

§ 2.4. Математические модели

Основным языком информационного моделирования в науке является язык математики. Модели, построенные с использованием математических понятий и формул, называются **математическими** моделями.

Пример 1

Рассмотрим текст небольшой заметки из школьной стенгазеты:

После капитального ремонта бассейн «Дельфин» буквально преобразился: просторные раздевалки и душевые сверкают новеньким кафелем, захватывает дух от вида замысловатой горки и пятиметровой вышки, манит голубая гладь водных дорожек. Но самое главное, строители переделали систему водоснабжения бассейна. Раньше бассейн наполнялся водой из одной трубы. На это уходило 30 часов. Теперь строители подвели еще одну трубу, которая наполняет бассейн за 20 часов. Представляете, как мало времени теперь потребуется для наполнения бассейна, если включить обе эти трубы!

Этот текст можно рассматривать как словесную модель бассейна. Попробуем решить содержащуюся в заметке задачу: узнаем, за сколько часов бассейн наполнится через обе трубы.

Если отбросить информацию, несущественную с точки зрения поставленной задачи, то условие задачи можно сформулировать так:

Через первую трубу бассейн наполняется за 30 часов, через вторую трубу — за 20 часов. За сколько часов бассейн наполнится через обе трубы?

Попробуем решить задачу в общем виде, обозначив время заполнения бассейна через первую и вторую трубу A и B соответственно. Примем за 1 весь объем бассейна, искомое время обозначим через t .

Так как через первую трубу бассейн наполняется за A часов, то $\frac{1}{A}$ — часть бассейна, наполняемая первой трубой за 1 час: $\frac{1}{B}$ — часть бассейна, наполняемая второй трубой за 1 час.

Следовательно, скорость наполнения бассейна первой и второй трубами вместе составит:

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B}.$$

Можем записать:

$$\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} \right) \cdot t = 1. \quad (1)$$

Мы получили математическую модель, описывающую процесс наполнения бассейна из двух труб.

Преобразуем выражение в скобках: $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{B + A}{A \cdot B}$.

Формула (1) примет вид:

$$\frac{A + B}{A \cdot B} \cdot t = 1.$$

Теперь искомое время может быть вычислено по формуле:

$$t = \frac{A \cdot B}{A + B}. \quad (2)$$

Несложно подсчитать, что при исходных данных $A = 30$ и $B = 20$ искомое время равно 12 часам.

Пример 2

На шоссе расположены пункты A и B , удаленные друг от друга на 20 км. Мотоциклист выехал из пункта B в направлении, противоположном A , со скоростью 50 км/ч.

Составим математическую модель, описывающую положение мотоциклиста относительно пункта A через t часов.

За t часов мотоциклист проедет $50t$ км и будет находиться от A на расстоянии $50t$ км + 20 км. Если обозначить буквой s расстояние (в километрах) мотоциклиста до пункта A , то зависимость этого расстояния от времени движения можно выразить формулой: $s = 50t + 20$, где $t \geq 0$.

Коротко о главном

Основным языком информационного моделирования в науке является язык математики. Модели, построенные с использованием математических понятий и формул, называются математическими моделями.

Вопросы и задания

- Скорость распространения звука в воздухе в зависимости от температуры может быть найдена приближенно по формуле $v = 331 + 0,6t$, где v — скорость (в метрах в секунду), t — температура (в градусах Цельсия). Найдите, с какой скоростью распространяется звук в зимний день при температуре -35°C и в летний день при температуре $+30^\circ\text{C}$.
- Постройте математические модели для приведенных ниже задач. Какой вы можете сделать вывод на основании полученных моделей?
 - Первая бригада может выполнить задание за A дней, а вторая — за B дней. За сколько дней обе бригады выполнят задание, работая вместе?
 - Два велосипедиста одновременно направились на встречу друг другу из двух сел. Первый мог бы проехать расстояние между селами за A минут, второй — за B минут. Через сколько минут они встретятся?
- Воспользовавшись моделью, построенной в примере 1, определите за сколько часов бассейн может быть наполнен через первую трубу, если через вторую он заполняется за 24 часа, а через первую и вторую вместе — за 8 часов.
- У садовника имеется 32 м провода, которым он хочет обозначить на земле границу клумбы. Форму клумбы ему надо выбрать из следующих вариантов:
Хватит ли садовнику имеющегося провода, чтобы обозначить границу каждой из представленных клумб?

