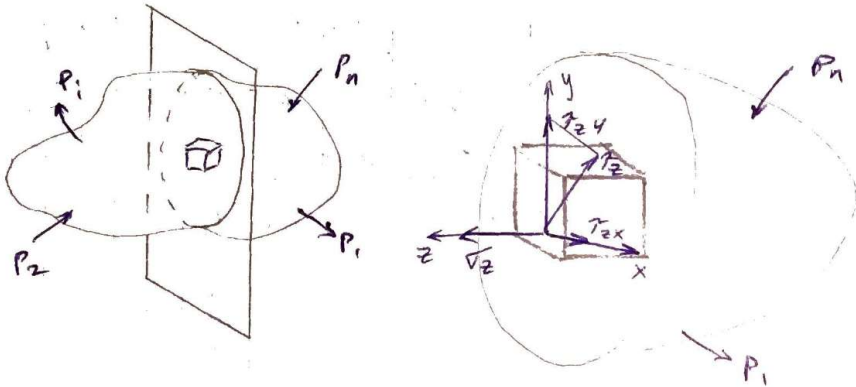


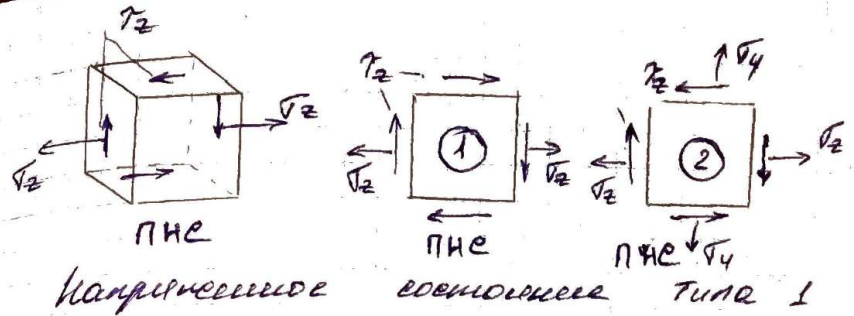
Главе 3.

Виды теории напряженного и деформированного состояния материала

§1 Постановка задачи



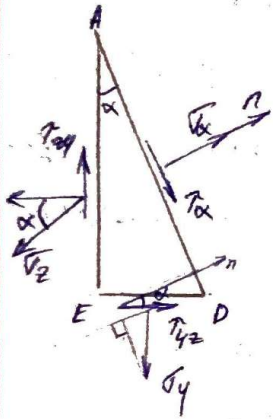
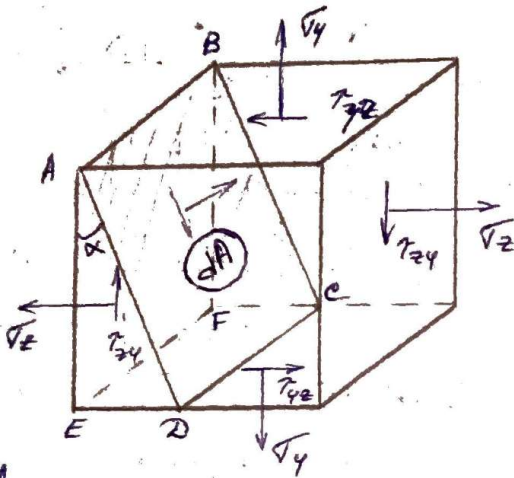
Если имеют место внешние силы действующие на брус в любой произвольной точке бруса поворачивают нормальные и касательные напряжения. Ориентацию элементарный параллелепипед определенным образом можно свести напряженное состояние в точке к каноническому напряженному состоянию.



Напряженное состояние типа 1 имеет место в брус, σ_y отвечает в силу шпигель, что означает величина и давит друг на друга. В плоскостях и оболочках мы имеют напряженное состояние типа 2. Но различие состояний 1 и 2 определяется не уровнем их главных осевых напряжений, а значением главных напряжений.

Главными называются напряжения в площадке, в которых отсчетной касательные напряжения.

§2 Определение напряжений в произвольной наклонной площадке



Центр тяжести площади и свободных граней.

Обозначим:

$$S_{ABED} = dA$$

$$S_{ABFE} = dA \cos \alpha$$

$$S_{DBFE} = dA \sin \alpha$$

$$\vec{n}: \sigma_x dA - \sigma_z (dA \cos \alpha) \cos \alpha - \sigma_y (dA \sin \alpha) \sin \alpha +$$

$$+ \tau_{yz} (dA \cos \alpha) \sin \alpha + \tau_{zy} (dA \sin \alpha) \cos \alpha = 0 -$$

- условие равновесия

$$\sigma_x = \sigma_z \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha - \tau_{zy} \sin 2\alpha \quad (*)$$

$$\vec{n} \perp \vec{n}: \tau_x dA - \sigma_z (dA \cos \alpha) \sin \alpha + \sigma_y (dA \sin \alpha) \cos \alpha -$$

$$- \tau_{zy} (dA \cos \alpha) \cos \alpha + \tau_{yz} (dA \sin \alpha) \sin \alpha = 0$$

$$\tau_x = \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{yz} \cos 2\alpha \quad (**)$$

§ 3 Поиски о главных напряжениях и главных площадках

Если представить σ_x и τ_x как функции
от α

$$\sigma_x = f_1(\alpha)$$

$\tau_x = f_2(\alpha)$, то можно подобрать тангенс α ,
чтобы касательные напряжения = 0, тогда
нормальные напряжения имеют макс

значения.



Главное напряжение - это напряжения
которые действуют в главных площадках

Главные площадки - площадки, в которых
касательные напряжения = 0. Нормальные
напряжения, действующие в главных пло-
щадках называют главными напряжениями.

Эти напряжения являются экстремальными
среди всех нормальных напряжений.

Для нахождения экстремума procedure
 ищутся уравнения (*) и приравняем к 0

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} = 0$$

$$-2\sigma_z \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 + 2\sigma_y \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 - 2\tau_{zy} \cos 2\alpha_0 = 0$$

$$-2 \left(\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha_0 + \tau_{zy} \cos 2\alpha_0 \right) = 0$$

$$\text{или (**)} \quad \tau_\alpha = 0$$

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{\sin 2\alpha_0}{\cos 2\alpha_0} = - \frac{2\tau_{zy}}{\sigma_z - \sigma_y} \quad (***)$$

Это выражение дает 2 значения угла α_0 :

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_0 \\ \alpha_0 + 180^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \left. \begin{array}{l} \alpha_0 \\ \alpha_0 + 90^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{2 угла характеризуют} \\ \text{поперечные} \\ \text{главные напряжения} \end{array}$$

Правило знаков для (***)

• по $\searrow \oplus$ против ч.е. $\nearrow \ominus$

• Нормальные напряжения вводят в формулу
 по со знаком "+" если они растягивающие
 со знаком "-" если сжимающие



• касательные напряжения записываются
 со знаком "+", если они стремятся
 повернуть частицу по часовой стрелке



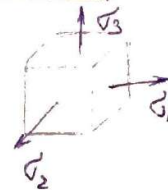
Найдем величину главных напряжений

$$\sigma_{\text{гн}}^I = \sigma_z \cos^2 \alpha_0 + \sigma_y \sin^2 \alpha_0 - \tau_{zy} \sin 2\alpha_0$$

$$\sigma_{\text{гн}}^{II} = \sigma_z \cos^2(\alpha_0 + 90^\circ) + \sigma_y \sin^2(\alpha_0 + 90^\circ) - \tau_{zy} \sin 2(\alpha_0 + 90^\circ)$$

Если в данных выражениях выразить
 \sin и \cos через $\tan 2\alpha$, а величине
 $\tan 2\alpha$ быть по формуле (***) в
 результате получаем:

$$\sigma_{\text{гла}} = \sigma_{\text{мин}}^{\text{max}} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{zy}^2}$$

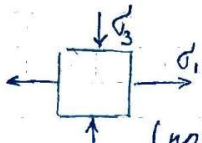


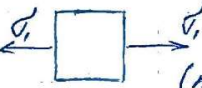
$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

$$\begin{array}{l} 50 \text{ МПа} \rightarrow \sigma_2 \\ 200 \text{ МПа} \rightarrow \sigma_1 \\ -300 \text{ МПа} \rightarrow \sigma_3 \end{array}$$

Могут иметь место 3 случая:

1 $\sigma_1 \neq 0$; $\sigma_2 \neq 0$; $\sigma_3 \neq 0$ ОЧР
(объемное напряженное состояние)

2 $\sigma_2 = 0$; $\sigma_1 \neq 0$; $\sigma_3 \neq 0$
 ПЧР
(плоское напряженное состояние)

3 $\sigma_2 = 0$; $\sigma_3 = 0$; $\sigma_1 \neq 0$
 ЛЧР
(линейное напряженное состояние)

§4 Определение главных напряжений в бруске

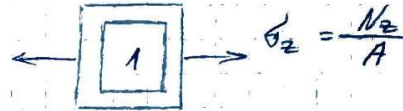
По опытку устанавливается, что соседние брусочки в бруске не давят друг на друга, то $\sigma_y = 0$

$$\sigma_{2,3} = \sigma_{\max/\min} = \sigma_1' = \frac{\sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_z^2}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_z}{\sigma_z}$$

Частные случаи

1 Растяжение (сжатие)



$$\sigma_{2,3} = \frac{\sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2} = \frac{\sigma_z}{2} \pm \frac{\sigma_z}{2}$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = \sigma_z$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_3 = 0$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2 \cdot 0}{\sigma_z} = 0$$

Сжатие



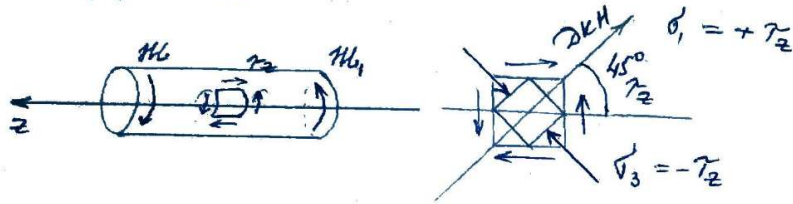
$$\sigma_{2,3} = \frac{-\sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-\sigma_z}{2}\right)^2}$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = -\frac{\sigma_z}{2} + \frac{\sigma_z}{2} = 0$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_3 = -\frac{\sigma_z}{2} - \frac{\sigma_z}{2} = -\sigma_z$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot 0}{-\sigma_z} = 0$$

2. Кручение



$$\sigma_{2,1} = \sigma_3' = \pm \sqrt{\tau_z^2} = \pm \tau_z$$

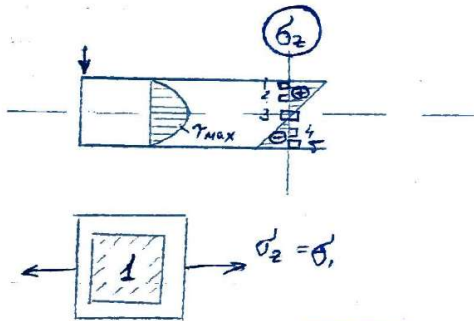
$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = +\tau_z$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_3 = -\tau_z$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{-2(-\tau_z)}{0}$$

$$2\alpha_0 = 90^\circ; \quad \alpha_0 = 45^\circ$$

3. Изгиб

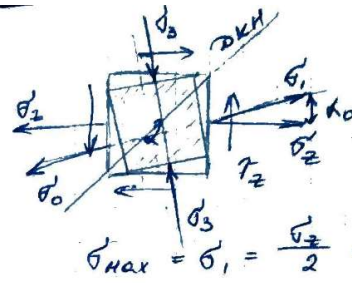


$$\sigma_{2,1} = \sigma_3' = \frac{\sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2}$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = \sigma_z^{\max}$$

$$\sigma_3' = 0$$

$$\alpha_0 = 0$$



$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = \frac{\sigma_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_z^2}$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_3 = \frac{\sigma_z}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_z^2}$$

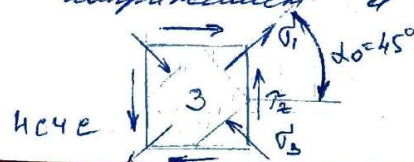
$$\operatorname{tg} 2\alpha = -2 \frac{(-\tau_z)}{\sigma_z} = \frac{2\tau_z}{\sigma_z}$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2\tau_z}{\sigma_z} \right)$$

Определив угол α_0 , выбираем площадку с алгебраически большим нормальным напряжением

Это вертикальная площадка, поворачиваем ее на угол α_0 против часовой стрелки

При этом направление наибольшего главного напряжения будет всегда диагональю внутри 45° образованного алгебраически большим нормальным напряжением и Д.к.ч.

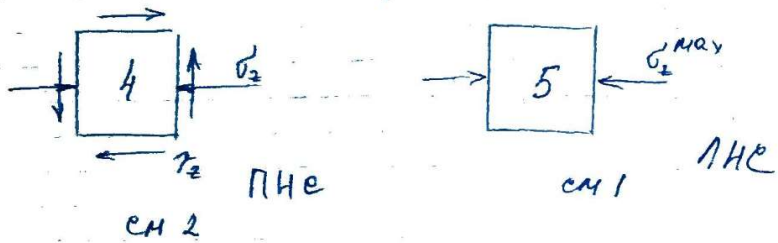


$$\sigma_3' = \pm \sqrt{(\tau_z^{\max})^2} = \pm \tau_z^{\max}$$

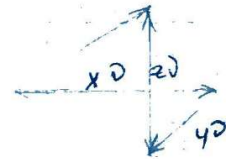
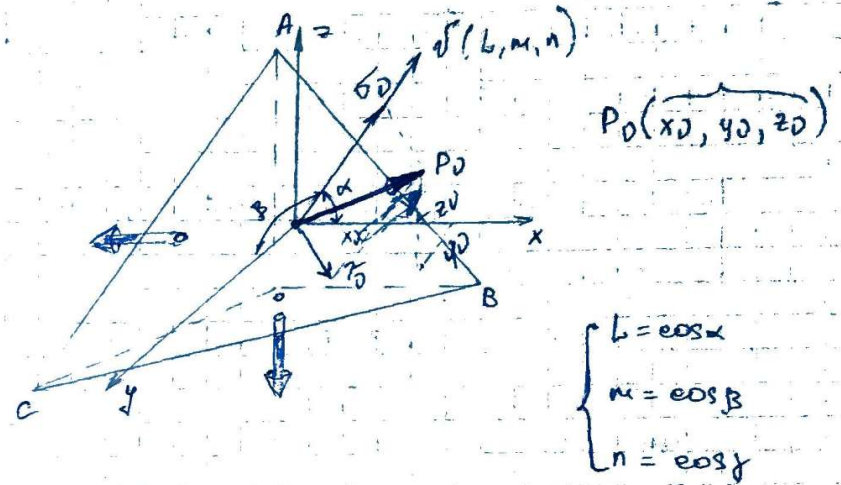
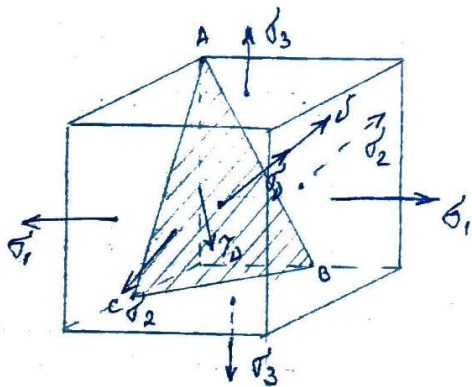
$$\sigma_1 = \tau_z^{\max}$$

$$\sigma_3 = -\tau_2^{\text{MAX}}$$

$$\text{tg } 2\alpha_0 = -\frac{2(-\tau_2^{\text{MAX}})}{0} = +\infty \rightarrow \alpha_0 = 45^\circ$$



§5 Определение напряжений в произвольной площадке через главные напряжения



$$\begin{cases} L = \cos \alpha \\ m = \cos \beta \\ n = \cos \gamma \end{cases}$$

Запишем условие равновесия по осям:

$$\begin{aligned} X: x_0 dA &= \sigma_1 dA \cos \alpha \\ Y: y_0 dA &= \sigma_2 dA \cos \beta \\ Z: z_0 dA &= \sigma_3 dA \cos \gamma \end{aligned}$$

$$S_{ABE} = dA$$

$$S_{AOE} = dA \cos \alpha$$

$$S_{BOE} = dA \cos \beta$$

$$S_{COE} = dA \cos \gamma$$

$$P_0 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$$

$$P_0^2 = (\sigma_1 L)^2 + (\sigma_2 m)^2 + (\sigma_3 n)^2$$

$$x_0 = \sigma_1 \cos \alpha$$

$$y_0 = \sigma_2 \cos \beta$$

$$z_0 = \sigma_3 \cos \gamma$$

Раскладываем P_D на нормальную и касательную составляющие

$$\sigma_D dA = \sigma_1 (dA \cos \alpha) \cos \alpha + \sigma_2 (dA \cos \beta) \cos \beta + \sigma_3 (dA \cos \gamma) \cos \gamma$$

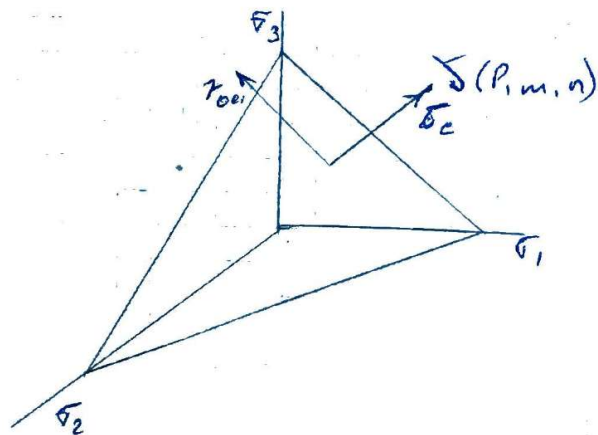
$$\sigma_D = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \beta + \sigma_3 \cos^2 \gamma \quad (*)$$

$$\tau_D = \sqrt{P_D^2 - \sigma_D^2} \quad (**)$$

частные случаи

Частные случаи

1. Напряжение в октаэдрических площадках (площадки равнонаклонены к главным площадкам или осям)

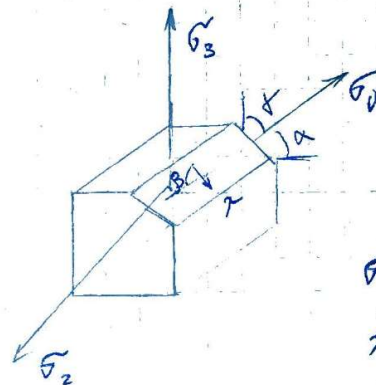


$$L = M = N = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad L^2 + M^2 + N^2 = 1$$

$$\sigma_D = \sigma_{окт} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \sigma_{ср}$$

$$\tau_D = \tau_{окт} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

2. Напряжение в площадке // одной из главных напряжений.



α - произвольный угол

$$\beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\gamma = (\frac{\pi}{2} - \alpha)$$

$$\sigma_D = \sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha$$

$$\tau_D = \tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha \quad (***)$$

Вывод: если площадка // одной из напряжений, то это напряжение не оказывает влияния на величины σ и τ

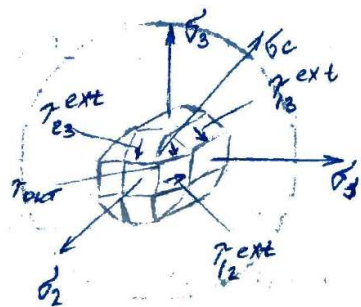
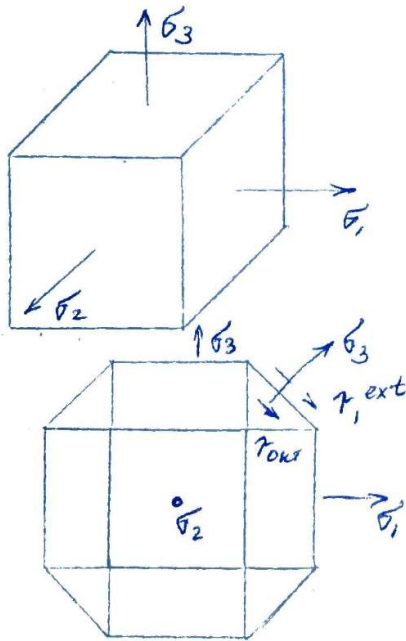
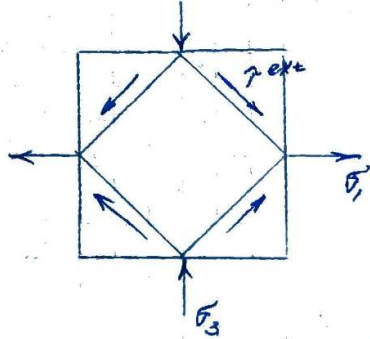
Максимальное касательное напряжение (экстремальное)

Исследуй формулы (***) на экстремум можно прийти к выводу:

$$\sin 2\alpha = 1$$

$$\tau_{\alpha}^{ext} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad 2\alpha = 90^\circ \quad \alpha = 45^\circ$$

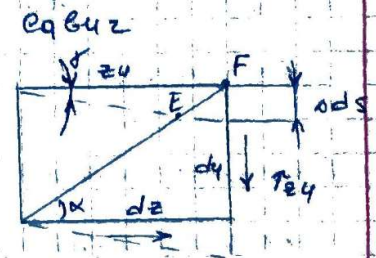
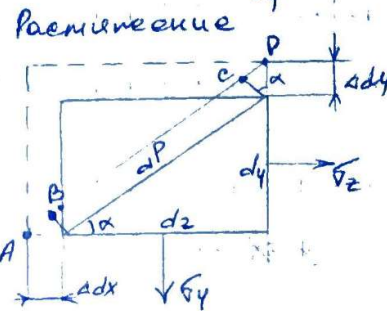
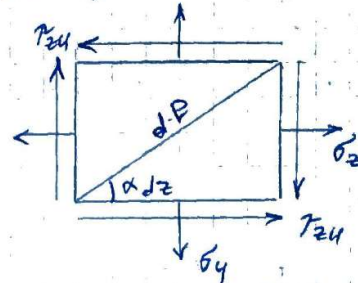
Экстремальное касательное напряжение имеет место в площадках равнонаклоненных к главным, при этом направление τ_{α}^{ext} идет от меньшему к большому



Ромбо-кубо октаэдр 26 граней

§6 Основы теории деформации

Изобразим в ПНС и рассмотрим деформацию его диагональ



Деформации диагональ расположенной

под углом α

$$\epsilon_{\alpha} = \frac{\Delta dP}{dP}$$

$$\Delta dP = AB + CD - EF \quad (*)$$

$$\epsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz}$$

$$\epsilon_y = \frac{\Delta dy}{dy}$$

$$dz_y = \frac{\Delta ds}{dz}$$

$$\begin{aligned}
 (*) & \Rightarrow \Delta dz \cos \alpha + \Delta dy \sin \alpha - \Delta ds \sin \alpha = \\
 & = \epsilon_z dz \cos \alpha + \epsilon_y dy \sin \alpha - \gamma_{zy} dz \sin \alpha = \\
 & = \epsilon_z \underbrace{dL \cos \alpha}_{dz} + \epsilon_y \underbrace{dL \sin \alpha}_{dy} - \\
 & - \gamma_{zy} (dL \cos \alpha) \sin \alpha = \epsilon_z dL \cos^2 \alpha + \epsilon_y dL \sin^2 \alpha - \\
 & - \frac{dzy}{z} dL \sin^2 \alpha
 \end{aligned}$$

$$\epsilon_x = \frac{\Delta L}{dL} = \epsilon_z \cos^2 \alpha + \epsilon_y \sin^2 \alpha - \frac{\gamma_{zy}}{z} \sin^2 \alpha \quad (****)$$

деформация в продольном направлении

Вспомнив понятие тензора напряжений и введен понятие тензора деформации

$$T_{ij} = \sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

$$\tau_{ij} = \epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \epsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \frac{1}{2} \gamma_{xz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{yx} & \epsilon_y & \frac{1}{2} \gamma_{yz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{zx} & \frac{1}{2} \gamma_{zy} & \epsilon_z \end{bmatrix}$$

В следствии симметрии T_{ij} и τ_{ij} содержат лишь по 6 независимых компонентов. Эти компоненты по-прежнему характеризуют напряженное (деформированное) состояние в точке.

Сравниваем выражение (****) и уравнение ранее полученное для ϵ_x отметим их сходимость.

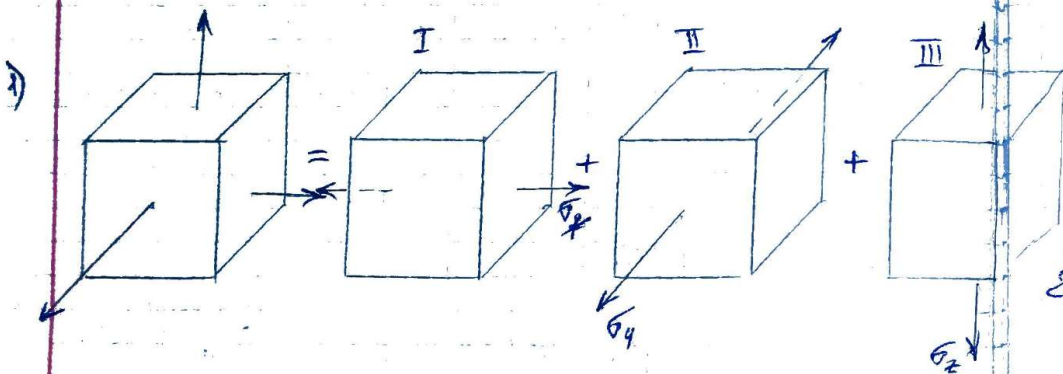
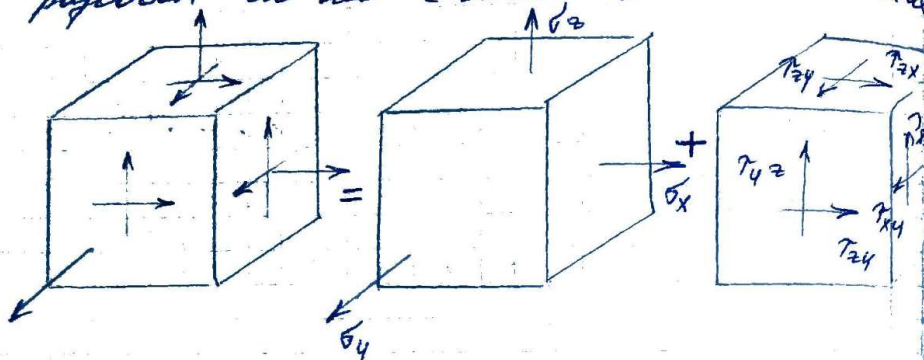
Таким образом формулы теории деформации можно получить из формул теории напряжений, заменив компоненты T_{ij} компонентами τ_{ij}

$$\sigma_x = (\epsilon_z - \epsilon_y) \sin^2 \alpha + \gamma_{zy} \cos^2 \alpha$$

$$\epsilon_{T_A} = \epsilon_{\max} = \epsilon_1 = \frac{\epsilon_z + \epsilon_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\epsilon_z - \epsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{zy}}{2}\right)^2}$$

§ 7 Обобщенный закон Гука

Рассмотрим элементарный куб по 4 действующим объемам напряжений состоящим и разобьем его на 2 более простых срединки



$$\begin{aligned} \text{I. } \sigma_x &\rightarrow \epsilon_x' = \frac{\sigma_x}{E}; \quad \epsilon_y' = -\frac{\nu \sigma_x}{E}; \quad \epsilon_z' = -\frac{\nu \sigma_x}{E} \\ \text{II. } \sigma_y &\rightarrow \epsilon_y'' = \frac{\sigma_y}{E}; \quad \epsilon_x'' = -\frac{\nu \sigma_y}{E}; \quad \epsilon_z'' = -\frac{\nu \sigma_y}{E} \\ \text{III. } \sigma_z &\rightarrow \epsilon_z''' = \frac{\sigma_z}{E}; \quad \epsilon_x''' = -\frac{\nu \sigma_z}{E}; \quad \epsilon_y''' = -\frac{\nu \sigma_z}{E} \end{aligned}$$

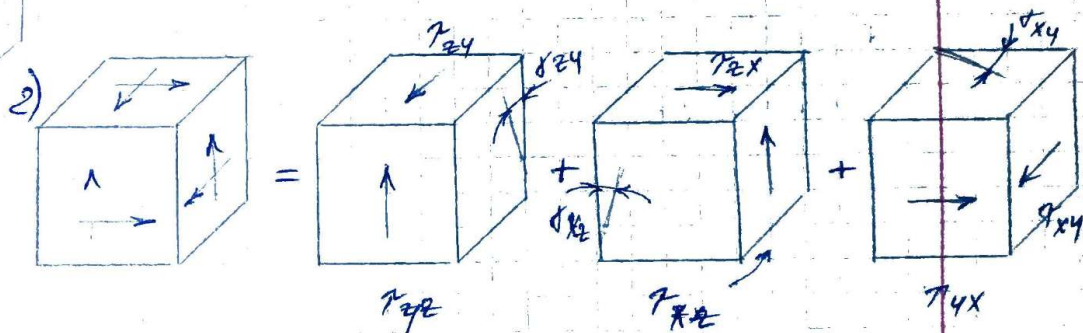
Применим принцип суперпозиции складываем результаты

$$\epsilon_x = \epsilon_x' + \epsilon_x'' + \epsilon_x''' = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu)(\sigma_y + \sigma_z)$$

$$\epsilon_y = \epsilon_y' + \epsilon_y'' + \epsilon_y''' = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu)(\sigma_x + \sigma_z)$$

$$\epsilon_z = \epsilon_z' + \epsilon_z'' + \epsilon_z''' = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu)(\sigma_x + \sigma_y)$$

разбивая 2 на простейшие, получаем

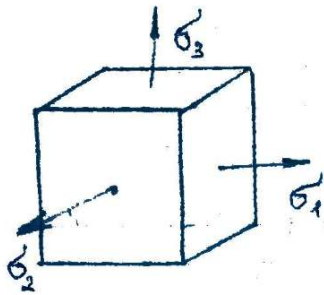


$$\delta_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

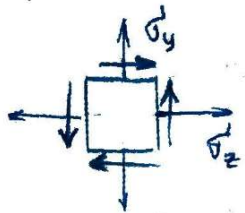
$$\delta_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\delta_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

Если все деформации малы



$$\begin{aligned}\epsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 - \sigma_3)] \\ \epsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)] \\ \epsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)]\end{aligned}$$



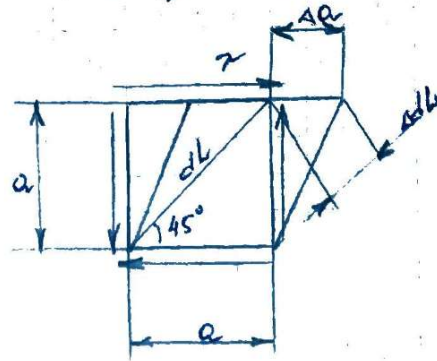
$$\begin{aligned}\epsilon_z &= \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu\sigma_y) \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu\sigma_z) \\ \epsilon_x &= -\frac{\nu}{E} (\sigma_y + \sigma_z) \\ \gamma_{zy} &= \frac{\tau_{zy}}{G}\end{aligned}$$

Если величины враще все известны, то можно определить величины деформаций

$$\begin{aligned}\sigma_z &= \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_z + \nu\epsilon_y) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_y + \nu\epsilon_z) \\ \tau_{zy} &= G\gamma_{zy}\end{aligned}$$

§ 8 Зависимость между деформацией и напряжением

Рассмотрим элемент при НДС (напряж. всег. числ. сфера)



$$\epsilon = \frac{\Delta dl}{dl} = \frac{\sigma \cdot a \sqrt{2} \sqrt{2}}{a \cdot 2} = \frac{\sigma}{2}$$

$$\Delta dl = \Delta \sigma \cdot \sin 45^\circ = \sigma \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan \phi = \phi = \frac{\Delta \sigma}{\sigma}$$

$$dl = \frac{a}{\cos 45^\circ} = \frac{a \cdot 2}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned}\epsilon &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] = \frac{1}{E} [\tau - \nu(-\tau)] = \\ &= \frac{1}{E} [\tau - \nu(-\tau)] = \frac{\tau}{E} (1 + \nu)\end{aligned}$$

$$\epsilon_1 = \epsilon$$

$$\frac{\sigma}{2} = \frac{\tau}{E} (1 + \nu), \quad \tau = G\gamma$$

$$\frac{\sigma}{2} = \frac{G\gamma}{E} (1 + \nu)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

§9 Гипотезы прочности

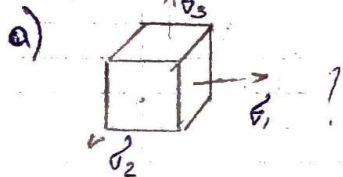
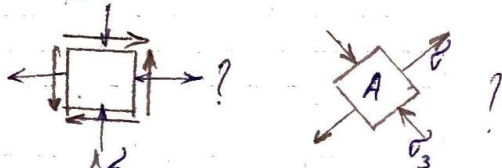
и пластичности



$$\sigma \leq [\sigma] = \frac{\sigma_{прег}}{n}$$



$$\tau \leq [\tau]$$



Как оценивать прочность частиц в
элементе напряженным состоянием.
На сегодняшний момент не существует

универсальной теории для оценки
прочности частицы при сложном напря-
женном состоянии. Делаем допущение,
что предельное состояние определяется
только наибольшим собственным в
данной точке, чтобы оценить она будет
заданного ИР, оно сравнивается с
предельным значением.

Чтобы сравнить прочность точек А и В
подбирается такое напряжение $\sigma_{экв}$,
чтобы это эквивалентное напряжение
было равнонапряженным с заданным



Для решения этой задачи выведем
формулы для:

1) Гипотезы наибольших нормальных напряжений
(Ганглей)

$$\left. \begin{array}{l} \text{а) } \sigma_1 \leq [\sigma] \\ \text{б) } \sigma_{экв} \leq [\sigma] \end{array} \right\} \text{а) } \sigma$$

$$\sigma_{экв} = \sigma_1 \leq [\sigma]$$

Минусы гипотезы:

- 1) Не учитывается σ_2 и σ_3
- 2) Экспериментально подтверждается только
для хрупких материалов.

В наст. вр. время не применяется.

2. Гипотеза наибольшей линейной деформации. (Кулон)

$$\left. \begin{aligned} \alpha) \quad \epsilon_{\max} = \epsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 - \sigma_3)] \\ \delta) \quad \epsilon_{\max} = \frac{\sigma_{\text{жвб}}}{E} \end{aligned} \right\} \alpha = \delta$$

$$\sigma_{\text{жвб}} = \sigma_1 + \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]$$

Минусы гипотезы:

1) справедлива только для хрупких матер

3. Гипотеза наибольших касательных напряжений - ответственные за разрушение (включает максимальные касательные напряжения)

$$\alpha = \delta \left\{ \begin{aligned} \alpha) \quad \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 \sigma_3}{2} \\ \delta) \quad \tau_{\max} = \frac{\sigma_{\text{жвб}}}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \boxed{\sigma_{\text{жвб}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]}$$

$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_T$ Треско́
критерий пластичности

Минусы:

- 1) справедлива только для пластичных
 - 2) не учитывает σ_2
- Целольчезец

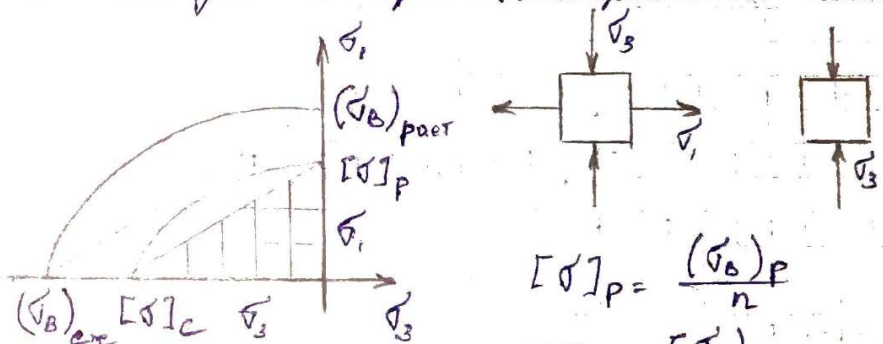
4. Гипотеза максимальных октаэдрических касательных напряжений:

$$\alpha = \delta \left\{ \begin{aligned} \alpha) \quad \tau_{\text{окт}} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \\ \delta) \quad \tau_{\text{окт}} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_{\text{жвб}} - 0)^2 + (0 - 0)^2 + (0 - \sigma_{\text{жвб}})^2} = \frac{\sigma_2}{3} \sigma_{\text{жвб}} \end{aligned} \right.$$

$$\sigma_{\text{жвб}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma] = \sigma_T$$

(Мисес) \downarrow
формула
пластичности
Мисеса

5. Гипотеза О. Мора (экстремальная гипотеза)



$$[\sigma]_p = \frac{(\sigma_1)_p}{n}$$

$$[\sigma]_c = \frac{(\sigma_3)_c}{n}$$

Получается экстрем. путь.

Она является нелинейной характеристикой материала. Для каждого материала она своя.

σ_2 - пренебрегаем
на практике кривую заменяют прямой

$$\frac{\sigma_1}{[\sigma]_p} - \frac{\sigma_3}{[\sigma]_c} = 1 \quad | \cdot [\sigma]_p$$

$$\sigma_1 - \frac{[\sigma]_p}{[\sigma]_c} \sigma_3 = [\sigma]_p \quad k=1 \text{ для пластичных}$$

$$k = \frac{[\sigma]_p}{[\sigma]_c}$$

$$\sigma_{эKB} = \sigma_1 - k\sigma_3 \leq [\sigma]_p \quad \text{гипотеза Мора}$$

При $k=1$ гипотеза совпадает с 3й гипотезой прочности.

Плюсы гипотезы:

- применима для хрупких и пластичных материалов

Минусы:

- Напряжения ролтены соотносятся опер. образом. $\frac{\sigma_3}{\sigma_1} \leq 0$, но напряженное состояние в бруске как раз отвечает этому условию, поэтому теория Мора

широко применяется в инженерных расчетах.

Глава 4

§1 Общий случай расчетов на прочность

При стержневых сопротивлениях в поперечном сечении бруса действуют одновременно несколько силовых факторов. Расчеты на прочность при ее обосновывают на принципе неравенства действит. сил.

Алгоритм решения задач:

- 1 построить эпюру ВЭФ и найти опасные сечения
- 2 В опасных сечениях построить эпюры напряжений и найти опасные точки
- 3 для опасной точки изобразить напряженное состояние и сделать проверку по условию прочности (гипотеза прочности)