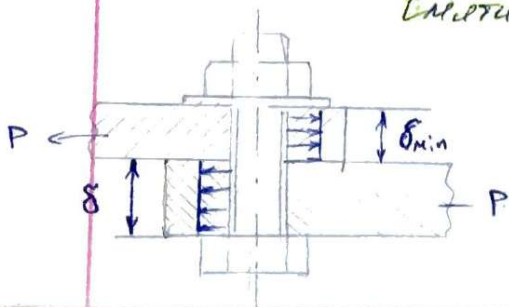
n - кол-во элементов (здесь 4)



$$\tau = \frac{P}{m \cdot n \cdot A} \leq [\tau]$$

m - кол-во отверстий (здесь 2)

Смещение



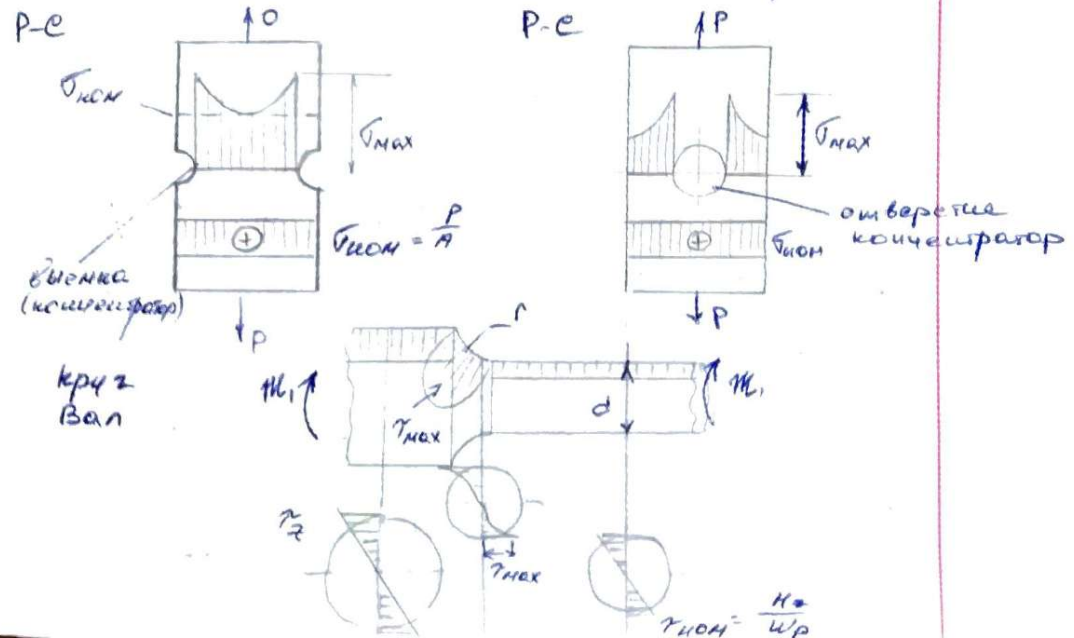
$$\sigma_{\text{ем}} = \left[\frac{P}{A_{\text{ем}}} = \frac{P}{d \cdot \delta_{\text{мин}}} \leq [\sigma] \right]_{\text{ем}}$$

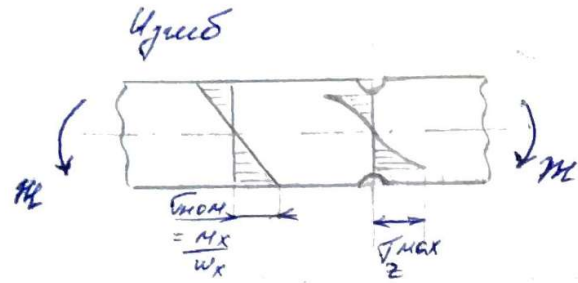
$A_{\text{ем}} = d \delta_{\text{мин}}$ - площадь попер-ти элемента

$[\sigma]_{\text{ем}}$ - допустимое напряжение на элемент

§ 12 Расчеты на прочность при концентрации напряжений

Концентрация напряжений выражается в
виде уменьшения характера распределения
напряжений по сечению детали и в зависимости
размера уменьшения форм и размеров детали





При наличии концентраторов напряжений расчет ведется при использовании теоретического коэффициента концентрации. Гипотеза плоского сечения здесь не выполняется

$$\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{ном}}} > 1$$

$$\alpha_\tau = \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\text{ном}}} > 1$$

Значение коэфф. концентр. берется из справочных табл. Они зависят от форм и вида концентратора

$$\sigma_{\max} = \alpha_\sigma \sigma_{\text{ном}} \leq [\sigma]$$

$$\tau_{\max} = \alpha_\tau \tau_{\text{ном}} \leq [\tau]$$

$$\sigma_{\text{ном}} \leq \frac{[\sigma]}{\alpha_\sigma}$$

$$\tau_{\text{ном}} \leq \frac{[\tau]}{\alpha_\tau}$$

Получим выражение справедливо для хрупких материалов. Умножим материал прочностные характеристики в результате пластической деформации, т.е. σ растет ^{выше} не прочностной ($\sigma \leq \sigma_T$). Это позволяет не учитывать концентрацию при статических нагрузках и проводить расчет по стандартным условиям

$$\sigma_{\text{ном}} \leq [\sigma] \quad \tau_{\text{ном}} \leq [\tau]$$

