

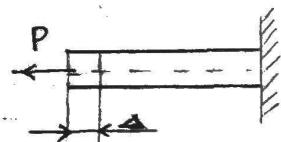
Глава 5

Определение чистых перемещений
расчета на прочность

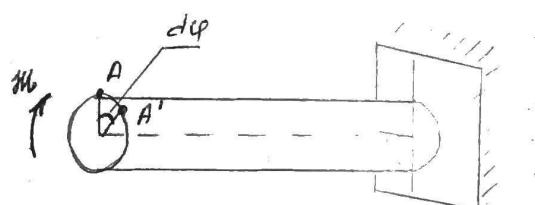
§ 1 Чистые перемещения. Виды перемещений

Перемещение - это вспомогательная деформация

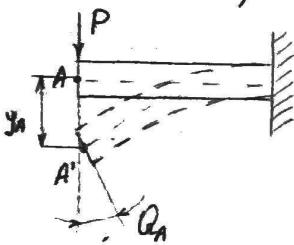
тела



Δ -последнее перемещение



dr - чистое перемещение



γ_A, α_A - поперечное и
угловое перемещение
свободного конца бруса

Перемещение бывает поперечное и
угловое

При проектировании конструкций необходимо ограничивать чистые перемещения от элементов, для этого свободные чистые перемещения

$$\Delta \leq [\Delta]$$

(1)

Допустимое перемещение определяется
человескими эксплуатационными и износовыми
изогнутиями

Расчеты на прочность:

- 1) конструирование расчета:
по избранной форме бруса, форму
поперечного сечения и заданным
нагрузкам, подбираются размеры сечения,
чтобы выполнить чистое (1)

- 2) Определение грузоподъемности:

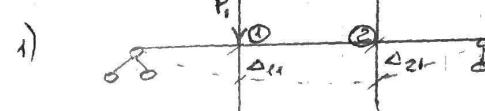
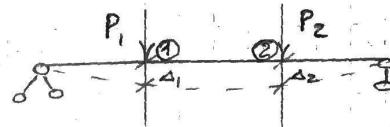
по существенным размерам бруса и
важущих, в связи загружки находят
максимальную величину внешних
сил, которые вызывают перемещения
равные допустимым

③ Проверочные расчеты:

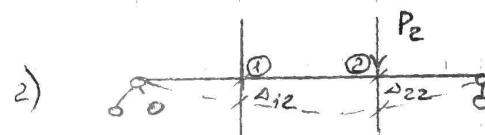
по существенным размерам и нагрузке
определенное перемещение и сравнивают
с допускаемыми.

Определяемые размеры конструируемых
и величины нагрузок определяют
в помощь расчетов: не пропускать
и не забывать

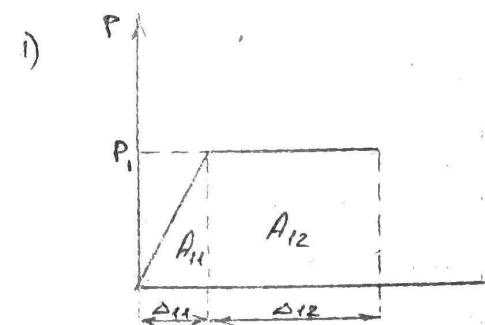
§ 2 Теоремы о суперпозиции разд. и перемещений



$$\Delta_1 = \Delta_{11} + \Delta_{12}$$

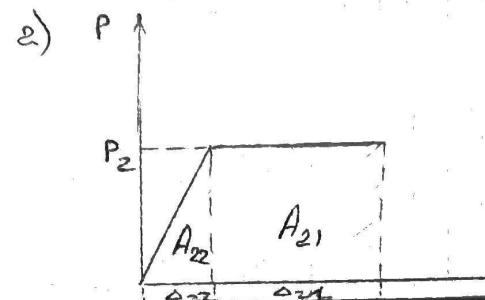


$$\Delta_2 = \Delta_{21} + \Delta_{22}$$



$$A_{11} = \frac{1}{2} P_1 \Delta_{11}$$

$$A_{22} = \frac{1}{2} P_2 \Delta_{22}$$



$$A_{12} = P_1 \cdot \Delta_{12}$$

$$A_{21} = P_2 \cdot \Delta_{21}$$

Причина работы

$$1) A_1 = A_{11} + A_{22} + A_{12} = \frac{1}{2} P_1 A_{11} + \frac{1}{2} P_2 A_{22} + P_1 \Delta_{12}$$

$$2) A_2 = A_{22} + A_{11} + A_{21} = \frac{1}{2} P_2 A_{22} + \frac{1}{2} P_1 A_{11} + P_2 \Delta_{21}$$

$$A_1 = P_2 \Rightarrow P_1 \Delta_{12} = P_2 \Delta_{21}$$

Горизонтеровка!

Работа внешних сил 1 состояния

на перемещение 2го состояния равна

работе сил 2 состояния на перемещение,

вызванных тем состоянием

- Г. Э. Бетти

Если быть уловившие силы равные Σ ,

а перемещение от единичной силы

обозначить через δ , то

$$\delta_{12} = \delta_{21} \quad (1 \cdot \delta_{12} = 1 \cdot \delta_{21})$$

- Г. О бражности перемещений

- Г. Накельона

Горизонтеровка:

Перемещение 2го состояния силы

силы борьба ее направление, вызванное действием 2ой силы, равно перемещению

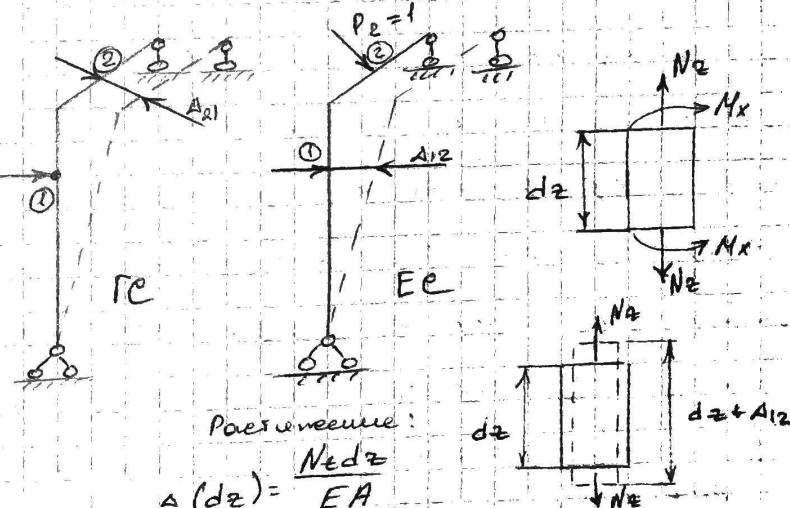
точки приложении. Второй силы борьба ее направление, вызванного действием первой силы.

§ 3 Определение перемещений

методом Мора

рассмотрим пластино разрез под действием

внешних нагрузок



под воздействием силы все точки конструции получат перенесение.

Задача: определить перенесение точки привильной в заданном направлении.

Метод Мора - общий метод определения перенесения. Погрешь для любой машинно-деструктивной системы и любого характера нагрузок в том числе температурной

Уравнение метода Мора законченного из принципа бережливых перенесений - сила единичная находиться в равновесии под действием приложенной нагрузки, внутренних сил от суммы работ внешних и внутренних сил на любом возможном бесконечном плане перенесения точек этой системы

$$\delta U_{\text{нет}} = 0$$

$$A_{\text{сил}} + A_{\text{внеш}} = 0$$

В начальне возможного перенесения выбирай перенесение, которое конструирование получит от единичной силы, приложенное в начальной или точке и в выбранном или новом направлении

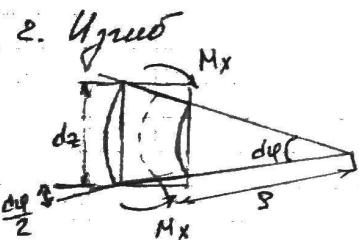
Рассмотрим 2 состояния - чистое и единичное, на котором теорема о близости работ и перенесений, а вместе отнесения работ всех единичного состояния на единичных перенесениях, будем искать работы единичного состояния чистого перенесения, что существенно облегчает задачу

Германи перенесение передающее перенесение, как машинное / или относительное

мы используем единичную единицу,
так и угловую (для отсекания изогну-
гут единичный момент)

находим выражение для количества изгиба
при перенесении:

1) Выбран участок dz . Растижение
(рисунок, где рамы)



Под действием изгибывающего момента сечение повернется друг за относительного друга на угол $d\varphi$ (ρ -радиус кривизны).

$$\frac{1}{S} = \frac{M_x}{EI_x}$$

$$d\varphi = \frac{dz}{S}$$

$$tq d\varphi = \frac{dz}{S}$$

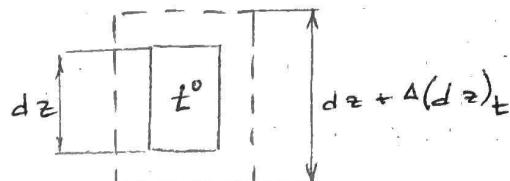
$$\frac{1}{S} = \frac{d\varphi}{dz}$$

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_x}{EI_x} \Rightarrow$$

$$d\varphi = \frac{M_x dz}{EI_x}$$

переизысканий сдвиг α преобразуется,
т.к. ее влияние очень мало.

* Если существует падение



$$\Delta(d\varphi)_t = \alpha t dz$$

t - температура

α - коэф. теплового расширения

2) Определение работы внешних сил на их перенесение

$$\text{Анели} = P_2 \cdot \Delta_{21} = 1 \cdot \Delta_{21}$$

3) Определение работу вынужденных сил на их перенесение

$$-dA_{\text{бок}} = \frac{N_2 N_2 dz}{EA} + \frac{\bar{M}_X M_X dz}{EI_X} (+N_2 x t dz)$$

Проинтегрируем по длине бруса

$$-A_{\text{бок}} = \sum_{i=1}^n \int_0^L \frac{N_2 N_2 dz}{EA_i} + \sum_{i=1}^n \int_0^L \frac{\bar{M}_X M_X dz}{EI_{X,i}} + \left(\sum_{i=1}^n \int_0^L N_2 x t dz \right)$$

Суммирование идет по кон-6м участкам

2 - кон-6м участков

1 - первое конкретное значение

Так как сумма величин в трех зонах

$$\text{равна} = 0 \quad (A_{\text{боки}} + A_{\text{бокд}} = 0), \text{ то}$$

$$(3) \Delta_{21} = \sum_{i=1}^n \int_0^L \frac{N_2 N_2 dz}{EA} + \sum_{i=1}^n \int_0^L \frac{\bar{M}_X M_X dz}{EI_X} (+t; M_X; Q_Y) + \int_0^L \frac{\bar{M}_2 M_2 dz}{G I_p(k)}$$

$\int_0^L \sum_{i=1}^n (N_2 x t dz)$ - сдвиг (сдвиг вперед) (переход t no
второе значение)

$$+ \sum_{i=1}^n \int_0^L x t \frac{M_X}{W} dz \rightarrow t_1 \boxed{t_2 > t_1} \quad t_1 \boxed{t_2} \quad t_1 \boxed{t_2} \quad \left\{ \begin{array}{l} t_2 > t_1 \\ t_1 < t_2 \end{array} \right.$$

$$(4) - \sum_{i=1}^n \int_0^L \bar{R} \Delta_R dz - \text{сдвиг осагка опор}$$

Если в прогрессивном методе есть
 $\sum_{i=1}^n \int_0^L \frac{\bar{M}_Y M_Y dz}{EI_Y}$ - сдвиг сопротивления

EI_Y неизвестен в начале

N_2, M_X, H_2, M_Y - ВСР от внешних сил

$\bar{N}_2, \bar{M}_X, \bar{H}_2, \bar{M}_Y$ - ВСР от единичного сдвига

α - коэф. температурного расширения материалов

t - t равномерного нагрева

$\Delta t = t_2 - t_1$ - переход t no высокое значение

ΔR - осагка опоры

R - реальные опоры от действующих агрегатов
сил, приспособлены к начальному расположению

Алгоритм определения

перемещений по Фурье-Маре

1. Рассчит с заданным ГС изображением EC

в единичной нагрузке, соответствующей
единичному перемещению

2. Определение реальной опор при ГС и EC

3. Вспомогательное изображение буртажного для расчета по участкам при ГС и ЕС

4. Данные буртажного представлена в формуле

Мора (3н4), прочесоры штабирование по
различному участку и вычисление
(методом) по участкам. Результат - искаженное перемещение

* В буртажных с плавающейся палубой
перемещения симметричные, они буртажного
дополнены схемой в формулу Мора
как функция от z ($A(z), I_x(z), I_y(z), I_{p(x)}(z)$)

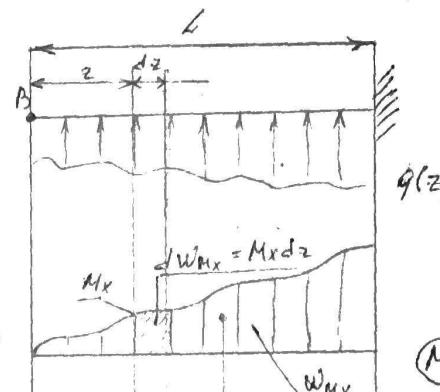
Однако перемещение

Единичную силу или момент задаем против
всех, кроме + в надводном перемещении
одинаков, что она откладывается в направле-
нии присоединенной единичной нагрузки

§ 4 Способ Верещагина

для вычисления интеграла Мора
(гидравлический способ)

Данный способ применяется для брусьев
в принципиальной форме и методом
исследования в пределах каждого участка



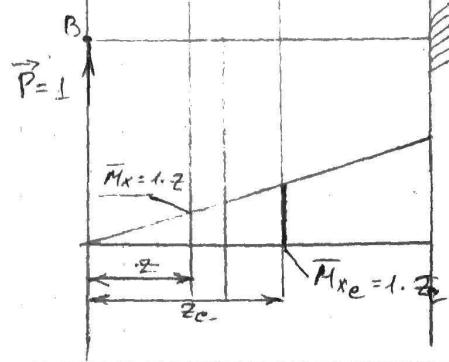
ГС

для приведенной
схемы ГС. Выражение
для

$$\Delta_B = \int_0^L \frac{Mx \cdot Mx dz}{EIx}$$

Mx

a) $\delta W_{Mx} = Mx dz$ - площадь эпюры
под кривой изгибающей



EC

единичная загрузка
изогнуруется

$$3) \Delta_B = \int_0^L \frac{1 \cdot z \cdot dW_{Mx}}{EIx} = S \cdot f_y \cdot A$$

статический
момент площади эпюры Mx
относ. оси محورات 1/3 л/В (вертикально)

$$\textcircled{e} \quad \Delta_B = \frac{W_{Nx} \cdot M_{x_e}}{EIx}$$

(5)

Горизонтальная
Вертикальная

$$M_{x_e} = f \cdot z_e$$

где f - коэффициент зеркальной симметрии

M_{x_e} - ордината единичной эпюры, бывающей под центром тяжести зеркальной

Из эпюры M_x видно, что при вычислении M_{x_e} предстает вид сплошной площадки под зеркальной эпюре M_x , т.е.

$\int z dw$ это сплошная плоская эпюра площадки отстоящего от нее проходящего через ОДВ

Если площадка эпюры в координатах зеркальной симметрии, то сплошной момент плоскости эпюры можно найти находит без изогибований

координаты же определяются из единичной

$$\text{эпюры } z_e = \frac{M_{x_e}}{P} = \bar{M}_{x_e}$$

Таким образом для вычисления изогнутой эпюры по способу Верещагина площадка зеркальной эпюры умножается на ординату единичной, бывшей под центром тяжести зеркальной

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \frac{W_{Nz_i} N_z}{EA} + \sum_{i=1}^n \frac{W_{Nx_i} \bar{M}_x}{EIx} + \sum_{i=1}^n \frac{W_{Nz_i} \bar{M}_{x_e}}{G I_{pk}} +$$

при работе при работе при работе

при работе при работе при работе

$$(6) \quad + \sum_{i=1}^n \bar{M}_{x_e} \times W_t - \text{при изгибе}$$

$$+ \sum_{i=1}^n \frac{M_{x_e}}{h} \times W_{at} - \text{при переходе t по виду эпюры}$$

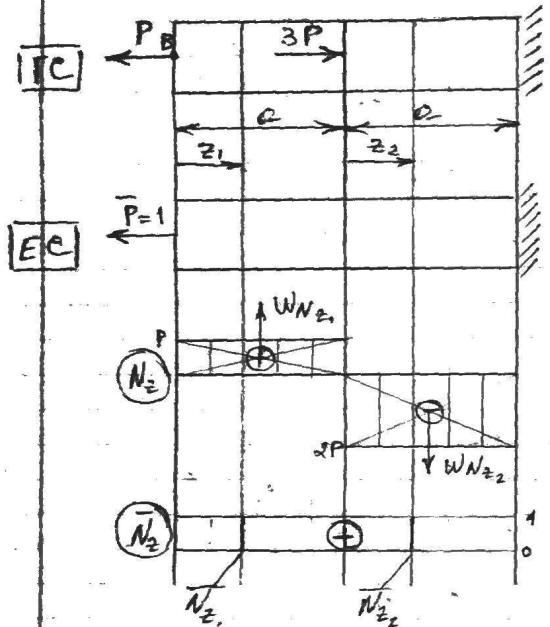
$$- \sum_{i=1}^n R_{DR} - \text{при прогибании опор}$$

$$+ \sum_{i=1}^n \frac{W_{Nx_i} \bar{M}_{x_e}}{EIy} - \text{если просматривается симметрия}$$

Помимо вид фермы

§ 5 Частные случаи

6.1 Равнозначные нагрузки



$\Delta_B - ?$

$$1) \Delta_B = \int_0^a \frac{N_{z_1} N_{z_2} dz}{EA} = \textcircled{*}$$

2) составляем выражение ВСР для ГС и ЕС не учитывая

$0 \leq z_1 \leq a$

$$N_{z_1} = P$$

$$\bar{N}_{z_1} = 1$$

$0 \leq z_2 \leq a$

$$N_{z_2} = P - 3P = -2P$$

$$\bar{N}_{z_2} = 1$$

$$3) \textcircled{*} = \int_0^a \frac{P \cdot 1 dz_1}{EA} + \int_0^a \frac{(-2P) \cdot 1 dz_2}{EA} = \frac{1}{EA} [Pz_1 + (-2Pz_2)] \Big|_0^a =$$

$$= \frac{1}{EA} [Pa - 2Pa] = -\frac{Pa}{EA}$$

таким образом, что перемещение направление против направления единичной единицы

2. Полоса Верещагина

сущность метода ВСР для ГС и ЕС, отмечено членами Тимофея

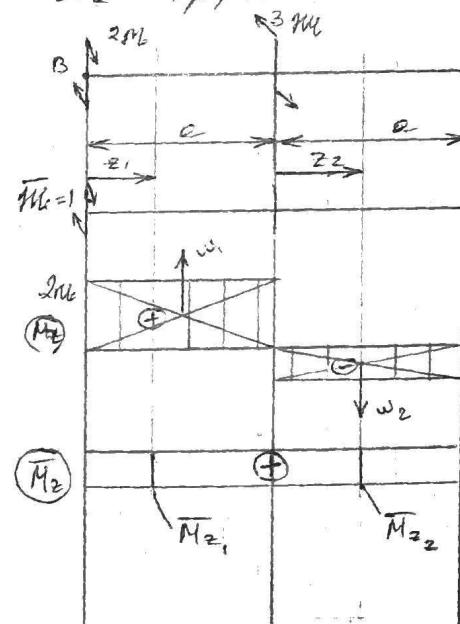
$$\Delta_B = \sum_{i=1}^2 \frac{W_{N_{z_i}} N_{z_i}}{EA} = \frac{1}{EA} [Pa \cdot 1 - 2Pa \cdot 1] = -\frac{Pa}{EA}$$

; W_i N_{z_i} : так

$$1 Pa 1 +$$

$$2 2Pa 1 -$$

5.2 Кручение



$\varphi_B - ?$

① е. Момент

$$\varphi_B = \sum_{i=1}^2 \int_0^a \frac{M_2 M_2 dz}{G I P} =$$

$$= \frac{1}{G I P} \left[\int_0^a 2M_B \cdot 1 dz + \int_0^a (-M_B) \cdot 1 dz \right] = \textcircled{**}$$

$0 \leq z_1 \leq a$

$0 \leq z_2 \leq a$

$$M_{z_1} = 2M_B$$

$$\bar{M}_{z_1} = 1$$

$$M_{z_2} = 2M_B - 3M_B = -M_B$$

$$\bar{M}_{z_2} = 1$$

$$\textcircled{*} = \frac{1}{G I P} [2M_B z - M_B z] \Big|_0^a = \frac{M_B}{G I P}$$

② Вертикальные

$$q_B = \sum_{i=1}^2 \frac{w_i M_{xi}}{EI_p} = \frac{1}{EI_p} [2w_1 Q + 1 - f_{BQ} \cdot 1]$$

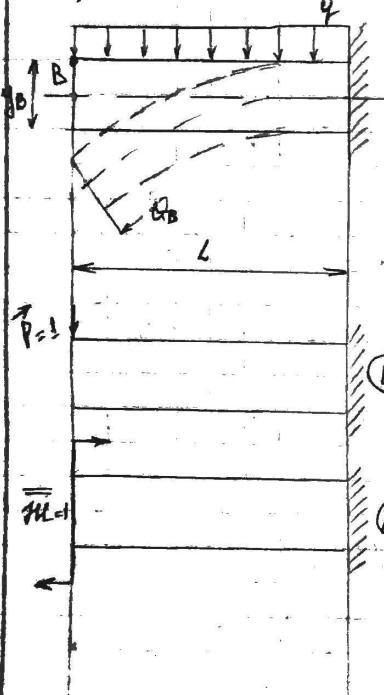
$$w_i M_{xi} = \frac{M_x Q}{EI_p}$$

$$1 - 2w_1 Q + 1$$

$$2 - w_1 Q + 1$$

5.3 Член

Определение вертикальное перемещение
и угол поворота свободного конца балки.



① Метод Мора

$$y_B, Q_B = ?$$

$$y_B = \int_0^L \frac{M_x \bar{M}_x}{EI} dz \quad \text{③}$$

Всегда по членам:

$$0 \leq z \leq L$$

$$M_x = -qz \cdot \frac{z}{2} = -\frac{qz^2}{2}$$

$$\bar{M}_x = -1 \cdot z$$

$$F_C \quad \frac{1}{EI_x} \int_0^L \left(-\frac{qz^2}{2} \right) (-z) dz =$$

$$= \frac{q}{2EI_x} \int_0^L z^3 dz = \frac{q}{2EI_x} \cdot \frac{z^4}{4} \Big|_0^L =$$

$$= \frac{qL^4}{8EI_x}$$

$$Q_B = \int_0^L \frac{M_x \bar{M}_x}{EI_x} dz = \frac{1}{EI_x} \int_0^L \left(\frac{qz^2}{2} \right) (-z) dz =$$

$$= -\frac{q}{2EI_x} \cdot \frac{z^3}{3} \Big|_0^L = -\frac{qL^3}{6EI_x}$$

② Метод Верещагина

$$y_B = \frac{w_{Mx} \bar{M}_x}{EI_x} = \frac{1}{EI_x} \left[\frac{qL}{12} \cdot \left(-\frac{L}{2} \right) + \frac{qL^3}{4} \cdot \frac{2}{3} L^2 \right]$$

$$w_i \bar{M}_{xi} = \bar{M}_{xe_i}$$

$$1 - \frac{qL^3}{12} - \frac{L}{2} \quad 1$$

$$2 - \frac{qL^3}{2} - \frac{2}{3} L^2 \quad 1$$

$$= \dots = \frac{qL^4}{8EI_x}$$

$$Q_B = \frac{w_{Mx} \bar{M}_x}{EI_x} = \frac{1}{EI_x} \left[\frac{qL^3}{12} \cdot 1 + \left(-\frac{1}{2} qL^3 \right) \right]$$

$$= \dots = -\frac{qL^3}{6EI_x}$$

$$\frac{qL^4}{EI_x} = \frac{\frac{H}{4} \cdot H^4}{\frac{H}{H^2} \cdot H^4} = 4$$

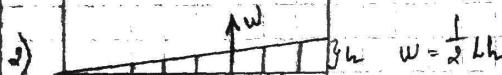
Член в рамках (без учета пересеч)

§ 6. Рациональные способы

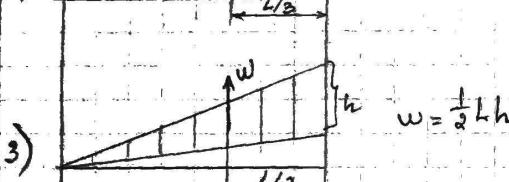
исчисления площадей заложения эпюр



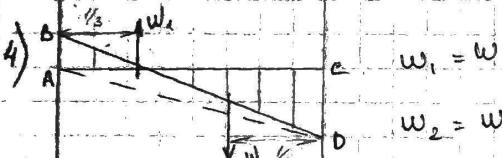
$$3h \quad w = lh$$



$$3h \quad w = \frac{1}{2}lh$$



$$w = \frac{1}{3}lh$$



$$w_1 = w_{ABD}$$

$$w = w_1 + w_2$$

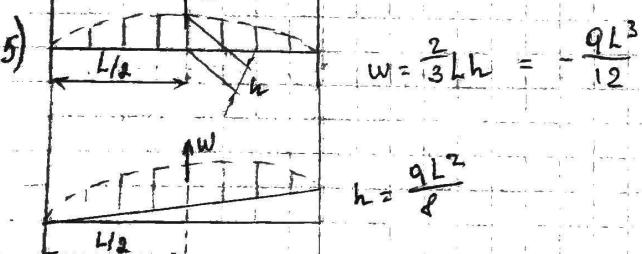
$$w_2 = w_{ACD}$$



$$w_1 = w_{ABC}$$

$$w = w_1 - w_2$$

$$w_2 = w_{AED}$$



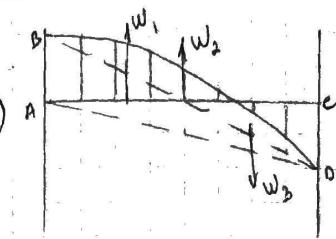
$$w = \frac{2}{3}lh = -\frac{qL^3}{12}$$

$$h = \frac{9L^2}{8}$$

$$q \quad w = \frac{L^2}{12}$$

$$kq \quad w = \frac{kqL^2}{12}$$

7)

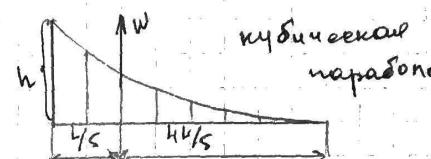


$$w_1 = w_{ABD}$$

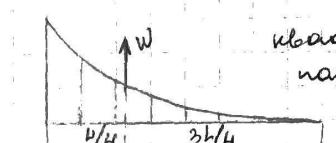
$$w_2 = w_{BEC} \text{ (всем парал.)}$$

$$w_3 = w_{PEC}$$

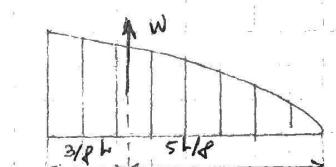
$$W = w_1 + w_2 - w_3$$



$$w = \frac{lh}{4}$$



$$w = \frac{2l}{3}$$

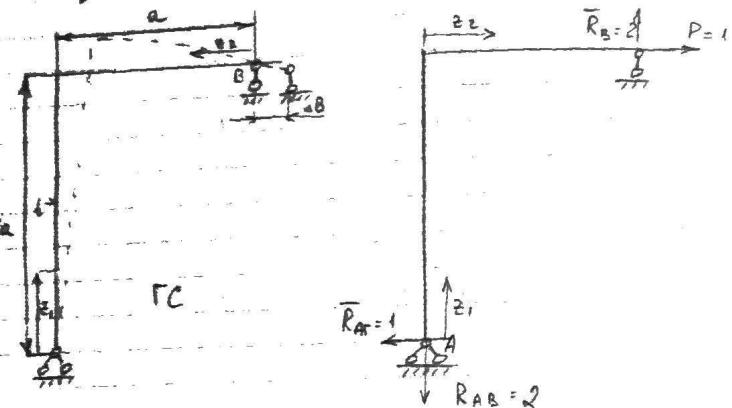


$$w = \frac{2}{3}lh$$

Не
использовать!

§ 7. Температурное излучение объектов

Каким приложенным изменением температуры
и каким первичным изменением радианы будет
излучение объекта на t° градусов?



$$\Delta(dz) = dt dz$$

$$\Delta B = \sum_{z=1}^{dz} \bar{N}_2 dt dz = \int_0^{dz} 2dt dz_1 + \int_1^{dz} 1 dt dz_2 = 2dt^2/2 =$$

$$0 \leq z_1 \leq dz \quad 0 \leq z_2 \leq dz$$

$$= 4a \propto t^2$$

$$N_{21} = 2$$

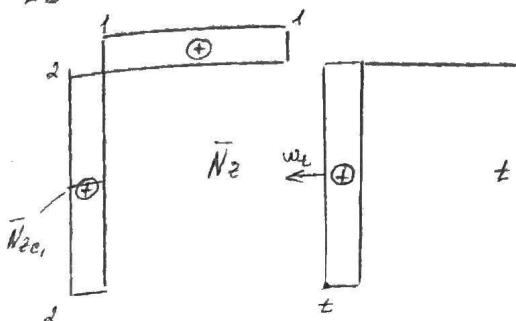
$$N_{22} = 1$$

$$t = t^\circ$$

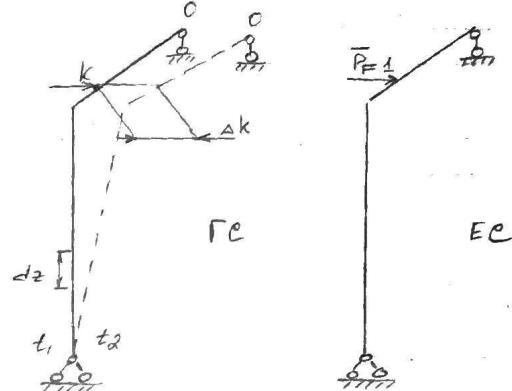
$$t = 0$$

- (+) Излучение попомещено, если \bar{N}_2 и t° приобретено
увеличиваются и уменьшаются соответственно

$$\Delta B = \sum \bar{N}_2 \propto W_t = 2dt t^2 \cdot 2a + 0 = 4at^2 \cdot a$$



§ 8. Первичный излучение по свободным источникам излучения.



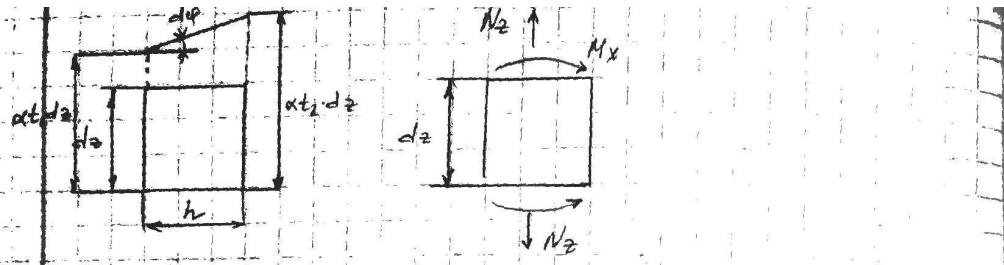
$$t_0 = \frac{t_1 + t_2}{2} - \text{излучение первичного источника излучения}$$

$$A_{\text{внеш}} = 1 \cdot A_k$$

Интегрирование работы излучения единиц

$$dA_{\text{внеш}} = \bar{N}_2 \propto t_0^2 + \frac{M_x d\varphi}{n} = \bar{N}_2 \propto t_0 + \frac{M_x}{n} \propto t dz$$

излучение



Вертикальный сдвиг в балке подвергается прогону.

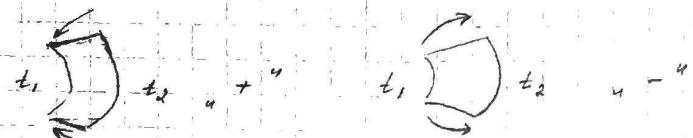
и он нарушает изгиб изгиба и изгиб изгиба изгиб
изгиба изгиба по высоте сдвигом.

$$\tan d\phi = d\phi = \frac{(dt_2 - dt_1)dz}{h} = \frac{\alpha}{n} (t_2 - t_1)dz = \frac{\alpha}{n} \Delta t dz -$$

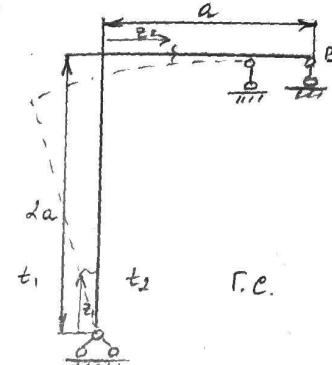
Абсолютно Абсолютно.

$$\Delta K = \sum_{i=1}^n \int_0^L N_2 \alpha t dz + \sum_{i=1}^n \frac{M_x}{h} \Delta t dz \quad (?)$$

Второе выражение в выражение (?) балки подвергается
изгибу, если M_x - единичный момент сдвига
состоит из изгиба изгиба изгиба изгиба изгиба изгиба



Пример: найти горизонтальное перемещение в балке
если рама имеет перепад температур по высоте
вертикального сдвига сдвигом.



$\Delta B - ?$

$$\Delta B = \sum_{i=1}^n \int_0^L N_2 \alpha t dz + \sum_{i=1}^n \frac{M_x}{h} \alpha t dz \quad (?)$$

$$0 \leq z \leq 2a,$$

$$\bar{N}_2 = 2$$

$$\bar{M}_{x_i} = 1 \cdot z_i$$

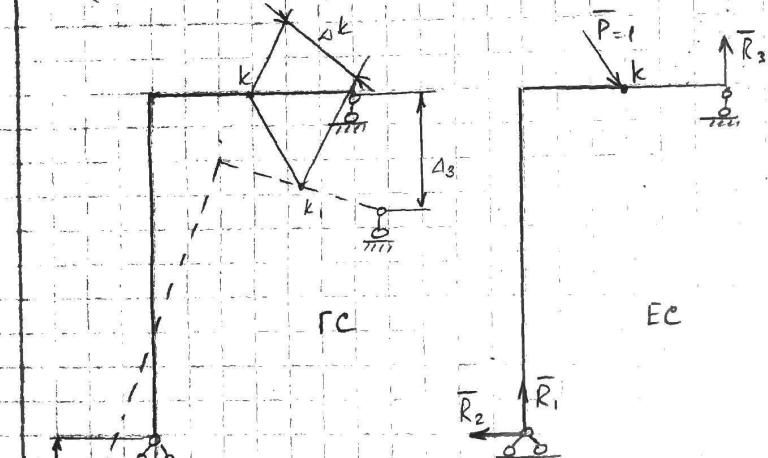
$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$t_{ep} = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

$$(?) \int_0^{2a} 2 \alpha t dz + \int_0^{2a} \frac{z_i}{h} \alpha t dz + 0 + 0 = \alpha t t_0 z_1 / 0 + \frac{z^2}{2h} \times \Delta t / 0 = 4a \alpha t t_0 + \frac{4a^2}{2h} \times \Delta t = \dots = 4a [t_0 + \frac{1}{2h} \Delta t]$$

§ 9 Определение перемещений

Брусьев при сдвиге опор.

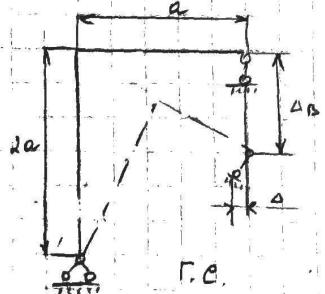


$$Abus = 1 \cdot \Delta k - \Delta_1 \cdot R_1 + \Delta_2 \cdot R_2 - \Delta_3 \cdot R_3$$

Сдвиговые брусья со знаком $+^+$, если направление единичной (конструкции) совпадает с направлением просадки опор.

$$\Delta k = - \sum_{i=1}^n R_i \Delta \text{опор}$$

a - кол-во просадких опор



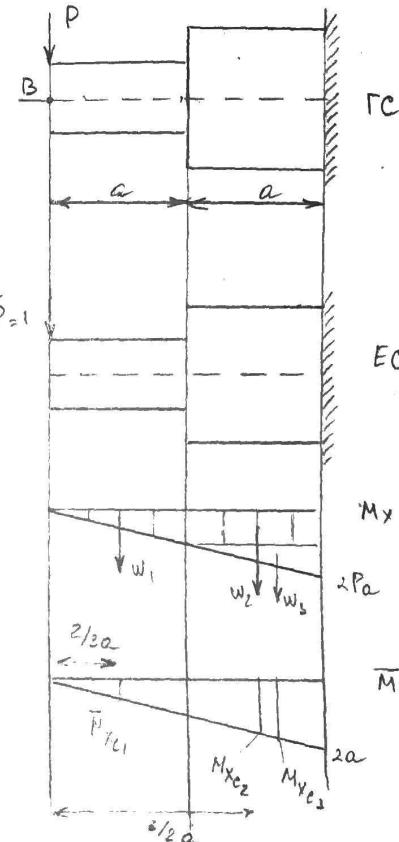
$$AB = - \sum (R_i \Delta \text{опор}) =$$

$$= - (-2 \Delta \text{опор}) = 2 \Delta \text{опор}$$

§ 10 Определение перемещений

в ступенчатых брусьях метода

момента
напряжения
или Вейса.



$$\Delta P = \sum_{i=1}^n \frac{w_i M_{xi}}{EI_x} = \frac{1}{EI_x} \left[\frac{1}{2} Pa^2 \cdot \frac{2}{3} a \right] + \frac{1}{EI_{x2}} \left[Pa^2 \cdot \frac{5}{2} a \right] + \frac{1}{2} Pa \cdot \frac{5}{3} a = \dots$$

Метод
Мора
§ 14 Определение перемещений
в брусе с плавно меняющимися
сечением.

$$\Delta B = \int_0^L \frac{M_x \bar{M}_x}{EI x(z)} dz \quad (1)$$

$$I_{x(z)} = \frac{b(z) \cdot h^3}{12} = \frac{6z h^3}{12L} =$$

$$\frac{b(z)}{b} = \frac{z}{L} \rightarrow b(z) = \frac{b}{L} z$$

$$0 \leq z \leq L$$

$$M_x = -P \cdot z$$

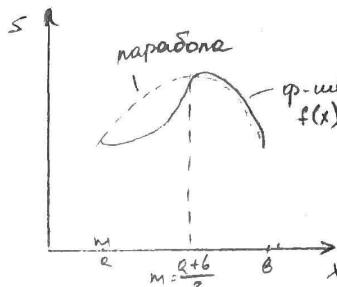
$$\bar{M}_x = -1 \cdot z$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{12}{E} \int_0^L \frac{-P \cdot z(-1) - z \cdot 1 \cdot dz}{6z \cdot h^3} = \frac{12PL}{Eh^3} \int_0^L z dz =$$

$$= \frac{6PL^3}{Eh^3}$$

§ 12 Определение перемещений
матричным способом методом
Мора основано на формуле Симпсона для
вычисления определенного интеграла.

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{6} [f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)]$$



Применим к формуле
Мора можно записать

$$\Delta = \int_a^b \frac{M_x \bar{M}_x dz}{EI x} = \frac{b-a}{6EIx} [(M_x \bar{M}_x)_a + 4(M_x \bar{M}_x)_{\text{середина}} + (M_x \bar{M}_x)_b]$$

в матричной форме выражение имеет вид

$$\Delta = [\bar{M}_x]^T [B] [M_x]$$

$[\bar{M}_x]^T$ - преобразованная матрица ординат
её эпюры (матрица - строка)

$[B]$ - матрица податливости (антистатической)

$[M_x]$ - матрица - сплюндуц ординат эпюрой